

# 兩個等級產品在相依製程下之統計製程管制

楊素芬\* 楊達鑫

國立政治大學統計研究所

## 摘要

本研究考慮兩個等級產品在相依製程下之統計製程管制方法乃在製程的第一階段建立個別等級的EWMA管制圖和合併的EWMA管制圖以快速地偵測出影響個別等級產品品質特性之非機遇因素是否發生及同時影響所有等級產品品質特性之非機遇因素是否發生；在第二階段建立個別等級的選控圖和合併的選控圖以快速地偵測出影響個別等級產品品質特性之非機遇因素是否發生及同時影響所有等級產品品質特性之非機遇因素是否發生。利用這些管制圖不但考慮到前後製程的關係，在製程失控時更可明確地劃分各個子製程的責任歸屬。本研究並以資料分析比較EWMA管制圖和選控圖、Shewhart Individual管制圖與Hotelling  $T^2$ 管制圖的診斷效果。

關鍵詞：管制圖，非機遇因素

## 1. 前言

自從Shewhart [5]提出管制圖後，管制圖隨即為業界廣泛應用於維護製程的穩定，是分析製程和改進製程的重要工具。在使用管制圖之前必須先決定三個設計參數，樣本大小(n)、抽樣間隔(h)及管制係數(k)，此三者稱為管制圖的設計參數。從統計的觀點設計管制圖，是希望此管制圖在監控製程時能滿足所期望的統計特性。此統計特性通常以平均連串長度(Average Run Length, ARL)大小為基準。所謂平均連串長度就是指平均要抽樣多少次製程才会有警訊發生。當製程處於管制狀態，我們希望管制圖的ARL愈大愈好；當製程處於失控狀態，我們希望管制圖的ARL愈小愈好，以期儘快找出問題發生的原因，並將製程重新調整使其回復至管制狀態。

EWMA管制圖最早由Robert [4]所提出，他利用模擬的方法比較傳統Shewhart- $\bar{X}$ 管制圖與一般移動平均管制圖以及EWMA管制圖的ARL，發現EWMA管制圖在製程平均數偏移的幅度較小時較為靈敏，若製程平均數偏移的幅度較大，則EWMA管制圖的偵測能力反而不如傳統Shewhart- $\bar{X}$ 管制圖好。

隨著時代變遷，商品市場的需求漸趨多元，為滿足市場的及時需求及降低存貨成本採用多等級

製程的生產方式成為廠商製造產品的一種策略。所謂多等級製程即同一條生產線可以生產出多種等級的產品，不同等級產品的產量是由生產工程師事先安排決定的。在多等級製程中，非機遇因素的發生可能會使個別等級產品品質特性值發生偏移，也可能同時使所有等級產品品質特性值發生偏移。Doganaksoy, Schmee, and Vandeven [2]首先提出使用以EWMA管制圖監控多等級產品製程，即建立個別等級的EWMA管制圖以快速地偵測出影響個別等級產品品質特性之非機遇因素是否發生；而建立合併資料的EWMA管制圖以快速地偵測出同時影響所有等級產品品質特性之非機遇因素是否發生。唯他們假設製程是單一階段的。現今許多產品都是由多個不同的生產步驟共同製造而成的，關於管制多階製程中多項品質特性的方法，首由Zhang [6]提出選控圖的技術，其目的在對相關的品質特性，劃分前後製程對總品質的責任歸屬。他假設總製程只包括前後兩段相關的子製程，而總品質同時受前製程和本製程的影響，且製程上會發生可控制的非機遇因素和不可控制的非機遇因素。可控制的非機遇因素是指只影響本製程的非機遇因素；不可控制的非機遇因素是指影響前製程而在本製程階段中無法控制的非機遇因素。為了管制各個子製程的品質，在對本製程建立管制圖時，必須將前製程中對本製程的影響先行扣除，再依此資料建立選控圖便可更精確的管制本製程的品質特性。然而有關多階製程下多等級產品之統計製程管制尚未有文

\*連絡人

獻探討，因此本研究將首先探討在兩個相依製程下如何管制兩個等級產品之品質特性。文中將以統計觀點建立選控圖和 EWMA 管制圖以有效監控在兩個相依製程下兩個等級產品品質特性之狀態。最後並以模擬資料比較 EWMA 管制圖和選控圖、Shewhart Individual 管制圖與 Hotelling  $T^2$  管制圖的診斷效果。

