DOI: 10.6277/TER.2016.443.3

商品不可分割性與最適所得稅

呂俊慧・翁堃嵐*

傳統的租稅理論忽略了商品的消費具有不可分割的性質, 有鑑於此, 本文在此一背景下探討柏瑞圖效率的租稅結構。文中發現: 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, 高 (低) 能力者的邊際稅率除了與課稅後不可分割財的消費型態有關外, 同時也取決於低 (高) 能力者的自我選擇限制式以及高 (低) 能力者的工資門檻限制式是否會受限。因而在稅後高能力者會購買不可分割財的前提下, 即使低能力者的自我選擇限制式不會受限, 只要高能力者的工資門檻會受限, 則高能力者面對的邊際稅率將為負, 而不是 0, 其原因在於, 受限於不可分割財消費門檻之限制, 租稅組合中對高能力者固定稅額之課徵, 無法使得其所得淨社會邊際效用水準等於 1; 在維持稅收不變的前提下, 相對於傳統高能力者邊際稅率為 0 的解, 透過高能力者的邊際稅率之降低, 並增加固定稅額的課徵, 可以放寬高能力者的門檻限制式, 讓其所得淨社會邊際效用水準更貼近於 1。

關鍵詞: 不可分割性, 最適所得稅制, 柏瑞圖效率, 租稅結構
JEL 分類代號: D82, D86, H21, J33

1 前言

在現實的消費行為當中, 許多財貨的消費通常具有不可分割 (indivisibility) 的性質 (文後簡稱消費的不可分割性), 而非無限可細分, 例如: 關於車子的消費、房屋的買賣等。然而為了分析的方便, 大多數文獻都假設商品的消

*作者分別為中央研究院經濟研究所博士後研究人員與國立政治大學財政學系教授。翁堃嵐為通訊作者。作者由衷感謝審查委員與編輯委員精闢的評論使本文更臻完善。

經濟論文叢刊 (*Taiwan Economic Review*), 44:3 (2016), 475–509。
國立台灣大學經濟學系出版

費都可無限細分, 一直到 Ng (1965) 乙文的發表,[1] 消費的不可分割性方才受到應有的重視。例如: Murphy, Shleifer, and Vishny (1989) 在消費不可分割性的設定下探討所得分配、市場規模與產業化之間的關聯性, 該文認爲當國內市場規模夠大時, 該國將會在產業化的過程中獲利。Matsuyama (2000) 乙文則建構了一個貿易財具有不可分割性的李嘉圖 (Ricardian) 模型, 來解釋南國生產的財貨大都屬於彈性較低的商品。Krishna and Yavas (2004) 與 Krishna and Yavas (2005) 發展一個消費不可分割性與要素 (勞動) 市場扭曲暨產品市場獨占力之間相互影響的模型; 該文顯示即使在一個封閉體系, 成長可能會呈現貧困化 (immiserizing) 現象。Bertola, Foellmi, and Zweimüller (2006) 將消費的不可分割性引入總體經濟的模型中, 以探討所得分配與成長的關聯性。該文主要利基於引進消費的不可分割性, 將使得不同所得水準的納稅人擁有不同的消費結構, 更能解釋實際的經濟現象。另外, Danilov, Koshevoy, and Murota (2001)、Laan, Talman, and Yang (2002) 與 Koshevoy and Talman (2006) 則是探討存在不可分割財下的資源配置、生產技術與競爭均衡的關係。其中 Koshevoy and Talman (2006) 乙文更是強調不可分割財已經構成大部分貿易商品市場中顯著重要的一部份。儘管如此, 傳統租稅理論的文獻卻都忽略了此一重要的經濟事實, 有鑑於此, 本文即在此一背景下探討最適所得稅理論的制訂。

長久以來, 探討最適所得稅制的租稅結構是相當重要、但又非常複雜的課題, 因而一直到 Mirrlees (1971) 乙文的出現,[2] 才提出較完整的理論架構來描繪最適所得稅制的面貌。早期文獻探討的焦點主要著重在如何求解最適租稅結構的技術層面之問題上,[3] 此一期間的重要發現是, Phelps (1973)、Sadka (1976)、Seade (1977) 均證明出最高所得的納稅人所面對的

[1]該文對 Friedman-Savage 所解釋的『保險與賭博的矛盾』提出了一種更合理的解釋, 使賭博決策的立論基礎不但符合效用極大化原理, 且仍維持邊際效用遞減的假設。而所謂的『保險與賭博的矛盾』指的是許多風險趨避者買 (公平甚至不公平的) 保險, 同時卻又買彩券 (熱衷於不利的賭局), 亦即在規避風險的同時卻又使其身陷風險中。

[2]Mirrlees (1971) 將政府與納稅人間的資訊不對稱問題納入所得稅制中討論, 亦即認爲納稅人的能力、勞動供給均爲私人資訊, 政府無法觀察得知, 僅能就可觀察到 (costless observable) 的「所得」取代「能力」作爲課稅的基礎。由於訊息的不完全使得對所得課稅的方式將存在逆選擇的問題, 因而該文在考慮納稅人的自我選擇條件 (self-selection condition) 下, 探討最適所得稅制應如何在效率與公平兩者間取得平衡。

[3]此類文獻包括 Seade (1977)、Brito and Oakland (1977)、Mirrlees (1986), 以及 Ebert

邊際稅率應該為0的結果。之後, 由於最適租稅結構的求導相當複雜, 很難一窺其全貌, 後續文獻的發展乃透過特定函數的設定或是數值的模擬分析來描繪最適的租稅結構。[4] 另外, Stiglitz (1982) 則建立一個包含高、低能力納稅人的二元模型架構來探討柏瑞圖效率的租稅結構, 該文發現在工資率為外生給定的前提下, 只要低能力沒有誘因模仿高能力, 則高能力所面對的邊際稅率亦應為0; 而延伸至包含商品稅的混合稅制時, 其高能力的邊際稅率為0的結果仍舊不變; 然而當考慮一般均衡效果 (工資率為內生決定) 同時高、低能力間的勞動在生產上無法完全替代的前提下, 高能力者所面對的邊際稅率則會為負;[5] 甚至將納稅人的偏好延伸至異質性時, 亦得到高能力者所面對的邊際稅率為負的結果。Boadway and Keen (1993) 則利用 Stiglitz (1982) 的兩類型模型及外生工資率的前提下, 延伸至公共財提供的問題上, 亦得出高能力的邊際稅率應為0的結果。後續亦有許多文獻在此一兩類型納稅人的模型下探討更一般化的租稅議題。[6]

有鑑於柏瑞圖效率的租稅結構問題本身之探討已經相當複雜, 再加上商品的不可分割性具有的離散性質亦會提高問題的分析難度, 為了簡化起見, 本文將不可分割財引進到 Stiglitz (1982) 兩類型納稅人 (外生工資率)

(1992)。其中 Mirrlees (1971)、Seade (1977) 採取的方式是所謂的一階求解法 (first-order approach); 然而, Mirrlees (1986) 即指出這種求解方式有可能產生錯誤的答案。相對的, Brito and Oakland (1977)、Ebert (1992) 則是採取所謂的二階求解法 (second-order approach)。

[4]此類文獻包括 Mirrlees (1971)、Atkinson (1973)、Tuomala (1984)、Kanbur and Tuomala (1994)、Diamond (1998) 以及 Dahan and Strawczynski (2000) 等。

[5]當工資率為內生決定時, 高能力者所面對的邊際稅率可能為負的理由在於: 如果高、低能力間的勞動在生產上可以完全替代 (低能力的相對工資之微小變動則馬上以高能力的相對勞動完全取代之), 換言之, 低能力相對工資幾乎不受高能力相對勞動變動之影響, 亦即退化為外生工資率的結果, 此時高能力面對的邊際稅率為0; 然而一旦高、低能力間的勞動在生產上無法完全替代, 則 (C^h, Y^h) 租稅套餐中所得的變動將會透過高能力相對勞動的變動間接影響到低能力相對工資, 此時高能力在休閒與消費間的邊際替代率將會大於高能力的工資水準, 因而導致高能力面對的邊際稅率為負的結果。詳細的過程請參閱 Stiglitz (1982)。

[6]此類文獻包括: Mirrlees (1975)、Stiglitz (1982)、Stiglitz (1987)、Boadway and Keen (1993)、Boadway, Marchand, and Pestieau (1994)、Nava, Schroyen, and Marchand (1996)、Andersson (1996)、Naito (1999)、Racionero (2001) 以及 Aronsson and Johansson-Stenman (2008) 等。

的模型當中, 在此一背景下重新檢視滿足柏瑞圖效率的租稅結構。其中對於不可分割財的設定, 我們仿照 Marshall (1984) 及大部份文獻的一般設定,[7] 採取0與1的二元消費體系, 亦即納稅人對於不可分割財的購買, 僅有買與不買兩種選擇, 而且僅能購買一單位的不可分割財。此一設定主要捕捉不可分割財消費時的離散性質, 而這個性質將會透過影響納稅人的消費以及勞動供給的決策過程, 進而改變有效率的租稅結構之制訂。在本文的架構下, 工資水準愈高者購買不可分割財的誘因愈強, 因而不可分割財的購買決策取決於納稅人的工資水準是否不低於其所對應的工資門檻值, 而該門檻值則受個人化所得邊際稅率與固定稅額的影響, 因此所得稅制的實施在影響納稅人的消費能力上, 除了改變傳統消費財購買數量的多寡 (intensive margins), 還會透過門檻值對不可分割財產生購買與否 (extensive margins) 的決策問題。

值得一提的是, 在租稅理論當中, (最) 高能力者面對的邊際稅率爲0這個結果不管在多類型或兩類型納稅人的文獻當中都獲得相當程度的支持, 即使在更一般化的情況下, 例如更多的租稅工具, 或是加入公共財的提供等課題, 在柏瑞圖效率的租稅結構下, 高能力者面對的邊際稅率皆爲0。然而一旦考慮商品的不可分割性, 則上述結論將可能無法成立。舉例而言, 在工資率外生的前提下, 當柏瑞圖效率租稅結構屬於高能力買、低能力不買的情況, 同時高能力者的門檻限制式產生作用時, 高能力者的最適邊際稅率將會爲負而不是爲0, 此一結果明顯與 Stiglitz (1982) 等傳統理論認爲高能力者邊際稅率爲0的主張不同, 不過卻呼應其工資率內生化與異質性偏好等情況下所獲致的結果。至於本文的編排除第一節前言外, 第2節爲基本模型, 第3節探討納稅人的決策, 第4節爲柏瑞圖效率的租稅結構問題, 第5節爲數值分析, 第6節則探討不可分割財的消費行爲是否可觀察的問題, 第7節爲問題與討論, 最後爲結論。

[7]大部份的文獻均仿照 Marshall (1984) 的設定, 將不可分割財的購買決策限定在買與不買 (take-it-or-leave-it) 的二元消費狀態上, 如 Murphy, Shleifer, and Vishny (1989)、Matsuyama (2000)、Krishna and Yavas (2004)、Krishna and Yavas (2005)、Bertola, Foellmi, and Zweimüller (2006)、Besley and Coate (1991)、Corneo and Jeanne (1997) 以及那些與生命風險相關的系列文獻。該種設定並不影響本文的結果, 因爲當不可分割財的消費延伸爲0、1、2時, 消費門檻對應增加爲兩個。

2 基本模型

遵循 Stiglitz (1982) 的基本架構, 考慮一個包含高能力 (w^H) 與低能力 (w^L) 兩種類型的二元經濟體系, 其人口比例分別爲 λ 與 $1-\lambda$; 其中納稅人除能力不同外, 具有相同的效用函數; 至於生產技術則假設爲邊際成本固定的情況。與 Stiglitz (1982) 一文不同的是, 本文將消費財區分爲傳統可無限細分以及不可分割兩種, 前者令爲 $\mathbf{x}$, 後者令爲 z, 至於休閒則令爲 $(1-l)$;[8] 對於不可分割財的設定, 除了假設其爲正常財外, 我們仿照文獻上採取0與1的二元消費體系, 亦即納稅人對於不可分割財的購買, 僅有買與不買兩種選擇, 而且僅能購買一單位的不可分割財。簡言之, 本文要處理的問題是, 當 Stiglitz (1982) 的模型存在不可分割財, 且其消費決策僅有0與1時, 滿足柏瑞圖效率的租稅結構爲何?[9]

令納稅人 h 的效用函數爲如下:

$$U = u\left(\mathbf{x}^h, z^h\right) + v\left(1-l^h\right), \quad h = H, L。 \tag{1}$$

其中 $u(\mathbf{x}^h, z^h)$ 滿足嚴格準凹函數 (strictly quasi-concave) 的性質, $v' > 0$ 且 $v" < 0$。對於非線性所得稅制的設定, 本文仿照 Boadway, Marchand, and Pestieau (1994)、Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 與 Racionero (2001) 的處理方式, 假設政府爲納稅人 h 量身訂作一組個人化的租稅政策 (τ_h, T_h), 其中 $\tau_h < 1$, 代表該稅制組合的邊際稅率, T_h 則爲固定的稅額, 而不是採取 Stiglitz (1982) 的作法, 以可支配所得與名目所得作爲政策的控制變數。值得注意的是, 文獻上認爲有關最適非線性所得稅制的設定, 不管是採用 Stiglitz (1982) 以數量爲控制變數的主要分析法 (primal approach) 或是採用對偶價格變數作爲政府可控制變數的對偶分析法 (dual approach) 均是等價的。[10] 此外, 爲了確保任一類型的人不會選擇其他類型者的租稅待遇, 則該租稅政策需滿足所謂的自我選擇限制式 (self-selection

[8]在本文中傳統可無限細分的消費財可爲一種以上的財貨, 以粗體字代表向量的格式, 亦即 $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, \cdots, x_n)$, 而不可分割的消費財及休閒財則各只有一種。

[9]簡言之, 本模型與 Stiglitz (1982) 一文不同之處在於, 在本文中 z 的選擇僅能0與1, 而非大於或等於0的數。

[10]Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 認爲 Stiglitz (1982) 一文中將政府的租稅政策定義在數量空間上, 亦即採取稅前所得與可支配所得組合來當作最適非線性所得稅的租稅

constraints)。另外, 遵循傳統租稅文獻的設定, 對於政府部門而言, 納稅人的所得是可觀察的, 而能力與勞動供給決策則是無法觀察的; 對於不可分割財的消費行爲, 本文暫時假設其亦爲無法觀察的項目, 至於可觀察的情況, 將於文後再加以評論。因此, 納稅人 h 面對租稅待遇 (τ_h, T_h), 其個人的預算限制式爲:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{x}}\mathbf{x}^h + q_z z^h \leq (1-\tau_h)\, w^h l^h - T_h, \quad h = H, L。 \tag{2}$$

其中 $\mathbf{q}_{\mathbf{x}}$、q_z 分別代表 $\mathbf{x}$ 與 z 的價格。

3 納稅人的決策

首先, 要注意的是, 在本文的設定之下, z^h 僅有0或1兩種選擇, 因而欲求解納稅人的最適決策, 並不能直接對 z^h 微分, 而是分別在 $z^h = 0$ 與 $z^h = 1$ 之下, 求解 $\mathbf{x}^h$ 與 l^h 的最適決策, 進而求取各自所對應的效用水準, 最後再比較兩者之高低。值得一提的是, 爲了行文方便, 以下若無特別說明, $h = H, L$、$z = 0, 1$。

給定 (τ_h, T_h)、$z^h \in \{0, 1\}$, 首先求解「條件」需求函數 $\mathbf{x}^{hz^h}(\cdot)$ 與「條件」供給函數 $l^{hz^h}(\cdot)$, 其滿足以下的一階必要條件:

$$u_{\mathbf{x}}\left(\mathbf{x}^{hz^h}, z^h\right) = \alpha^{hz^h}\mathbf{q}_{\mathbf{x}}, \tag{3}$$

$$(1-\tau_h)\, w^h \alpha^{hz^h} = v'\left(1 - l^{hz^h}\right)。 \tag{4}$$

上式中 α^{hz^h} 爲納稅人 h 的「條件」所得之邊際效用水準。其次, 將所求導的 $(\mathbf{x}^{hz^h}, l^{hz^h})$ 代入 (1) 式的效用函數中, 可求得「條件」間接效用函數: $V^{hz^h}(w^h, \tau_h, T_h)$,[11] 最後再取此二函數 (指 $V^{h0}(\cdot)$、$V^{h1}(\cdot)$) 的較大值即爲

工具, 此種方式與 Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 將政府的租稅政策定義在價格空間上來刻畫最適非線性所得稅的方式是等價的。Atkinson and Stiglitz (1980, 頁 376) 對於該種分析方式也作了一些闡述:「就許多目的上, 採用對偶價格變數作爲政府可控制的變數, 並且運用間接效用函數的性質, 可使問題簡潔且方便處理, 因而該對偶分析方式廣受採用; 另一方面, 以數量爲控制變數的主要分析法在某些情況下則有助於對問題的了解。」

[11] 實際上「條件」間接效用函數 $V^{hz}(w^h, \tau_h, T_h)$ 應該與商品的價格有關, 不過, 本文並不考慮商品稅的課徵, 因此忽略 $\mathbf{q}_{\mathbf{x}}$、q_z。

所求, 換言之, 納稅人 h 的間接效用函數爲如下:

$$V^h\left(w^h,\tau_h,T_h\right)=\max\left\{V^{h1}\left(w^h,\tau_h,T_h\right),V^{h0}\left(w^h,\tau_h,T_h\right)\right\}。\tag{5}$$

值得一提的是, 文後爲了方程式的簡潔, 當 z^h 出現在上標時則簡單以 z 表達之。此外, 透過包絡定理可得以下的比較靜態分析結果:

$$V^{hz}_{T_h}\equiv\partial V^{hz}/\partial T_h=-\alpha^{hz},\tag{6}$$

$$V^{hz}_{\tau_h}\equiv\partial V^{hz}/\partial\tau_h=-\alpha^{hz}w^hl^{hz},\tag{7}$$

$$V^{hz}_{w^h}\equiv\partial V^{hz}/\partial w^h=(1-\tau_h)\,\alpha^{hz}l^{hz}。\tag{8}$$

其次, 根據 (5) 式, 當 $V^{h1}(w^h,\tau_h,T_h)>V^{h0}(w^h,\tau_h,T_h)$ 時, $z^h=1$, $V^h(w^h,\tau_h,T_h)=V^{h1}(w^h,\tau_h,T_h)$;[12] 反之, 當 $V^{h1}(w^h,\tau_h,T_h)<V^{h0}(w^h,\tau_h,T_h)$ 時, $z^h=0$, $V^h(w^h,\tau_h,T_h)=V^{h0}(w^h,\tau_h,T_h)$; 當 $V^{h1}(w^h,\tau_h,T_h)=V^{h0}(w^h,\tau_h,T_h)$ 時, 則無論 $z^h=0$ 或 $z^h=1$, 納稅人 h 的效用水準都沒有差異。若將此二種狀態下的效用水準之差定義爲如下:

$$V^{h1}\left(w^h,\tau_h,T_h\right)-V^{h0}\left(w^h,\tau_h,T_h\right)\equiv\Delta\left(w^h,\tau_h,T_h\right),\tag{9}$$

其中 Δ 可代表納稅人購買不可分割財的誘因。將其對 w^h 偏微分, 再利用 (8) 式可知:

$$\frac{\partial\Delta}{\partial w^h}=(1-\tau_h)\left(\alpha^{h1}l^{h1}-\alpha^{h0}l^{h0}\right),\tag{10}$$

另外, 將 Δ 對 T^h 偏微分, 再利用 (6) 式可得:

$$\frac{\partial\Delta}{\partial T_h}=\alpha^{h0}-\alpha^{h1}。\tag{11}$$

值得注意的是, 本文假設不可分割財爲正常財, 然而傳統文獻對於正常財的定義侷限在一般可細分之財貨, 並不適用於不可分割財的情況, 因此本文重新定義不可分割的正常財:

[12] 當納稅人 h 選擇 $z^h=1$ 時, 其整體最適消費 (暨勞動) 決策爲 $(\mathbf{x}^{h1},1,l^{h1})$。由於不可分割財的離散性使得納稅人 h 在 $(\mathbf{x}^{h0},0,l^{h0})$, $(\mathbf{x}^{h1},1,l^{h1})$ 兩消費組合中作決策, $\mathbf{x}$、z、l 三類財貨的選擇是同時決定的。

定義. 當購買不可分割財的誘因 (即 Δ), 隨納稅人的外生所得增加而增加時, 此種不可分割財稱之爲正常財; 反之則稱爲劣等財。

由 (11) 式可知, 當不可分割財爲正常財時, $\alpha^{h1} > \alpha^{h0}$; 再根據 (4) 式及 $v'' < 0$ 可知 $l^{h1} > l^{h0}$, 此時 (10) 式的符號爲正。

輔助定理 1. 給定 (τ_h, T_h), 在本文的模型設定下, $l^{h1} > l^{h0}$。

獲致輔助定理 1 的結果主要在於, 相較於沒有購買不可分割財的情況, 該財貨的消費將使得納稅人的可支配所得減少, 此一所得效果導致其勞動供給較高。另一方面, 由 (10) 式得知 Δ 與工資率 w^h 成正相關, 此一性質隱含納稅人的工資率愈高, 其購買不可分割財的誘因愈強。據此, 倘若我們將滿足 $\Delta(w^h; \tau_h, T_h) = 0$ 的工資率令爲工資門檻值 $\bar{w}^h$,[13] 此時 $\bar{w}^h = \bar{w}(\tau_h, T_h)$, 即可推得以下的結果:

$$\Delta\left(w^h; \tau_h, T_h\right) \gtreqless 0, \quad \text{as} \quad w^h \quad \gtreqless \bar{w}^h。 \tag{12}$$

將上述結果歸納爲以下的輔助定理:

輔助定理 2. 給定 (τ_h, T_h), 相對於不購買不可分割財的情況, 當 $w^h > \bar{w}^h$ 時, 納稅人購買不可分割財的情況所對應的效用水準會較高; 當 $w^h = \bar{w}^h$ 時, 納稅人是否購買不可分割財, 其效用水準則無差異; 當 $w^h < \bar{w}^h$ 時, 納稅人購買不可分割財的情況所對應的效用水準會較低。

輔助定理 2 說明納稅人購買不可分割財與否, 取決於其工資水準 w^h 與工資門檻值 $\bar{w}^h$ 的相對大小。另外, 由 $\bar{w}^h$ 的定義可進一步推得以下的比較靜態分析結果:

$$\bar{w}^h_{\tau_h} \equiv \frac{\partial \bar{w}^h}{\partial \tau_h} = -\frac{V^{h1}_{\tau_h} - V^{h0}_{\tau_h}}{V^{h1}_{w^h} - V^{h0}_{w^h}} = \frac{\bar{w}^h}{(1-\tau_h)} > 0, \tag{13}$$

$$\bar{w}^h_{T_h} \equiv \frac{\partial \bar{w}^h}{\partial T_h} = -\frac{V^{h1}_{T_h} - V^{h0}_{T_h}}{V^{h1}_{w^h} - V^{h0}_{w^h}} = \frac{\alpha^{h1} - \alpha^{h0}}{(1-\tau_h)\left(\alpha^{h1}l^{h1} - \alpha^{h0}l^{h0}\right)} > 0。 \tag{14}$$

以上兩式的經濟意涵爲, 不管是 τ_h 抑或是 T_h 的提高, 都會降低納稅人購買不可分割財的誘因, 造成購買不可分割財的門檻上升。

[13] 爲了簡化分析, 假設 $\bar{w}^h$ 存在。

4 柏瑞圖效率的租稅結構問題

在求解納稅人的最適決策行爲及其對租稅政策的反應之後, 我們設立以下的方程式來求導滿足柏瑞圖效率的租稅結構:

$$\text{(P)} \qquad \max_{\tau^H, T^H, \tau^L, T^L} \; V^H\left(w^H, \tau_H, T_H\right)$$

$$\text{s.t.} \; V^L\left(w^L, \tau_L, T_L\right) \geq U_s^L, \tag{15}$$

$$V^H\left(w^H, \tau_H, T_H\right) \geq \hat{V}^H\left(w^H, \tau_L, T_L\right), \tag{16}$$

$$V^L\left(w^L, \tau_L, T_L\right) \geq \hat{V}^L\left(w^L, \tau_H, T_H\right), \tag{17}$$

$$\lambda\left[\tau_H w^H l^H\left(\tau_H, T_H\right) + T_H\right] + (1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^L\left(\tau_L, T_L\right) + T_L\right] \geq \bar{R}, \tag{18}$$

方程式 (P) 是一個典型的兩類型受限的柏瑞圖效率 (Constrained Pareto Efficiency) 問題。由於納稅人的能力無法觀察, 但是所得水準可以觀察。因此租稅的設計即是以所得水準作爲稅基, 分別給予高、低能力的納稅人一份租稅套餐 (τ_H, T_H)、(τ_L, T_L), 並透過自我選擇條件將納稅人的能力類型區隔開來。其中 $\hat{V}^H(w^H, \tau_L, T_L)$、$\hat{V}^L(w^L, \tau_H, T_H)$ 分別代表高、低能力者模仿他人時所獲致的效用水準; 爲了與非受限的決策有所區隔, 文後將所有關於模仿者的變數均外加 “$\wedge$”。(15) 式乃保證低能力者的效用水準高於某個水準 U_s^L。(16)、(17) 兩式分別代表高、低能力者的自我選擇限制式, 亦即租稅設計必須使得遵從稅制下的效用水準不會低於其僞裝成其他類型納稅人的效用水準, 換言之, 在該限制下, 高能力者必然會選擇 (τ_H, T_H), 其效用水準爲 $V^H(w^H, \tau_H, T_H)$; 低能力者會選擇 (τ_L, T_L), 其效用水準爲 $V^L(w^L, \tau_L, T_L)$。[14] (18) 式爲政府的預算限制式, $\bar{R}$ 爲政府的稅收要求水準。

值得注意的是, 乍看之下, 方程式 (P) 與傳統的柏瑞圖效率之租稅結構問題似乎沒有兩樣。然而, 在本文存在不可分割財的經濟體系下, 不管是 $V^h(\cdot)$ 抑或是 $\hat{V}^h(\cdot)$ 都是處於待決定的模式, 其形式必須視不可分割財是否消費而定。[15] 換言之, 在求導方程式 (P) 之前, 必須確認納稅人在其對

[14] 當僞裝與否對納稅人是無差異時, 納稅人會遵循政府所希望的行爲模式。

[15] 關於納稅人的間接效用是處於待決定的模式, 請參見第 (5) 式。

應的可能租稅套餐之下是否會購買不可分割財, 才能利用微分工具進行分析。[16]

爲了克服上述問題, 利用輔助定理 2, 首先, 依照 w^h 與 $\bar{w}(\tau_h, T_h)$ 的相對大小, 來確認 $V^H(w^H, \tau_H, T_H)$、$V^L(w^L, \tau_L, T_L)$ 的形式, 並將租稅套餐, 即 (τ_H, T_H) 與 (τ_L, T_L), 依課稅後不可分割財之消費型態作爲區隔, 將其分爲四種情況, 再分別由此四個區塊中求解:[17]

(1) $z^H = 0, z^L = 0$, 即 $w^L \le \bar{w}(\tau_L, T_L)$, $w^H \le \bar{w}(\tau_H, T_H)$ 的情況;

(2) $z^H = 0, z^L = 1$, 即 $\bar{w}(\tau_L, T_L) \le w^L$, $w^H \le \bar{w}(\tau_H, T_H)$ 的情況;

(3) $z^H = 1, z^L = 0$, 即 $w^L \le \bar{w}(\tau_L, T_L)$, $\bar{w}(\tau_H, T_H) \le w^H$ 的情況;

(4) $z^H = 1, z^L = 1$, 即 $\bar{w}(\tau_L, T_L) \le w^L$, $\bar{w}(\tau_H, T_H) \le w^H$ 的情況。

其次, 確認 $\hat{V}^h(\cdot)$ 的形式。由於本文假設毛所得是惟一可觀察到的項目,[18] 假若納稅人 h 想僞裝成被模仿者 $h' \in \{H, L\}$ 以獲取較有利的租稅待遇 $(\tau_{h'}, T_{h'})$, 則必須調整其勞動供給決策 $\hat{l}^h$ 使其毛所得水準與被模仿者一致,[19] 亦即 $w^h\hat{l}^h$ 等於 $w^{h'}l^{h'}$, 此時 $\hat{l}^h = w^{h'}l^{h'}/w^h$。[20] 值得注意的是, 在納稅人的效用函數相同且消費與休閒兩決策間爲加總可分的情況下, 納稅人的最適化問題可表爲兩階段問題, 先決定勞動供給決策, 再決定消費決策。此時第二階段的消費決策只取決於可支配所得的多寡, 並不會受到休閒水準的影響, 因而只要給定的可支配所得相同, 則其消費行爲也將會相

[16] 本文爲一個典型的階段性賽局, 由於間接效用是待決定的模式, 因此在利用逆推法求解時必須先確認, 給定 (τ_H, T_H)、(τ_L, T_L) 之下, $V^H(w^H, \tau_H, T_H)$、$V^L(w^L, \tau_L, T_L)$、$\hat{V}^H(w^H, \tau_L, T_L)$ 以及 $\hat{V}^L(w^L, \tau_H, T_H)$ 的形式 (是屬於買或不買不可分割財的情況), 再透過建立拉式函數來求解各種狀況下的最適租稅政策。

[17] 值得注意的是, 以低能力者的門檻限制式爲例, 即使 $\bar{w}(\tau_L, T_L) \le w^L$ 與 $w^L \le \bar{w}(\tau_L, T_L)$ 中, 同時都有 $w^L = \bar{w}(\tau_L, T_L)$ 的情況, 不過這兩種情況, 納稅人的間接效用函數的形式並不相同, 前者是 $V^{L1}(w^L, \tau_L, T_L)$, 後者則是 $V^{L0}(w^L, \tau_L, T_L)$, 同理, 高能力者的門檻限制式也有相同的情況。

[18] 本文假設不可分割財的消費行爲是無法觀察得到, 則模仿者只需模仿被模仿者的毛所得即可。

[19] 值得一提的是, 模仿者與被模仿者的可支配所得水準亦是一致的。

[20] 由於 $w^H > w^L$, 因而 $\hat{l}^H < l^L$、$\hat{l}^L > l^H$。

同 [請參見 Nava, Schroyen, and Marchand (1996, 頁 127) 與 Naito (1999, 頁 169)]。[21]

輔助定理 3. 當納稅人選擇模仿其他類型的納稅人時, 由於模仿者將調整其勞動供給決策使其與被模仿者的所得水準一致, 在效用函數相同且可分的假設下, 模仿者與被模仿者的消費決策將會相同。

由輔助定理3可知, 給定被模仿者 h' 遵從稅制時的不可分割財決策為 $z' \in \{0, 1\}$, 當納稅人 h 選擇模仿 h' 時, 其消費決策將與被模仿者相同, 換言之, 可確認 $\hat{V}^h$ 的形式為:

$$\hat{V}^h\left(w^h, \tau_{h'}, T_{h'}\right) = \max\left\{\hat{V}^{h1}\left(w^h, \tau_{h'}, T_{h'}\right), \hat{V}^{h0}\left(w^h, \tau_{h'}, T_{h'}\right)\right\} = \hat{V}^{hz'},$$

透過包絡定理可得以下的比較靜態分析結果 (詳細過程請參閱數學附錄 1):

$$\hat{V}^{hz'}_{\tau_{h'}} = \hat{\pi}^h \hat{\alpha}^{hz'} \frac{\partial w^{h'} l^{h'z'}}{\partial \tau_{h'}} - \hat{\alpha}^{hz'} w^{h'} l^{h'z'}, \tag{19}$$

$$\hat{V}^{hz'}_{T_{h'}} = \hat{\pi}^h \hat{\alpha}^{hz'} \frac{\partial w^{h'} l^{h'z'}}{\partial T_{h'}} - \hat{\alpha}^{hz'}, \tag{20}$$

其中 $\hat{\pi}^h \equiv (1-\tau_{h'})-[v'(1-\hat{l}^{hz'})/\hat{\alpha}^{hz'} w^h] = \hat{\tau}_h - \tau_{h'}$,[22] 指的就是當納稅人 h 模仿 h' 時須迫使其勞動供給水準等於 $\hat{l}^{hz'}$ 下所對應的隱含邊際所得稅率 (implicit marginal income tax rate) $\hat{\tau}_h$ 與被模仿者 h' 之名目邊際所得稅率 (nominal marginal income tax rate) $\tau_{h'}$ 間的差異。$\hat{\pi}^H > 0$, 其經濟意涵為當高能力者想偽裝成低能力以獲取較有利的租稅待遇 (τ_L, T_L), 必須調整其勞動供給決策為 $\hat{l}^{Hz'} \equiv w^L l^{Lz'}/w^H$ 使其毛所得水準與低能力者一致; 實質上當該模仿者面對 (τ_L, T_L) 時, 若非在模仿的狀態下, 其心目中的最

[21] 效用函數為相同可分的假設使得納稅人 h 的消費行為可拆解為二階段, 以逆推法求解, 在第二階段給定可支配所得 c^h 下, 納稅人選擇了最適消費決策, 將其代入原效用函數中可獲得一個新的效用函數 $U(c^h, l^h)$, 接著在第一階段給定一組稅制 (τ_h, T_h), 納稅人在該稅制所連結的毛所得與可支配所得關係式的限制下, 選擇最適的可支配所得水準 (或勞動決策) 以極大化 $U(c^h, l^h)$ 目標; 因而一旦第一階段的可支配所得確立後, 第二階段的消費決策就被確立了。

[22] 透過 (4) 式便可推得 $\hat{\tau}_h = 1 - [v'(1-\hat{l}^{hz'})/\hat{\alpha}^{hz'} w^h]$。

適勞動供給水準將會高於 $\hat{l}^{Hz'}$。因此, 在可支配所得 $((1-\tau_L)w^L l^{Lz'}-T_L)$ 與受限的勞動供給 $(\hat{l}^{Hz'})$ 水準下, 高能力模仿者所對應的隱含稅率 $1-[v'(1-\hat{l}^{Hz'})/\hat{\alpha}^{Hz'}w^H]\equiv\hat{\tau}_H$ 會高於名目稅率 τ_L。而 $\hat{\pi}^L<0$, 其經濟意涵則爲當低能力者想僞裝成高能力以獲取較有利的租稅待遇 (τ_H, T_H), 必須迫使其勞動供給增加爲 $\hat{l}^{Lz'}\equiv w^H l^{Hz'}/w^L$ 使其毛所得水準與高能力者一致; 然而當該模仿者面對 (τ_H, T_H) 時, 其心目中的最適勞動供給水準將會低於 $\hat{l}^{Lz'}$。因此, 在可支配所得 $((1-\tau_H)w^H l^{Hz'}-T_H)$ 與受限的勞動供給 $(\hat{l}^{Lz'})$ 水準下, 低能力模仿者所對應的隱含稅率 $1-[v'(1-\hat{l}^{Lz'})/\hat{\alpha}^{Lz'}w^L]\equiv\hat{\tau}_L$ 會低於名目稅率 τ^H。

準此, 我們將方程式 (P) 依課稅後 (z^H, z^L) 的組合, 拆解成以下 P^{ij}, $i, j=0,1$ 四個子問題:

$$
\left(\mathrm{P}^{00}\right)\quad \max_{\tau_H,T_H,\tau_L,T_L} \; V^{H0}(\tau_H,T_H)
$$

$$
\text{s.t.}\quad V^{L0}(\tau_L,T_L)\geq U_s^L, \tag{21a}
$$

$$
V^{H0}(\tau_H,T_H)\geq \hat{V}^{H0}(\tau_L,T_L), \tag{22a}
$$

$$
V^{L0}(\tau_L,T_L)\geq \hat{V}^{L0}(\tau_H,T_H), \tag{23a}
$$

$$
\begin{aligned}
&\lambda\left[\tau_H w^H l^{H0}(\tau_H,T_H)+T_H\right]\\
&\quad+(1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^{L0}(\tau_L,T_L)+T_L\right]\geq \bar{R},
\end{aligned} \tag{24a}
$$

$$
w^L\leq \bar{w}(\tau_L,T_L), \tag{25a}
$$

$$
w^H\leq \bar{w}(\tau_H,T_H); \tag{26a}
$$

$$
\left(\mathrm{P}^{01}\right)\quad \max_{\tau_H,T_H,\tau_L,T_L} \; V^{H0}(\tau_H,T_H)
$$

$$
\text{s.t.}\quad V^{L1}(\tau_L,T_L)\geq U_s^L, \tag{21b}
$$

$$
V^{H0}(\tau_H,T_H)\geq \hat{V}^{H1}(\tau_L,T_L), \tag{22b}
$$

$$
V^{L1}(\tau_L,T_L)\geq \hat{V}^{L0}(\tau_H,T_H), \tag{23b}
$$

$$
\begin{aligned}
&\lambda\left[\tau_H w^H l^{H0}(\tau_H,T_H)+T_H\right]\\
&\quad+(1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^{L1}(\tau_L,T_L)+T_L\right]\geq \bar{R},
\end{aligned} \tag{24b}
$$

$$
\bar{w}(\tau_L,T_L)\leq w^L, \tag{25b}
$$

$$w^H \leq \bar{w}\left(\tau_H, T_H\right); \tag{26b}$$

$$\left(\mathrm{P}^{10}\right) \quad \max_{\tau_H, T_H, \tau_L, T_L} \quad V^{H1}\left(\tau_H, T_H\right)$$

$$\text{s.t.} \quad V^{L0}\left(\tau_L, T_L\right) \geq U_s^L, \tag{21c}$$

$$V^{H1}\left(\tau_H, T_H\right) \geq \hat{V}^{H0}\left(\tau_L, T_L\right), \tag{22c}$$

$$V^{L0}\left(\tau_L, T_L\right) \geq \hat{V}^{L1}\left(\tau_H, T_H\right), \tag{23c}$$

$$\lambda\left[\tau_H w^H l^{H1}\left(\tau_H, T_H\right) + T_H\right] + (1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^{L0}\left(\tau_L, T_L\right) + T_L\right] \geq \bar{R}, \tag{24c}$$

$$w^L \leq \bar{w}\left(\tau_L, T_L\right), \tag{25c}$$

$$\bar{w}\left(\tau_H, T_H\right) \leq w^H; \tag{26c}$$

$$\left(\mathrm{P}^{11}\right) \quad \max_{\tau_H, T_H, \tau_L, T_L} \quad V^{H1}\left(\tau_H, T_H\right)$$

$$\text{s.t.} \quad V^{L1}\left(\tau_L, T_L\right) \geq U_s^L, \tag{21d}$$

$$V^{H1}\left(\tau_H, T_H\right) \geq \hat{V}^{H1}\left(\tau_L, T_L\right), \tag{22d}$$

$$V^{L1}\left(\tau_L, T_L\right) \geq \hat{V}^{L1}\left(\tau_H, T_H\right), \tag{23d}$$

$$\lambda\left[\tau_H w^H l^{H1}\left(\tau_H, T_H\right) + T_H\right] + (1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^{L1}\left(\tau_L, T_L\right) + T_L\right] \geq \bar{R}, \tag{24d}$$

$$\bar{w}\left(\tau_L, T_L\right) \leq w^L, \tag{25d}$$

$$\bar{w}\left(\tau_H, T_H\right) \leq w^H。 \tag{26d}$$

最後再建立一個可同時代表上述四種狀態的拉式函數來求解以上四個子問題:

$$\begin{aligned} L^{ij} = {} & V^{Hi}\left(\tau_H, T_H\right) + \gamma^{ij}\left[V^{Lj}\left(\tau_L, T_L\right) - U_s^L\right] \\ & + \eta_H^{ij}\left[V^{Hi}\left(\tau_H, T_H\right) - \hat{V}^{Hj}\left(\tau_L, T_L\right)\right] \\ & + \eta_L^{ij}\left[V^{Lj}\left(\tau_L, T_L\right) - \hat{V}^{Li}\left(\tau_H, T_H\right)\right] \\ & - (-1)^i \theta_H^{ij}\left[w^H - \bar{w}\left(\tau_H, T_H\right)\right] \\ & - (-1)^j \theta_L^{ij}\left[w^L - \bar{w}\left(\tau_L, T_L\right)\right] \end{aligned}$$

$$+\mu^{ij}\left\{\lambda\left[\tau_H w^H l^{Hi}\left(\tau_H, T_H\right)+T_H\right]\right.$$
$$\left.+(1-\lambda)\left[\tau_L w^L l^{Lj}\left(\tau_L, T_L\right)+T_L\right]-\bar{R}\right\}, \quad i, j=0,1。$$

其中 $\gamma^{ij}, \eta_H^{ij}, \eta_L^{ij}, \mu^{ij}, \theta_L^{ij}, \theta_H^{ij}$ 分別代表 (21)–(26) 式的拉式乘數。引用昆塔特 (Kuhn-Tucker) 條件, 求解一階必要條件如下:

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_L}=\left(\gamma^{ij}+\eta_L^{ij}\right) V_{T_L}^{Lj}-\eta_H^{ij} \hat{V}_{T_L}^{Hj}+(-1)^j \theta_L^{ij} \bar{w}_{T_L}^L$$
$$+\mu^{ij}(1-\lambda)\left(\tau_L w^L l_{T_L}^{Lj}+1\right)=0, \tag{27}$$

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_H}=\left(1+\eta_H^{ij}\right) V_{T_H}^{Hi}-\eta_L^{ij} \hat{V}_{T_H}^{Li}+(-1)^i \theta_H^{ij} \bar{w}_{T_H}^H$$
$$+\mu^{ij} \lambda\left(\tau_H w^H l_{T_H}^{Hi}+1\right)=0, \tag{28}$$

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial \tau_L}=\left(\gamma^{ij}+\eta_L^{ij}\right) V_{\tau_L}^{Lj}-\eta_H^{ij} \hat{V}_{\tau_L}^{Hj}+(-1)^j \theta_L^{ij} \bar{w}_{\tau_L}^L$$
$$+\mu^{ij}(1-\lambda)\left(w^L l^{Lj}+\tau_L w^L l_{\tau_L}^{Lj}\right)=0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial \tau_H}=\left(1+\eta_H^{ij}\right) V_{\tau_H}^{Hi}-\eta_L^{ij} \hat{V}_{\tau_H}^{Li}+(-1)^i \theta_H^{ij} \bar{w}_{\tau_H}^H$$
$$+\mu^{ij} \lambda\left(w^H l^{Hi}+\tau_H w^H l_{\tau_H}^{Hi}\right)=0, \tag{30}$$

$$\gamma^{ij} \cdot \frac{\partial L^{ij}}{\partial \gamma^{ij}}=0, \quad \gamma^{ij} \geq 0, \tag{31}$$

$$\eta_h^{ij} \cdot \frac{\partial L^{ij}}{\partial \eta_h^{ij}}=0, \quad \eta_h^{ij} \geq 0, \tag{32}$$

$$\theta_h^{ij} \cdot \frac{\partial L^{ij}}{\partial \theta_h^{ij}}=0, \quad \theta_h^{ij} \geq 0, \tag{33}$$

$$\mu^{ij} \cdot \frac{\partial L^{ij}}{\partial \mu^{ij}}=0, \quad \mu^{ij} \geq 0, \tag{34}$$

透過 Roy's identity 與 Slutsky 方程式可將 (27)–(30) 式改寫爲 (詳細過程請參閱數學附錄 2):[23]

[23]Slutsky 方程式爲 $l_{\tau_L}^{Lj}=\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj}+l_{T_L}^{Lj} w^L l^{Lj}, l_{\tau_H}^{Hi}=\tilde{l}_{\tau_H}^{Hi}+l_{T_H}^{Hi} w^H l^{Hi}$, 其中 $l_k^{hz} \equiv \partial l^{hz} / \partial k, \tilde{l}_k^{hz} \equiv\left(\partial l^{hz} / \partial k\right)_{\bar{U}}, k=\tau_h, T_h$。

$$b_L^{ij} = 1 - \frac{\left(\eta_L^{ij}\alpha^{Lj} + \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} - (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L\right)}{\mu^{ij}(1-\lambda)}, \quad i,j=0,1, \tag{35}$$

$$b_H^{ij} = 1 - \frac{\left(\eta_H^{ij}\alpha^{Hi} + \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} - (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H\right)}{\mu^{ij}\lambda}, \quad i,j=0,1, \tag{36}$$

$$\tau_L^{ij} = \frac{\eta_H^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj}\right)^c - (-1)^j\theta_L^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_L}^L\right)^c}{\mu^{ij}\,(1-\lambda)\,w^L\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj}}, \quad i,j=0,1, \tag{37}$$

$$\tau_H^{ij} = \frac{\eta_L^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_H}^{Li}\right)^c - (-1)^i\theta_H^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_H}^H\right)^c}{\mu^{ij}\lambda w^H\tilde{l}_{\tau_H}^{Hi}}, \quad i,j=0,1, \tag{38}$$

其中 b_h^{ij} 代表當問題 (P) 的最適解為 P^{ij} 時, Diamond (1975) 所稱以政府稅收衡量納稅人 h 的所得淨社會邊際效用水準, 而 Atkinson and Stiglitz (1980) 則將其稱之為所得的淨社會邊際評價;[24] 而 τ_h^{ij} 代表當問題 (P) 的最適解為 P^{ij} 時, 納稅人 h 所面對的邊際稅率。至於 $\tilde{l}_{\tau_h}^{hz} \equiv (\partial l^{hz}/\partial\tau_h)_{\bar{U}} < 0$、$(\bar{w}_{\tau_h}^h)^c \equiv \bar{w}_{\tau_h}^h - \bar{w}_{T_h}^h w^h l^{hz} > 0$、[25] $(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj})^c \equiv \hat{V}_{\tau_L}^{Hj} - \hat{V}_{T_L}^{Hj} w^L l^{Lj} = \hat{\pi}^H\hat{\alpha}^{Hj}w^L\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj} < 0$、$(\hat{V}_{\tau_H}^{Li})^c \equiv \hat{V}_{\tau_H}^{Li} - \hat{V}_{T_H}^{Li}w^H l^{Hi} = \hat{\pi}^L\hat{\alpha}^{Li}w^H\tilde{l}_{\tau_H}^{Hi} > 0$; 關於 $(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj})^c < 0$ 的經濟意涵在於, 透過 τ_L 的微量上升會降低低能力者受補償的勞動供給 (與所得) 水準, 此時高能力模仿者在名目價格 $(1-\tau_L)$ 下所得 (暨效用) 的減量會超過其面對隱含價格 $(1-\hat{\tau}_H)$ 下所得 (暨效用) 的減量, 因而降低高能力者模仿的誘因; 而 $(\hat{V}_{\tau_H}^{Li})^c > 0$ 則是透過 τ_H 的微量下降會增加高能力者受補償的勞動供給 (與所得) 水準, 此時低能力模仿者在名目價格 $(1-\tau_H)$ 下所得 (暨效用) 的增量會低於其面對隱含價格 $(1-\hat{\tau}_L)$ 下所得 (暨效用) 的增量, 因而降低低能力者模仿的誘因。

目前為止我們求導了狀態 ij 下, 高、低能力者的邊際稅率之公式解。觀察 (37) 與 (38) 兩式可知, 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, τ_h^{ij} 除了與自我選擇限制式是否受限有關外 (即 η_h^{ij} 是否為正), 同時也取決於工資門檻限制式是否會受限 (即 θ_h^{ij} 是否為正), 以及課稅後不可分割財的消費型態 (即狀態 ij), 此一結果與傳統文獻有很大的差異。其中高能力者的邊際

[24]其中 $b_L^{ij} \equiv [\gamma^{ij}\alpha^{Lj}/\mu^{ij}(1-\lambda)] - \tau_L w^L l_{T_L}^{Lj}$、$b_H^{ij} \equiv (\alpha^{Hi}/\mu^{ij}\lambda) - \tau_H w^H l_{T_H}^{Hi}$。

[25]由於 $(1-\tau_h)(\alpha^{h1}l^{h1} - \alpha^{h0}l^{h0}) > 0, l^{h1} > l^{h0}$, 因而 $(\bar{w}_{\tau_h}^h)^c|_{\bar{w}^h=w^h} \equiv \bar{w}_{\tau_h}^h - \bar{w}_{T_h}^h w^h l^{hz} = [w^h\alpha^{h1}(l^{h1}-l^{hz}) + w^h\alpha^{h0}(l^{hz}-l^{h0})]/[(1-\tau_h)(\alpha^{h1}l^{h1}-\alpha^{h0}l^{h0})] > 0$。

稅率 τ_H^{ij} 取決於低能力的自我選擇限制式以及高能力的工資門檻限制式是否會受限; 低能力者的邊際稅率 τ_L^{ij} 則取決於高能力的自我選擇限制式以及低能力的工資門檻限制式是否會受限。

命題 1. 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, 高 (低) 能力者的邊際稅率除了與課稅後不可分割財的消費型態有關外, 同時也取決於低 (高) 能力者的自我選擇限制式以及高 (低) 能力者的工資門檻限制式是否會受限。

值得注意的是, 一般而言, 每個拉式乘數都有兩種可能, 不是大於0就是等於0, 每一種可能都對應到四種 ij 狀態。因而相對於傳統所得稅理論, 本模型更爲複雜, 解的可能性更爲多樣, 不過即使在 Stiglitz (1982) 相對簡單的模型下, 也無法確認高、低能力者的自我選擇條件的拉式乘數是否大於0, 因而該文中滿足柏瑞圖效率的租稅結構也有三種可能性。[26] 從 (37) 與 (38) 兩式可知, 如果高、低能力的工資門檻限制式在四種 ij 狀態下均不會受限產生作用時 (即 $\theta_h^{ij} = 0$), 則可得到對應 Stiglitz (1982) 模型下的三種可能解之結果:

(1) 高、低能力的自我選擇限制式都不會受限 (即 $\eta_h^{ij} = 0$), 此時高、低能力者均無誘因模仿對方, 因而都不須扭曲高、低能力者的行爲, 致使其面對的邊際稅率均爲0 ($\tau_H^{ij} = 0$、$\tau_L^{ij} = 0$)。

(2) 低能力的自我選擇限制式受限產生作用 (即 $\eta_L^{ij} > 0$), 此時, 低能力者有誘因想要模仿高能力, 爲了防範低能力者的模仿行爲, 租稅結構的設計在受補償的情況下將會透過邊際補貼方式扭曲高能力者的行爲來降低低能力者的模仿誘因, 致使其面對的邊際稅率小於0 ($\tau_H^{ij} < 0$),[27] 相對地此時高能力者不會有誘因模仿低能力, 因而不須扭曲低能力者的行爲, 致使其面對的邊際稅率爲0 ($\tau_L^{ij} = 0$)。[28]

[26]此三種情況分別爲高能力者的自我選擇條件受限、低能力者的自我選擇條件受限以及高、低能力者的自我選擇條件均不會受限等。

[27]相對於 $\tau_H^{ij} = 0$ ($\eta_L^{ij} = 0$) 的解, 在受補償的情況下透過微量的降低 τ_H 並提高 T_H, 高能力的效用維持不變, 而低能力的效用亦不受影響, 然而卻造成低能力模仿者的效用 (模仿誘因) 下降, 因此 $\tau_H^{ij} < 0$ 可放寬低能力的自我選擇限制式。

[28]這些推理過程均可透過觀察 (37)、(38) 式而得知。

(3) 高能力的自我選擇限制式會受限產生作用 (即 $\eta_H^{ij} > 0$), 此時, 高能力者有誘因模仿低能力者, 稅務機關爲了防範高能力者的模仿行爲, 租稅結構的設計在受補償的情況下將會透過課稅方式扭曲低能力者的行爲來降低高能力者的模仿誘因, 致使其面對的邊際稅率大於 0 ($\tau_L^{ij} > 0$),[29] 相對地此時低能力不會有誘因模仿高能力, 因而不須扭曲高能力者的行爲, 致使其面對的邊際稅率爲 0 ($\tau_H^{ij} = 0$)。

綜合言之, 在 Stiglitz (1982) 的模型下, 只要低能力沒有誘因模仿高能力, 則高能力所面對的邊際稅率均爲0。如前言所述, 傳統所得稅理論主要的爭論在於最高所得者的邊際稅率是否爲 0, 因此文後爲了著重在此一論點的探討, 同時也解決本模型解的多樣性問題, 本文遵循 Boadway and Keen (1993)、Boadway, Marchand, and Pestieau (1994)、Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 與 Racionero (2001) 等傳統文獻,[30] 在求解柏瑞圖效率的租稅結構問題下, 透過保證低能力者的效用不低於某個水準, 使得低能力者不會有誘因模仿高能力者的這種情況來與傳統結果作一對照, 換言之, 此時低能力者的自我選擇限制式不會受限, 即 $\eta_L^{ij} = 0$。

在上述 $\eta_L^{ij} = 0$ 的前提下, (38) 式進一步可簡化爲如下:

$$\tau_H^{ij} = \frac{-(-1)^i \theta_H^{ij} \left(\bar{w}_{\tau_H}^H\right)^c}{\mu^{ij} \lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{Hi}}, \quad i, j = 0, 1。 \tag{38'}$$

此一結果隱含, 當高能力者的門檻限制式在四種子情況下都沒有產生作用時, 本模型即退化爲傳統高能力者面對的邊際稅率爲 0 這個結果; 然而, 給定 P^{ij} 爲問題 (P) 的最適解, 當高能力者的門檻限制式產生作用時 (即

[29]相對於 $\tau_L^{ij} = 0$ ($\eta_H^{ij} = 0$) 的解, 在受補償的情況下透過微量的提高 τ_L 並降低 T_L, 低能力的效用維持不變, 而高能力的效用亦不受影響, 然而卻造成高能力模仿者的效用 (模仿誘因) 下降, 因此 $\tau_L^{ij} > 0$ 可放寬高能力的自我選擇限制式。

[30]這些文獻在設定柏瑞圖效率的租稅結構問題時, 爲了簡化分析只考慮高能力者的自我選擇限制式; 而本文的模型設定則同時考慮高、低能力者的自我選擇限制式, 因而由 (37)、(38) 式的公式清楚的呈現了影響高、低能力邊際稅率的因素 (如同命題1 所述高能力的邊際稅率除了與課稅後不可分割財的消費型態有關外, 同時也取決於低能力的自我選擇限制式以及高能力的工資門檻限制式是否會受限)。然而爲了著重在最高所得者的邊際稅率是否爲 0 的探討, 本文在低能力沒有誘因模仿高能力 (亦即 $\eta_L^{ij} = 0$) 的前提下與傳統文獻作一比較。

$\theta_H^{ij} > 0$), 高能力者面對的邊際稅率將不爲 0。假若最適解屬於 P^{1j} 且 $\theta_H^{1j} > 0$ 時, $\tau_H^{1j} = \theta_H^{1j}(\bar{w}_{\tau_H}^H)^c/\mu^{1j}\lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{H1} < 0$, 其經濟意涵在於當此一門檻限制式產生作用時, 而 T_H 的課徵將受限於該限制式 (亦可能受限於高能力自我選擇限制式), 導致 b_H^{1j} 無法達到 1 的最適水準, 因此 $b_H^{1j} < 1$;[31] 相對於 $\tau_H^{1j} = 0$ ($\theta_H^{1j} = 0$) 的解, 透過 τ_H 的下降雖然會對高能力者受補償的勞動供給產生向上的扭曲 (間接誘發補貼成本的增加), 但同時也會對其受補償最適門檻的受限產生放寬的效果,[32] 亦即在受補償的情況下對高能力者的邊際補貼會進一步降低邊界門檻, 存在效率提升的空間,[33] 換言之, 在維持稅收不變的前提下, 透過微量的降低 τ_H 並提高 T_H, 可以放寬高能力的工資門檻限制, 讓 b_H^{1j} 進一步貼近於 1, 所以 $\tau_H^{1j} < 0$。而當最適解屬於 P^{0j} 且 $\theta_H^{0j} > 0$ 時, $\tau_H^{0j} = -\theta_H^{0j}(\bar{w}_{\tau_H}^H)^c/\mu^{0j}\lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{H0} > 0$, 同理, 相對於 $\tau_H^{0j} = 0$ ($\theta_H^{0j} = 0$) 的解, 透過 τ_H 的提高雖然會對高能力者受補償的勞動供給產生向下的扭曲 (間接誘發稅收的減少), 但同時也會對其受補償最適門檻的受限產生放寬的效果,[34] 所以 $\tau_H^{0j} > 0$。

此外, 在本文的設定之下, 納稅人除工資能力不同外, 具有相同的效用函數; 因而在消費與休閒兩決策間爲加總可分的效用函數下, 納稅人的最適化問題可分解爲兩個階段, 給定勞動供給, 在所對應的租稅菜單下, 可支配所得隨即敲定, 一旦可支配所得決定後則其消費型態亦將被決定。另外, 依據不可分割財爲正常財的假設可得以下的輔助定理 4:

輔助定理 4. 在本文的設定之下, 不管是高或低能力的納稅人, 都會存在一個可支配所得 (令爲 c) 的門檻值 $\bar{c}$, 使得當 $c \geq \bar{c}$ 時, 該納稅人將會購買不可分割財; 反之, 將不會購買不可分割財。

---

[31]由 (36) 式及低能力的自我選擇限制式未受限 ($\eta_L^{1j} = 0$) 可推得 $b_H^{1j} = 1-[(\eta_H^{1j}\alpha^{H1} + \theta_H^{1j}\bar{w}_{T_H}^H)/\mu^{1j}\lambda] < 1$。

[32]由於 $i = 1$ 代表高能力會購買不可分割財, 亦即 $\bar{w}(\tau_H, T_H) \leq w^H$。在門檻限制式產生作用時, 前式等號會成立, 此時一旦降低 τ_H 則門檻的受限便會產生放寬的效果。

[33]由註腳31 得知當 $\eta_H^{1j} > 0$、$\theta_H^{1j} > 0$ 時, $b_H^{1j} < 1$; 當 $\eta_H^{1j} = 0$、$\theta_H^{1j} = 0$ 時, $b_H^{1j} = 1$。因此當放寬高能力的工資門檻限制式時, 透過政策工具的調整可讓高能力者的所得淨社會邊際效用水準 (b_H^{1j}) 更趨近於 1 的目標。

[34]由於 $i = 0$ 代表高能力不會購買不可分割財, 亦即 $w^H \leq \bar{w}(\tau_H, T_H)$。在門檻限制式產生作用時, 前式等號會成立, 此時一旦提高 τ_H 則門檻的受限便會產生放寬的效果。

此一輔助定理捕捉了稅後所得能力愈高購買不可割財的意願愈高之事實。另外, 若以 c^h 代表納稅人在稅制組合 (τ_h, T_h) 下的可支配所得, 即 $c^h = (1-\tau_h)w^h l^h(w^h, \tau_h, T_h) - T_h$, 則在滿足高能力者的自我選擇條件的前提下, $c^H > c^L$; 否則, 當 $c^H \leq c^L$ 時, 高能力者選擇 (τ_L, T_L) 可以獲得較高 (或相同) 的可支配所得, 同時擁有較高的休閒, 將會違反高能力者的自我選擇條件。因此, 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, 絕對不會產生納稅人的可支配所得逆轉, 並造成低能力者會購買不可分割財, 而高能力者不會購買不可分割財的現象。也就是 $(i, j) \neq (0, 1)$, 因此可以排除 P^{01} 這種情況。另外, 由輔助定理4可知, 若課稅後兩類型的納稅人都會購買不可分割財, 則因爲 $c^H > c^L$ 的關係, 所以僅有低能力納稅人的門檻限制式可能會受限, 亦即 (25d) 與 (26d) 兩式中僅有 $\bar{w}(\tau_L, T_L) \leq w^L$ 這個限制式可能會產生作用, 而 $\bar{w}(\tau_H, T_H) \leq w^H$ 限制式不會產生作用, 因此 $\theta_H^{11} = 0$。[35] 問題至此, (38') 式當中, θ_H^{ij} 不爲0的情況, 僅剩下 θ_H^{10} 與 θ_H^{00} 兩種。因而當問題 (P) 的最適解屬於 P^{10} 且 $\theta_H^{10} > 0$ 時, $\tau_H^{10} = \theta_H^{10}(\bar{w}_{\tau_H}^H)^c/\mu^{10}\lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{H1} < 0$, 否則爲0; 當問題 (P) 的最適解屬於 P^{00} 且 $\theta_H^{00} > 0$ 時, $\tau_H^{00} = -\theta_H^{00}(\bar{w}_{\tau_H}^H)^c/\mu^{00}\lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{H0} > 0$, 否則爲0; 此一結果有異於傳統高能力者面對邊際稅率必定爲0之結果。由以上的分析, 我們可知滿足柏瑞圖效率的租稅結構具有以下的特性:

命題 2. 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, 當低能力者的自我選擇條件沒有受限時, 由於高能力者的門檻限制式可能會受限, 使得高能力者面對的邊際稅率不必然爲0。

值得一提的是, 唯有 P^{10} 與 P^{00} 兩個子問題之高能力的門檻限制式會受限的情況下, 即 $\theta_H^{10} > 0$ 或 $\theta_H^{00} > 0$, 柏瑞圖效率的租稅結構下的高能力者面對的邊際稅率方不爲0, 然而在先驗上我們很難證明上述的結果是否一定存在, 因此我們藉由數學模擬分析來驗證此一問題。

5 數値分析

本節以 Cobb-Douglas 的效用函數爲例, 即 $U^h = \ln x^h + \delta \ln(1+z^h) +$

[35]同理, 若課稅後兩類型的納稅人都不會購買不可分割財, 僅有高能力納稅人的門檻限制式可能會受限, 而低能力納稅人的門檻限制式則不會產生作用, 因此 $\theta_L^{00} = 0$。

$v\ln(1-l^h)$, $h=H,L$, 其中 δ 爲不可分割財的效用權數, v 爲休閒的效用權數, 在不同參數水準之下進行數值模擬分析, 其中包括在相同參數組合下對本文模型與傳統模型之柏瑞圖效率問題作一比較。主要目的除了說明在本文模型下隨著參數的調整變化, 何種 (子問題 P^{ij}) 情況會勝出, 以及所對應的柏瑞圖效率之邊際稅率與拉式乘數最適解爲何, 更重要的是釐清在本文模型中當低能力的自我選擇限制式沒有受限, 而高能力的門檻限制式受限, 使得高能力面對的邊際稅率不必然爲0的結果, 其所對應的參數組合是否仍使傳統模型下低能力的自我選擇限制式不會受限, 進而得到高能力的邊際稅率爲0的結果仍舊成立。值得一提的是, 爲了簡化分析, 傳統可無限細分的消費財 x 設定只有一種。以下舉三個表來說明。

表1是在給定 $w^H=280$、$w^L=160$、$q_x=1$、$q_z=134$、$v=6$、$\delta=6.5$、$\bar{R}=6$、$\lambda=0.1$、$U_s^L=1$ 的參數組合下讓 U_s^L 調整變化所產生的模擬結果。從表1 $U_s^L=1.8$ 開始, 隨著 U_s^L 的調升, 傳統模型中的 η_L 不再大於0 (隱含 $\eta_L=0$), 進而得到高能力面對的邊際稅率爲0的結果, 該組參數的調整呼應了 Boadway and Keen (1993)、Boadway, Marchand, and Pestieau (1994)、Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 與 Racionero (2001) 等文獻, 主張透過保證低能力的效用不低於某個水準 (U_s^L), 將使得低能力不會有誘因模仿高能力, 因而產生低能力的自我選擇限制式不會受限的情形; 當 $U_s^L=2.05$ 時 (低能力的最低保證效用水準太高), 傳統模型中的高能力有誘因想要模仿低能力, 致使 $\eta_H>0$, 進而得到低能力面對的邊際稅率大於0。在表1的參數組合下, 相對於傳統模型,[36] U_s^L 的調升在本文模型的柏瑞圖效率問題亦有類似的樣貌, 不同的是本文模型會有子問題 P^{ij} 勝出的比較,[37] 尤其在 $U_s^L=1.9$ 時, P^{10} 仍會勝出同時多了高能力的工資門檻限制式產生作用的效果 ($\theta_H^{10}>0$),[38] 因而得出 $\tau_H^{10}=-0.0084$ 該種異於傳統高能力邊際稅率爲0的結果, 由於此時的參數組合對應到傳統模

[36]隨著 U_s^L 的調升, 主要限制式的變化從 $\eta_H=0,\eta_L>0$ 調整至 $\eta_H=0,\eta_L=0$ 最後轉變成 $\eta_H>0,\eta_L=0$。

[37]當 U_s^L 相對較小時, 租稅待遇對高能力者有利, 由於不可分割財爲正常財, 因此隨著 U_s^L 的調升, 子問題的勝出會從 P^{10} 轉變成 P^{00}。

[38]其原因在於, 隨著 U_s^L 的調升, 高能力的租稅結構會使其工資門檻亦隨之調高, 當 $U_s^L=1.9$ 時, 此一門檻限制式便產生了作用。

表 1: 給定 $w^H = 280$、$w^L = 160$、$q_x = 1$、$q_z = 134$、$v = 6$、$\delta = 6.5$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.1$、$U_s^L = 1$ 的參數組合與調整各種 U_s^L 水準下的柏瑞圖效率問題 (包括在相同參數組合下本文模型與傳統模型的比較)

	本文模型 (x 可無限細分, z 爲不可分割財)				傳統模型 (x, z 均可無限細分)	
參數的調整	勝出的子問題	產生作用的限制式	柏瑞圖效率的邊際稅率	目標值 V^{Hz}	產生作用的限制式 (表 1 註 1)	柏瑞圖效率的邊際稅率
$U_s^L = 1$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\eta_L^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -4.8730$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 6.1349$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -1.2756$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.5$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\eta_L^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.9062$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 5.4955$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.5210$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.7$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 4.4101$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.1791$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.8$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.6445$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.9$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0084$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 2.7717$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.92$	P^{00}	$\gamma^{00} > 0$ $\mu^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = 0$ $\tau_L^{00} = 0$	$V^{H0} = 2.6968$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 1.965$	P^{00}	$\gamma^{00} > 0$ $\mu^{00} > 0$ $\eta_H^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = 0$ $\tau_L^{00} = 0.0208$	$V^{H0} = 2.4670$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$U_s^L = 2.05$	不存在	不存在	不存在	不存在	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_H > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0.0362$

註: 1. $\gamma, \mu, \eta_H, \eta_L$ 分別代表在傳統模型下低能力者的最低效用保證的限制式、政府的預算限制式以及高、低能力者的自我選擇限制式之拉式乘數。

2. 表中只顯示產生作用的限制式之乘數, 相對地其他未產生作用的限制式之乘數則忽略之, 例如: 當 $U_s^L = 1.9$ 時, $\gamma^{10} > 0$、$\mu^{10} > 0$、$\theta_H^{10} > 0$, 相對地隱含 $\theta_L^{10} = 0$、$\eta_H^{10} = 0$、$\eta_L^{10} = 0$。

3. 當 $U_s^L = 2.05$ 時, 本文模型的柏瑞圖效率解並不存在, 原因在於此時 V^{H0} 可能會小於 $U_s^L = 2.05$ 水準, 在滿足柏瑞圖效率的租稅結構下, 絕對不會產生高能力納稅人的效用逆轉的情況。

型, 低能力並沒有誘因模仿高能力, 致使 $\tau_H = 0$, 更證實了 $\tau_H^{10} < 0$ 純粹是由高能力的工資門檻限制式受限所造成的。值得一提的是, 在 $U_s^L = 1.7$ 時, 傳統模型中低能力有誘因模仿高能力 ($\eta_L > 0$), 但對應到本文模型時, 由於不可分割財選擇的受限 (z 財的消費範圍由 [0,1] 區間變爲僅能0與1兩種選擇) 以及 P^{10} 的勝出提高了低能力模仿高能力的成本, 進而抑制了低能力的模仿 ($\eta_L^{10} = 0$); 而在 $U_s^L = 1.965$ 時, 傳統模型中高能力沒有誘因模仿低能力 ($\eta_H = 0$), 但對應到本文模型時, 由於不可分割財選擇的受限以及 P^{00} 的勝出使得高能力變得相對較差,[39] 進而誘使高能力提前模仿低能力 ($\eta_H^{00} > 0$)。

一般而言, 當 w^H 愈低或 w^L 愈高時, 低能力者愈有誘因與能力模仿高能力者, 接著, 我們想探究隨著 w^H 的調升或 w^L 的調降, 柏瑞圖效率之租稅結構將如何變化, 是否仍存在一組參數組合在傳統模型與本文模型下低能力的自我選擇限制式均不會受限, 而高能力的工資門檻限制式會受限, 致使高能力面對的邊際稅率爲負的情況? 我們從表2的結果顯示: 給定 $w^L = 160$、$q_x = 1$、$q_z = 130$、$v = 5.5$、$\delta = 5.1$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.5$、$U_s^L = 1.5$ 的參數組合, 當 w^H 水準介於294與303之間, 在這些工資範圍內子問題 P^{10} 均會勝出, 同時 $\gamma^{10} > 0$、$\mu^{10} > 0$、$\theta_H^{10} > 0$, 換言之, 即使在低能力的自我選擇限制式不會受限 ($\eta_L^{10} = 0, \eta_L = 0$) 的前提下, 透過高能力工資門檻限制式的受限 ($\theta_H^{10} > 0$) 也都能得出 $\tau_H^{10} < 0$ 的結果。同理, 表3顯示: 給定 $w^H = 300$、$q_x = 1$、$q_z = 130$、$v = 5.5$、$\delta = 5.1$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.5$、$U_s^L = 1.5$ 的參數組合, 當 w^L 水準介於172與155之間, 亦得出 $\tau_H^{10} < 0$ 的結果。值得一提的是, 表2中當 $w^H = 274 - 293$ 時, 傳統模型中低能力並沒有誘因模仿高能力 ($\eta_L = 0$), 致使 $\tau_H = 0$, 然而對應到本文模型時, 由於不可分割財選擇的受限以及 P^{00} 的勝出降低了低能力模仿高能力的成本, 進而使低能力有誘因模仿高能力 ($\eta_L^{00} > 0$), 然而此時高能力工資門檻亦同時受限產生相反方向的作用 ($\theta_H^{00} > 0$), 不過前者效

[39] 在傳統模型中, z 財的最適消費可在 [0,1] 區間選擇, 而本文模型在 $U_s^L = 1.965$ 時 P^{00} 的勝出使得高、低能力被迫僅能在0與1兩種決策中選擇 $z^H = z^L = 0$, 高、低能力的效用均變得較差, 但由於保證 $U_s^L = 1.965$, 低能力的租稅待遇會變好, 相對地高能力的租稅待遇將變得比傳統模型時更差, 因此在 $U_s^L = 1.965$ 時, 高能力效用的下降使其有誘因模仿低能力。

表 2: 給定 $w^H = 265$、$w^L = 160$、$q_x = 1$、$q_z = 130$、$v = 5.5$、$\delta = 5.1$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.5$、$U_s^L = 1.5$ 的參數組合與調整各種 w^H 水準下的柏瑞圖效率問題 (包括在相同參數組合下本文模型與傳統模型的比較)

	本文模型 (x 可無限細分, z 爲不可分割財)				傳統模型 (x, z 均可無限細分)	
參數的調整	勝出的子問題	產生作用的限制式	柏瑞圖效率的邊際稅率	目標值 V^{Hz}	產生作用的限制式 (表 1 註 1)	柏瑞圖效率的邊際稅率
$w^H = 265$	P^{00}	$\mu^{00} > 0$ $\theta_H^{00} > 0$ $\eta_L^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = -0.2151$ $\tau_L^{00} = 0$	$V^{H0} = 2.7351$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.0470$ $\tau_L = 0$
$w^H = 273$	P^{00}	$\mu^{00} > 0$ $\theta_H^{00} > 0$ $\eta_L^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = -0.1716$ $\tau_L^{00} = 0$	$V^{H0} = 2.7717$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.0038$ $\tau_L = 0$
$w^H = 274$	P^{00}	$\mu^{00} > 0$ $\theta_H^{00} > 0$ $\eta_L^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = -0.1664$ $\tau_L^{00} = 0$	$V^{H0} = 2.7761$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 293$	P^{00}	$\mu^{00} > 0$ $\theta_H^{00} > 0$ $\eta_L^{00} > 0$	$\tau_H^{00} = -0.0755$ $\tau_L^{00} = 0$	$V^{H0} = 2.8536$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 294$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0681$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 2.8729$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 300$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0249$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 2.9886$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 303$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0047$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.0439$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 304$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.0620$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^H = 330$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.4867$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$

果較強致使 $\tau_H^{00} < 0$,[40] 此外, 在 P^{00} 的勝出下, 高能力工資門檻受限的效

[40]由 (38) 式得知 $\tau_H^{00} = [\eta_L^{00} \cdot (\hat{V}_{\tau_H}^{L0})^c - \theta_H^{00} \cdot (\bar{w}_{\tau_H}^{H})^c]/\mu^{00}\lambda w^H \tilde{l}_{\tau_H}^{H0}$, 其中 $(\hat{V}_{\tau_H}^{L0})^c > 0$、

表 3: 給定 $w^H = 300$、$w^L = 186$、$q_x = 1$、$q_z = 130$、$v = 5.5$、$\delta = 5.1$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.5$、$U_s^L = 1.5$ 的參數組合與調整各種 w^L 水準下的柏瑞圖效率問題 (包括在相同參數組合下本文模型與傳統模型的比較)

參數的調整	本文模型 (x 可無限細分, z 爲不可分割財) 勝出的子問題	產生作用的限制式	柏瑞圖效率的邊際稅率	目標值 V^{Hz}	傳統模型 (x, z 均可無限細分) 產生作用的限制式 (表 1 註 1)	柏瑞圖效率的邊際稅率
$w^L = 186$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.2326$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.1496$ $\tau_L = 0$
$w^L = 175$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = 0$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.1287$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.0255$ $\tau_L = 0$
$w^L = 174$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0009$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.1193$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$ $\eta_L > 0$	$\tau_H = -0.0150$ $\tau_L = 0$
$w^L = 172$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0043$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 3.1005$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^L = 160$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0249$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 2.9886$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$
$w^L = 155$	P^{10}	$\gamma^{10} > 0$ $\mu^{10} > 0$ $\theta_H^{10} > 0$	$\tau_H^{10} = -0.0336$ $\tau_L^{10} = 0$	$V^{H1} = 2.9425$	$\gamma > 0$ $\mu > 0$	$\tau_H = 0$ $\tau_L = 0$

果 ($\theta_H^{00} > 0$) 會削弱低能力自我選擇受限的效果 ($\eta_L^{00} > 0$), 因而使得低能力的最低效用保證限制式不會產生作用 ($\gamma^{00} = 0$、$U_s^L > 1.5$)。

最後值得注意的是, 給定 $w^H = 280$、$w^L = 160$、$q_x = 1$、$q_z = 82$、$v = 5$、$\delta = 6$、$\bar{R} = 6$、$\lambda = 0.7$、$U_s^L = 3$ 的參數組合下, 模擬結果顯示: 此時子問題 P^{10} 會勝出, 且產生作用的限制式之拉式乘數分別爲 $\gamma^{10} > 0$、$\mu^{10} > 0$、$\theta_L^{10} > 0$, 亦即透過低能力工資門檻限制式的受限 ($\theta_L^{10} > 0$), 因而得出 $\tau_L^{10} = 0.0915$ 的結果, 換言之, 低能力者的邊際稅率的確會受低

$(\bar{w}_{\tau_H}^H)^c > 0$, 當低能力自我選擇受限的效果大於高能力工資門檻受限的效果時, $\tau_H^{00} < 0$。

能力工資門檻受限的影響。從以上的數值模擬分析可得知, 本文模型中柏瑞圖效率之租稅結構會比傳統模型多出了子問題 P^{ij} 勝出的比較, 以及高、低能力工資門檻受限的效果, 此數值分析呼應了本文理論模型中命題1的主張; 而低能力者的自我選擇條件在傳統模型與本文模型中均沒有受限的前提下, 由於高能力工資門檻的受限, 使得高能力面對的邊際稅率爲負, 此結果驗證了命題2的主張; 由表1中 $U_s^L = 1.7$、$U_s^L = 1.965$ 與表2中 $w^H = 274 - 293$ 的例子, 可了解到相對於傳統模型, 不可分割財選擇受限的特質與子問題 P^{ij} 何者勝出均會影響本文模型中是否會提高或降低高、低能力者模仿的誘因。

依據本文的模擬分析顯示了以下幾個重要結果:

(1) 只要 U_s^L 夠大, 低能力者的自我選擇條件的限制式的確不會受限, 此一結果呼應了 Boadway and Keen (1993)、Boadway, Marchand, and Pestieau (1994)、Nava, Schroyen, and Marchand (1996) 與 Racionero (2001) 等文獻之論述 (請參見表1)。

(2) 本文模型中最適解屬於 P^{10} 且 $\gamma^{10} > 0$、$\mu^{10} > 0$、$\theta_H^{10} > 0$、$\tau_H^{10} < 0$ 的情況, 亦即: 命題2中即使低能力者的自我選擇條件在傳統模型與本文模型中 ($\eta_L = 0$、$\eta_L^{10} = 0$) 均沒有受限, 由於高能力者的門檻限制式會受限, 使得其面對的邊際稅率爲負 (不必然爲0) 的情況的確存在。這個結果是本文與傳統文獻最大不同之處 [請參見表1中 $U_s^L = 1.9$ 及表2中 $w^H = 294 - 303$、表3中 $w^L = 172 - 155$ 的情況]。

(3) 本文模型中最適解屬於 P^{10} 且 $\gamma^{10} > 0$、$\mu^{10} > 0$、$\theta_L^{10} > 0$ 的情況, 亦即: 命題1中低能力者的邊際稅率會受低能力者的門檻限制式受限的影響也的確存在。

6 不可分割財的消費行為是否可觀察的問題

本文假設不可分割財的消費行爲是無法觀察得到, 則高能力者只需模仿低能力者的毛所得即可, 如前文所示, 輔助定理3會成立; 假若不可分割財的消費行爲是可觀察得到, 則高能力者要僞裝成低能力者, 除了要調整毛所

得水準使其相同外, 不可分割財的消費狀態亦需調至與低能力者相同。然而本文中具有相同的效用函數, 且該函數滿足消費與休閒決策間具備可分的性質, 一旦納稅人選擇要僞裝成其他類型的納稅人, 則該模仿者的勞動供給與可支配所得水準就外生受限制住, 此時傳統消費財與不可分割財的購買決策只取決於可支配所得的多寡, 不會受到休閒水準的影響, 因而當納稅人選擇背離稅制時, 模仿者與被模仿者的消費決策將相同。因此, 即使不可分割財的消費行爲是可觀察得到, 輔助定理 3 仍舊會成立, 不會影響本文所獲致的結果。

7 問題與討論

值得再次提醒的是本文在柏瑞圖效率之租稅結構的求解過程與傳統的作法稍有不同。典型的兩類型柏瑞圖效率的租稅結構問題, 即在滿足自我選擇條件以及政府的預算限制式下, 給定低能力者的效用水準以極大化高能力者的效用水準。不同的是, 在引進了不可分割財 z 後, 由於該財貨的消費所具有的離散性質, 使得求解過程變得較爲複雜。雖然一開始的求解過程是, 分別在給定 $z = 0$ 與 $z = 1$ 下, 求取所對應的傳統消費財與勞動供給的最適決策。乍看之下, 會以爲 z 的決策是外生, 然而事實上, 最後決策究竟爲 $z = 0$ 或 $z = 1$ 仍必須取決於哪一個組合帶來的效用水準較高而定, 換言之, 傳統消費財、不可分割財與勞動的最適決策是同時內生決定的。對於某些租稅組合, 納稅人會選擇 $z = 1$; 而在某些租稅組合下, 納稅人則會選擇 $z = 0$, 換言之, 個人 h 的最適決策行爲不再是一個連續可微的函數關係, 而是兩段函數關係。因此, 在求解效率的租稅結構問題之前, 必須確認納稅人在其所對應的租稅套餐之下是屬於哪一段函數關係, 才能利用微分這個分析工具進行解析。由於本文架構在高、低能力兩類型納稅人以及不可分割財僅有買與不買兩種消費型態上, 因此可將租稅套餐 $[(\tau_H, T_H)$、$(\tau_L, T_L)]$ 的最適設計問題區分爲四種可能的情況 [(P^{10}) 只有高能力買不可分割財、(P^{01}) 只有低能力買不可分割財、(P^{11}) 均買、(P^{00}) 均不買], 再分別由此四個區塊中求取柏瑞圖的效率解。此外, 在滿足高能力者自我選擇條件的前提下, 可排除 (P^{01}) 只有低能力買不可分割財的情況。因此, 政府最適租稅政策將取決於哪一個範圍的局部最適租稅套餐帶給高

能力較高的效用水準而定, 換言之, 存在不可分割財下的柏瑞圖效率解是求解 maxmax 的問題。值得注意的是, 將租稅套餐 $[(\tau_H, T_H)$、$(\tau_L, T_L)]$ 的最適設計問題強加區分爲三種可能的範圍以求解局部最適, 乍看之下, 會以爲租稅套餐的設計決策是外生給定, 但事實上, 乃是因爲不可分割財的離散性質, 使得在本文架構下兩類型納稅人的最適決策行爲的組合會存在三段函數關係, 在分別求解局部最適後, 再求解全域的最適租稅政策, 整體而言, 最適租稅套餐的設計是內生決定的。

8 結論

在傳統的租稅理論中, 爲了數理分析上的方便均隱含假設商品可無限細分來探討最適稅制, 而忽略消費支出具有不可分割性的事實。在現實的生活中, 許多財貨的消費並非無限可細分, 即使是可分割財通常亦以不可分割的數量銷售, 比如以桶裝、瓶裝、袋裝的方式當作最小的銷售單位出售。因此, 消費的不可分割性使得該類財貨的購買存在消費門檻的限制, 只有當納稅人的工資能力大於所對應的工資門檻值, 他才會選擇購買該財。而在實際生活中, 不同所得的納稅人對商品需求的組成也的確存在差異, 我們可以觀察到納稅人並非所有的財貨均會購買, 例如窮人總是無法買得起某類商品, 而富人 (相較於窮人) 不僅可以消費較多的商品種類, 而且可以消費較佳的商品品質。引進消費的不可分割性, 將使得不同所得水準的納稅人擁有不同的消費結構, 更能解釋實際現象。換言之, 誠如 Ng (1965) 所言涵蓋消費具不可分割性才是一種常態, 而且應該是大衆皆可認知的事實。

本文旨在分析引進不可分割財對最適非線性所得稅結構的影響。比較有趣的是, 在傳統 Stiglitz (1982) 的 (外生工資率) 模型架構下, 低能力者沒有僞裝成高能力者的誘因, 使得租稅的設計不需透過扭曲高能力者的決策來防範低能力者選擇高能力者的契約, 最後導致高能力者面對的邊際稅率爲0。不同於該模型所獲致的結果, 當經濟體系存在不可分割財時, 租稅組合中的固定稅額之課徵, 將可能會受限於不可分割財的門檻之限制, 導致該租稅工具的課徵無法讓高能力者的所得淨社會邊際效用等於 1 的最適水準; 因而在維持稅收不變的前提下, 相對於傳統高能力邊際稅率爲 0 的解, 透過高能力者的邊際稅率之降低並搭配其固定稅額的提高, 讓其所得淨社

會邊際效用水準更貼近於 1, 進而提升社會的福利水準, 此一結果導致高能力者的邊際稅率不會為0而為負。換言之, 當經濟體系存在不可分割財時, 將可能可以透過高能力者邊際稅率的降低, 來放寬高能力者的門檻限制式, 進而提升社會的福祉。

由此可知柏瑞圖效率的租稅結構會受到商品的不可分割性的影響, 一旦忽略此一事實, 將可能導致租稅設計的偏誤。值得一提的是, 為了簡化分析, 本文仿照 Stiglitz (1982) 一文採取二元架構分析柏瑞圖效率的租稅結構問題, 此一模型的缺點在於僅能求取高、低能力者間邊際稅率的相對大小, 而未能求取較一般化的邊際稅率函數, 因此無法與現實上的租稅制度作一對照; 未來可將模型架構擴展為連續的情況來解決此一問題。

數學附錄1

有關模仿者對租稅政策反應的比較靜態分析:

給定被模仿者 h' 遵從稅制時的不可分割財決策為 $z' \in \{0, 1\}$, 根據輔助定理3得知, 當納稅人 h 選擇模仿 h' 時, 該模仿者在可支配所得 $((1-\tau_{h'})w^{h'}l^{h'z'} - T_{h'})$ 與受限的勞動供給 $(\hat{l}^{hz'})$ 水準下, 其稅後最適消費決策與被模仿者相同, 即此時 $\hat{z}^h = z'$, 且 $\hat{\mathbf{x}}^{hz'}(\tau_{h'}, T_{h'}; \hat{l}^{hz'}) = \mathbf{x}^{h'z'}(\tau_{h'}, T_{h'})$。將此時受限下的條件間接效用函數令為 $\hat{V}^{hz'}(\tau_{h'}, T_{h'}) \equiv U(\hat{\mathbf{x}}^{hz'}, z', \hat{l}^{hz'} \equiv w^{h'}l^{h'z'}/w^h)$, 因此, 模仿者所面對的拉式函數為:

$$\begin{aligned}\hat{L}^{hz'} &= u\left(\hat{\mathbf{x}}^{hz'}, z'\right) + v\left[1 - \hat{l}^{hz'}\left(w^{h'}l^{h'z'}\left(\tau_{h'}, T_{h'}\right)\right)\right] \\ &\quad + \hat{\alpha}^{hz'} \cdot \left[(1-\tau_{h'}) \cdot w^{h'}l^{h'z'}\left(\tau_{h'}, T_{h'}\right) - T_{h'} - \mathbf{q_x}\hat{\mathbf{x}}^{hz'} - q_z z'\right]。\end{aligned}$$

值得注意的是, $\hat{l}^{hz'}$ 受限於 $w^{h'}l^{h'z'}$ 水準, 並未最適化, 因而透過包絡定理可得到 (19) 與 (20) 式的比較靜態如下:

$$\begin{aligned}\hat{V}^{hz'}_{\tau_{h'}} &= -v' \cdot \frac{\partial \hat{l}^{hz'}}{\partial w^{h'}l^{h'z'}} \frac{\partial w^{h'}l^{h'z'}}{\partial \tau_{h'}} + \hat{\alpha}^{hz'}\left[-w^{h'}l^{h'z'} + (1-\tau_{h'})\frac{\partial w^{h'}l^{h'z'}}{\partial \tau_{h'}}\right] \\ &= \hat{\pi}^h \hat{\alpha}^{hz'} \frac{\partial w^{h'}l^{h'z'}}{\partial \tau_{h'}} - \hat{\alpha}^{hz'} w^{h'}l^{h'z'},\end{aligned}$$

$$\hat{V}^{hz'}_{T_{h'}} = -v' \cdot \frac{\partial \hat{l}^{hz'}}{\partial w^{h'} l^{h'z'}} \frac{\partial w^{h'} l^{h'z'}}{\partial T_{h'}} + \hat{\alpha}^{hz'} \left[(1-\tau_{h'}) \frac{\partial w^{h'} l^{h'z'}}{\partial T_{h'}} - 1 \right]$$
$$= \hat{\pi}^h \hat{\alpha}^{hz'} \frac{\partial w^{h'} l^{h'z'}}{\partial T_{h'}} - \hat{\alpha}^{hz'},$$

其中, $\hat{\pi}^h \equiv (1-\tau_{h'}) - [v'(1-\hat{l}^{hz'})/\hat{\alpha}^{hz'} w^h]$。由於模仿者的稅後最適消費決策與被模仿者相同 ($\hat{z}^h = z'$, $\hat{\mathbf{x}}^{hz'} = \mathbf{x}^{h'z'}$), 透過 (3) 式可得知 $\hat{\alpha}^{hz'} = \alpha^{h'z'}$, 當 $h = H$ 時, 又因爲 $\hat{l}^{Hz'} < l^{Lz'}$、$v" < 0$, 因而 $[v'(1-\hat{l}^{Hz'})/\hat{\alpha}^{Hz'}] < [v'(1-l^{Lz'})/\alpha^{Lz'}]$, 再透過 (4) 式便可推得 $1-\hat{\tau}_H = [v'(1-\hat{l}^{Hz'})/\hat{\alpha}^{Hz'} w^H] < [v'(1-l^{Lz'})/\alpha^{Lz'} w^L] = 1-\tau_L$, 進而得出 $\hat{\pi}^H > 0$; 當 $h = L$ 時, 因爲 $\hat{l}^{Lz'} > l^{Hz'}$、$v" < 0$, 因而 $[v'(1-\hat{l}^{Lz'})/\hat{\alpha}^{Lz'}] > [v'(1-l^{Hz'})/\alpha^{Hz'}]$, 再透過 (4) 式便可推得 $1-\hat{\tau}_L = [v'(1-\hat{l}^{Lz'})/\hat{\alpha}^{Lz'} w^L] > [v'(1-l^{Hz'})/\alpha^{Hz'} w^H] = 1-\tau_H$, 進而得出 $\hat{\pi}^L < 0$。

數學附錄2

透過 Roy's identity ($V^{Lj}_{T_L} = -\alpha^{Lj}$、$V^{Hi}_{T_H} = -\alpha^{Hi}$) 以及定義式 $b_{Lj} \equiv [\gamma^{ij}\alpha^{Lj}/\mu^{ij}(1-\lambda)] - \tau_L w^L l^{Lj}_{T_L}$、$b_{Hi} \equiv (\alpha^{Hi}/\mu^{ij}\lambda) - \tau_H w^H l^{Hi}_{T_H}$, 可將 (27)、(28) 式表達爲 (35)、(36) 式; 另外, 分別求解聯立解 $(29) - w^L l^{Lj} \cdot (27) = 0$、$(30) - w^H l^{Hi} \cdot (28) = 0$, 並透過 Roy's identity 關係式 ($V^{Lj}_{\tau_L} = V^{Lj}_{T_L} w^L l^{Lj}$、$V^{Hi}_{\tau_H} = V^{Hi}_{T_H} w^H l^{Hi}$)、(19)、(20) 式以及 Slutsky 方程式 ($l^{Lj}_{\tau_L} = \tilde{l}^{Lj}_{\tau_L} + l^{Lj}_{T_L} w^L l^{Lj}$、$l^{Hi}_{\tau_H} = \tilde{l}^{Hi}_{\tau_H} + l^{Hi}_{T_H} w^H l^{Hi}$), 即可推得 (37)、(38) 式, 其中 $l^{hz}_k \equiv \partial l^{hz}/\partial k$, $\tilde{l}^{hz}_k \equiv (\partial l^{hz}/\partial k)_{\bar{U}}$, $k = \tau_h, T_h$。值得注意的是, 由於 $l^{h1}(\mathbf{q}_\mathbf{x}, q_z, \tau_h, M^h(T_h)) = \tilde{l}^{h1}(\mathbf{q}_\mathbf{x}, q_z, \tau_h, \bar{U}(T_h))$、$l^{h0}(\mathbf{q}_\mathbf{x}, \tau_h, M^h(T_h)) = \tilde{l}^{h0}(\mathbf{q}_\mathbf{x}, \tau_h, \bar{U}(T_h))$ 以及 $M^h = -T_h = e^h = \mathbf{q}_\mathbf{x}\mathbf{x}^{hz} + q_z z^h - (1-\tau_h) w^h l^{hz}$, 透過對偶性即可求出 Slutsky 方程式。最後, (35)–(38) 式的詳細推導過程如下:

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_L} = \left(\gamma^{ij} + \eta^{ij}_L\right) V^{Lj}_{T_L} - \eta^{ij}_H \hat{V}^{Hj}_{T_L} + (-1)^j \theta^{ij}_L \bar{w}^L_{T_L}$$
$$+ \mu^{ij}(1-\lambda)\left(\tau^L w^L l^{Lj}_{T_L} + 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow -\gamma^{ij}\alpha^{Lj} - \eta_L^{ij}\alpha^{Lj} + \mu^{ij}(1-\lambda)\left(\tau^L w^L l_{T_L}^{Lj} + 1\right)$$
$$= \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} - (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L$$
$$\Rightarrow \mu^{ij}(1-\lambda)\left[1 - \frac{\gamma^{ij}\alpha^{Lj}}{\mu^{ij}(1-\lambda)} + \tau^L w^L l_{T_L}^{Lj}\right]$$
$$= \eta_L^{ij}\alpha^{Lj} + \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} - (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L$$
$$\Rightarrow \mu^{ij}(1-\lambda)\left(1 - b_{Lj}\right) = \eta_L^{ij}\alpha^{Lj} + \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} - (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L$$
$$\Rightarrow b_{Lj} = 1 - \frac{\left(\eta_L^{ij}\alpha^{Lj} + \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} - (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L\right)}{\mu^{ij}(1-\lambda)}\text{。}$$

$$\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_H} = \left(1 + \eta_H^{ij}\right)V_{T_H}^{Hi} - \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} + (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H$$
$$+ \mu^{ij}\lambda\left(\tau_H w^H l_{T_H}^{Hi} + 1\right) = 0$$
$$\Rightarrow -\left(1 + \eta_H^{ij}\right)\alpha^{Hi} + \mu^{ij}\lambda\left(\tau_H w^H l_{T_H}^{Hi} + 1\right)$$
$$= \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} - (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H$$
$$\Rightarrow \mu^{ij}\lambda\left(1 - \frac{\alpha^{Hi}}{\mu^{ij}\lambda} + \tau_H w^H l_{T_H}^{Hi}\right)$$
$$= \eta_H^{ij}\alpha^{Hi} + \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} - (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H$$
$$\Rightarrow \mu^{ij}\lambda\left(1 - b_{Hi}\right) = \eta_H^{ij}\alpha^{Hi} + \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} - (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H$$
$$\Rightarrow b_{Hi} = 1 - \frac{\left(\eta_H^{ij}\alpha^{Hi} + \eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li} - (-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^H\right)}{\mu^{ij}\lambda}\text{。}$$

$$(29) - w^L l^{Lj}\cdot(27) = 0 \Rightarrow \frac{\partial L^{ij}}{\partial \tau_L} = w^L l^{Lj}\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_L}$$
$$\Rightarrow \left(\gamma^{ij} + \eta_L^{ij}\right)V_{\tau_L}^{Lj} - \eta_H^{ij}\hat{V}_{\tau_L}^{Hj} + (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{\tau_L}^L$$
$$+ \mu^{ij}(1-\lambda)\left(w^L l^{Lj} + \tau_L w^L l_{\tau_L}^{Lj}\right)$$
$$= w^L l^{Lj}\left[\left(\gamma^{ij} + \eta_L^{ij}\right)V_{T_L}^{Lj} - \eta_H^{ij}\hat{V}_{T_L}^{Hj} + (-1)^j\theta_L^{ij}\bar{w}_{T_L}^L\right.$$
$$\left.+\mu^{ij}(1-\lambda)\left(\tau^L w^L l_{T_L}^{Lj} + 1\right)\right]$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \mu^{ij}(1-\lambda)\tau_L w^L\left(l_{\tau_L}^{Lj}-l_{T_L}^{Lj}w^L l^{Lj}\right)=\eta_H^{ij}\left(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj}-\hat{V}_{T_L}^{Hj}w^L l^{Lj}\right)\\
&\quad-(-1)^j\theta_L^{ij}\left(\bar{w}_{\tau_L}^{L}-\bar{w}_{T_L}^{L}w^L l^{Lj}\right)\\
&\Rightarrow \mu^{ij}(1-\lambda)\tau_L w^L\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj}=\eta_H^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj}\right)^c-(-1)^j\theta_L^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_L}^{L}\right)^c\\
&\Rightarrow \tau_L=\frac{\eta_H^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj}\right)^c-(-1)^j\theta_L^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_L}^{L}\right)^c}{\mu^{ij}(1-\lambda)w^L\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj}},
\end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\left(\hat{V}_{\tau_L}^{Hj}\right)^c &\equiv \hat{V}_{\tau_L}^{Hj}-\hat{V}_{T_L}^{Hj}w^L l^{Lj}\\
&=\hat{\pi}^H\hat{\alpha}^{Hj}w^L l_{\tau_L}^{Lj}-\hat{\alpha}^{Hj}w^L l^{Lj}-\hat{\pi}^H\hat{\alpha}^{Hj}w^L l_{T_L}^{Lj}w^L l^{Lj}\\
&\quad+\hat{\alpha}^{Hj}w^L l^{Lj}\\
&=\hat{\pi}^H\hat{\alpha}^{Hj}w^L\tilde{l}_{\tau_L}^{Lj}<0,\\
\left(\bar{w}_{\tau_L}^{L}\right)^c\Big|_{\bar{w}^L=w^L} &\equiv \bar{w}_{\tau_L}^{L}-\bar{w}_{T_L}^{L}w^L l^{Lj}\\
&=\left[w^L\alpha^{L1}\left(l^{L1}-l^{Lj}\right)+w^L\alpha^{L0}\left(l^{Lj}-l^{L0}\right)\right]\Big/\\
&\quad\left[(1-\tau_L)\left(\alpha^{L1}l^{L1}-\alpha^{L0}l^{L0}\right)\right]>0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(30)-w^H l^{Hi}\cdot(28)=0\Rightarrow\frac{\partial L^{ij}}{\partial\tau_H}=w^H l^{Hi}\frac{\partial L^{ij}}{\partial T_H}\\
&\quad\Rightarrow\left(1+\eta_H^{ij}\right)V_{\tau_H}^{Hi}-\eta_L^{ij}\hat{V}_{\tau_H}^{Li}+(-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{\tau_H}^{H}\\
&\qquad+\mu^{ij}\lambda\left(w^H l^{Hi}+\tau_H w^H l_{\tau_H}^{Hi}\right)\\
&\qquad=w^H l^{Hi}\left[\left(1+\eta_H^{ij}\right)V_{T_H}^{Hi}-\eta_L^{ij}\hat{V}_{T_H}^{Li}+(-1)^i\theta_H^{ij}\bar{w}_{T_H}^{H}\right.\\
&\qquad\left.+\mu^{ij}\lambda\left(\tau_H w^H l_{T_H}^{Hi}+1\right)\right]\\
&\quad\Rightarrow\mu^{ij}\lambda\tau_H w^H\left(l_{\tau_H}^{Hi}-l_{T_H}^{Hi}w^H l^{Hi}\right)=\eta_L^{ij}\left(\hat{V}_{\tau_H}^{Li}-\hat{V}_{T_H}^{Li}w^H l^{Hi}\right)\\
&\qquad-(-1)^i\theta_H^{ij}\left(\bar{w}_{\tau_H}^{H}-\bar{w}_{T_H}^{H}w^H l^{Hi}\right)\\
&\quad\Rightarrow\mu^{ij}\lambda\tau_H w^H\tilde{l}_{\tau_H}^{Hi}=\eta_L^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_H}^{Li}\right)^c-(-1)^i\theta_H^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_H}^{H}\right)^c\\
&\quad\Rightarrow\tau_H=\frac{\eta_L^{ij}\cdot\left(\hat{V}_{\tau_H}^{Li}\right)^c-(-1)^i\theta_H^{ij}\cdot\left(\bar{w}_{\tau_H}^{H}\right)^c}{\mu^{ij}\lambda w^H\tilde{l}_{\tau_H}^{Hi}},
\end{aligned}$$

其中,

$$
\begin{aligned}
\left(\hat{V}^{Li}_{\tau_H}\right)^c &\equiv \hat{V}^{Li}_{\tau_H} - \hat{V}^{Li}_{T_H} w^H l^{Hi} \\
&= \hat{\pi}^L \hat{\alpha}^{Li} w^H l^{Hi}_{\tau_H} - \hat{\alpha}^{Li} w^H l^{Hi} - \hat{\pi}^L \hat{\alpha}^{Li} w^H l^{Hi}_{T_H} w^H l^{Hi} \\
&\quad + \hat{\alpha}^{Li} w^H l^{Hi} \\
&= \hat{\pi}^L \hat{\alpha}^{Li} w^H \tilde{l}^{Hi}_{\tau_H} > 0, \\
\left(\bar{w}^H_{\tau_H}\right)^c \Big|_{\bar{w}^H = w^H} &\equiv \bar{w}^H_{\tau_H} - \bar{w}^H_{T_H} w^H l^{Hi} \\
&= \left[w^H \alpha^{H1} \left(l^{H1} - l^{Hi}\right) + w^H \alpha^{H0} \left(l^{Hi} - l^{H0}\right)\right] / \\
&\quad \left[(1-\tau_H)\left(\alpha^{H1} l^{H1} - \alpha^{H0} l^{H0}\right)\right] > 0。
\end{aligned}
$$

參考文獻

Andersson, Fredrik (1996), "Income Taxation and Job-Market Signaling," *Journal of Public Economics*, 59, 277–298.

Aronsson, Thomas and O. Johansson-Stenman (2008), "When the Joneses' Consumption Hurts: Optimal Public Good Provision and Nonlinear Income Taxation," *Journal of Public Economics*, 92, 986–997.

Atkinson, Anthony Barnes (1973), "How Progressive Should Income Tax Be?" in M. Parkin and A. R. Nobay (eds.), *Essays in Modern Economics*, London: Longman, 90–109.

Atkinson, Anthony Barnes and Joseph E. Stiglitz (1980), *Lectures on Public Economics*, New York: McGraw-Hill.

Bertola, Giuseppe, Reto Foellmi, and Josef Zweimüller (2006), *Income Distribution in Macroeconomic Models*, Princeton University Press.

Besley, Timothy and Stephen Coate (1991), "Public Provision of Private Goods and the Redistribution of Income," *American Economic Review*, 81, 979–984.

Boadway, Robin and Michael Keen (1993), "Public Goods, Self-Selection and Optimal Income Taxation," *International Economic Review*, 34, 463–478.

Boadway, Robin, Maurice Marchand, and Pierre Pestieau (1994), "Towards a Theory of the Direct-Indirect Tax Mix," *Journal of Public Economics*, 55, 71–88.

Brito, Dagobert L. and William H. Oakland (1977), "Some Properties of the Optimal Income Tax," *International Economic Review*, 18, 407–423.

Corneo, Giacomo and Olivier Jeanne (1997), "Conspicuous Consumption, Snobbism and Conformism," *Journal of Public Economics*, 66, 55–71.

Dahan, Momi and Michel Strawczynski (2000), "Optimal Income Taxation: An Example with a U-Shaped Pattern of Optimal Marginal Tax Rates: Comment," *American Economic Review*, 90, 681–686.

Danilov, Vladimir, Gleb Koshevoy, and Kazuo Murota (2001), "Discrete Convexity and Equilibria in Economies with Indivisible Goods and Money," *Mathematical Social Sciences*, 41, 251–273.

Diamond, Peter A. (1975), "A Many-Person Ramsey Tax Rule," *Journal of Public Economics*, 4, 335–342.

——— (1998), "Optimal Income Taxation: An Example with a U-Shaped Pattern of Optimal Marginal Tax Rates," *American Economic Review*, 88, 83–95.

Ebert, Udo (1992), "A Reexamination of the Optimal Nonlinear Income Tax," *Journal of Public Economics*, 49, 47–73.

Kanbur, Ravi and Matti Tuomala (1994), "Inherent Inequality and the Optimal Graduation of Marginal Tax Rates," *Scandinavian Journal of Economics*, 96, 275–282.

Koshevoy, Gleb A. and Dolf Talman (2006), "Competitive Equilibria in Economies with Multiple Indivisible and Multiple Divisible Commodities," *Journal of Mathematical Economics*, 42, 216–226.

Krishna, Kala and Cemile Yavas (2004), "Immiserizing Growth in a Closed Economy," *Scandinavian Journal of Economics*, 106, 143–158.

——— (2005), "When Trade Hurts: Consumption Indivisibilities and Labor Market Distortions," *Journal of International Economics*, 67, 413–427.

Laan, Gerard van der, Dolf Talman, and Zaifu Yang (2002), "Existence and Welfare Properties of Equilibrium in an Exchange Economy with Multiple Divisible and Indivisible Commodities and Linear Production Technologies," *Journal of Economic Theory*, 103, 411–428.

Marshall, John M. (1984), "Gambles and the Shadow Price of Death," *American Economic Review*, 74, 73–86.

Matsuyama, Kiminori (2000), "A Ricardian Model with a Continuum of Goods under Nonhomothetic Preferences: Demand Complementarities, Income Distribution, and North-South Trade," *Journal of Political Economy*, 108, 1093–1120.

Mirrlees, James A. (1971), "An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation," *Review of Economic Studies*, 38, 175–208.

——— (1975), "Optimal Commodity Taxation in a Two-Class Economy," *Journal of Public Economics*, 4, 27–33.

——— (1986), "The Theory of Optimal Taxation," in K.J. Arrow and M. D. Intrilligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, Amsterdam: North-Holland.

Murphy, Kevin M., Andrei Shleifer, and Robert Vishny (1989), "Income Distribution, Market Size, and Industrialization," *Quarterly Journal of Economics*, 104, 537–564.

Naito, Hisahiro (1999), "Re-Examination of Uniform Commodity Taxes under a Non-Linear Income Tax System and its Implication for Production Efficiency," *Journal of Public Economics*, 71, 165–188.

Nava, Mario, Fred Schroyen, and Maurice Marchand (1996), "Optimal Fiscal and Public Expenditure Policy in a Two-Class Economy," *Journal of Public Economics*, 61, 119–137.

Ng, Yew-Kwang (1965), "Why Do People Buy Lottery Tickets? Choices Involving Risk and the Indivisibility of Expenditure," *Journal of Political Economy*, 73, 530–535.

Phelps, Edmund S. (1973), "The Taxation of Wage Income for Economic Justice," *Quarterly Journal of Economics*, 87, 331–354.

Racionero, Maria (2001), "Optimal Tax Mix with Merit Goods," *Oxford Economic Papers*, 53, 628–641.

Sadka, Efraim (1976), "On Income Distribution, Incentive Effects and Optimal Income Taxation," *Review of Economic Studies*, 43, 261–267.

Seade, Jesus K. (1977), "On the Shape of Optimal Tax Schedules," *Journal of Public Economics*, 7, 203–235.

Stiglitz, Joseph E. (1982), "Self-Selection and Pareto Efficient Taxation," *Journal of Public Economics*, 17, 213–240.

——— (1987), "Pareto Efficient and Optimal Taxation and New New Welfare Economics," in A. J. Auerbach and Martin Feldstein (eds.), *Handbook of Public Economics*, Amsterdam: North-Holland, Vol. 2, 991–1042.

Tuomala, Matti (1984), "On the Optimal Income Taxation: Some Further Numerical Results," *Journal of Public Economics*, 23, 351–366.

投稿日期: 2012年9月4日, 接受日期: 2014年7月29日

Consumption Indivisibility and Optimal Income Taxation

Chun-Hui Lu

Institute of Economics, Academia Sinica

K. L. Glen Ueng

Department of Public Finance, National Chengchi University

Traditional literature neglects the impact of indivisibility of goods on the design of optimal income taxation. For this reason, this paper sets up a model based on Stiglitz (1982) with two different kinds of goods: one is the traditional consumption good and the other is the so called indivisible good. It is shown that under the Pareto efficient tax structure, the marginal tax rates on the high (low) ability taxpayers depend not only on the patterns of indivisible goods, but also on whether low (high) ability taxpayers' self-selection and high (low) ability taxpayers' wage threshold constraints are binding. Under the premise that high ability taxpayers will always purchase indivisible goods and the constraints of their wage threshold are binding, the marginal tax rates should be negative rather than zero on the high ability taxpayers, even that the low ability taxpayers' self-selection constraints are not binding. This result is different from traditional models which show that the optimal marginal tax rates on high ability taxpayers are zero. The reason is: being constrained to the wage threshold, lump-sum taxation levied on high ability taxpayers cannot make the net social marginal utility level equal to 1. Hence, reducing marginal tax rates and increasing lump-sum taxes on the high ability taxpayers can make the level of net social marginal utility closer to 1 and thereby improve social efficiency.

Keywords: consumption indivisibility, Pareto efficient, optimal income taxation

JEL classification: D82, D86, H21, J33