## 2. 製程模式的基本假設與符號的定義

本節所討論的製程為生產兩個等級產品的兩階段相依製程，且假設製程的第一階段會發生影響個別等級產品品質特性的非機遇因素和同時影響兩個等級產品品質特性的非機遇因素；製程的第二階段也會發生影響個別等級產品品質特性的非機遇因素和同時影響兩個等級產品品質特性的非機遇因素。為了有效偵測出兩個等級產品在兩個相依製程上是否受到兩種非機遇因素的影響，本節以統計觀點設計的 EWMA 管制圖，並說明其在製程上的應用。在建立管制圖前，我們對製程描述如下：

1. 假設製程分為兩個階段且依序或隨機生產 G1 和 G2 兩種等級產品。其生產順序可以如圖 1 所示：

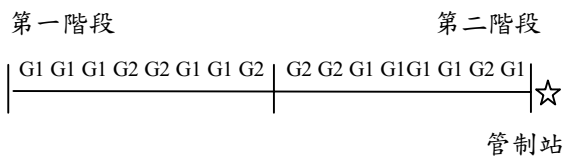


圖 1. 生產線的型態

由於製程的兩個階段不獨立，第二階段的品質特性值會受到第一階段的品質特性值影響。在製程上每隔  $h$  小時自第二階段末端的管制站抽取一個樣本，令 G1 和 G2 被抽檢的機率分別為  $w_1$  和  $w_2$ ，然後從樣本測量出觀察值  $(X_{ij}, Y_{ij})$ ， $i=1,2$ 。 $X_{1j}$  表示第一階段下 G1 第  $j$  個樣本的品質特性值 (incoming quality)； $X_{2j}$  表示第一階段下 G2 第  $j$  個樣本的品質特性值； $Y_{1j}$  表示第二階段下 G1 第  $j$  個樣本的總品質特性值 (overall quality)； $Y_{2j}$  表示第二階段下 G2 第  $j$  個樣本的總品質特性值。在製程穩定狀態下，假設

$$\begin{pmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \end{pmatrix} \sim N_2 \left( \begin{pmatrix} \mu_i \\ \mu_i' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_i^2 & COV(X_{ij}, Y_{ij}) \\ COV(X_{ij}, Y_{ij}) & \sigma_i'^2 \end{pmatrix} \right),$$

$$X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), \quad Y_{ij} \sim N(\mu_i', \sigma_i'^2),$$

由於  $Y_{ij}$  受到  $X_{ij}$  的影響，故假設  $Y_{ij} | X_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{Y_i}^2)$ ，其中  $\mu_{ij} = f(X_{ij})$ 。令選控值  $\epsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu_{ij}$ ，是  $Y_{ij}$  去除  $X_{ij}$  影響後的值，表示第二階段的特定品質 (specific quality) 因此  $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_{Y_i}^2)$ ， $i=1,2$ 。

2. 當製程受非機遇因素影響時，僅製程平均數發生小幅度變動而變異數不變。發生在第一階段影響  $X_{1j}$  的非機遇因素稱為 AC1；影響  $X_{2j}$  的非機遇因素稱為 AC2；同時影響  $X_{1j}$  和  $X_{2j}$  的非機遇因素稱為 AC3。發生在第二階段影響  $\epsilon_{1j}$  的非機遇因素稱為 AC4；影響  $\epsilon_{2j}$  的非機遇因素稱為 AC5；同時影響  $\epsilon_{1j}$  和  $\epsilon_{2j}$  的非機遇因素稱為 AC6。非機遇因素無論發生在第一階段或第二階段均可被修復。

3.  $X_{1j}$ 、 $X_{2j}$ 、 $Y_{1j} | X_{1j}$ 、 $Y_{2j} | X_{2j}$ 、 $\epsilon_{1j}$  和  $\epsilon_{2j}$  的分配會因製程上發生的不同非機遇因素而有不同的 64 種組合 (見附錄)。譬如，當製程受到 AC1 影響時， $X_{1j} \sim N(\mu_1 + \delta_1 \sigma_1, \sigma_1^2)$  其中  $\delta_1 \neq 0$

$$X_{2j} \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$Y_{1j} | X_{1j} \sim N(\mu_{1j(AC1)}, \sigma_{Y_1}^2)$$

$$Y_{2j} | X_{2j} \sim N(\mu_{2j}, \sigma_{Y_2}^2)$$

$$\epsilon_{1j} = Y_{1j} - \mu_{1j(AC1)} \sim N(0, \sigma_{Y_1}^2)$$

$$\epsilon_{2j} = Y_{2j} - \mu_{2j} \sim N(0, \sigma_{Y_2}^2);$$

當製程受到 AC2 影響時，

$$X_{1j} \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$X_{2j} \sim N(\mu_2 + \delta_2 \sigma_2, \sigma_2^2) \quad \text{其中}$$

$$\delta_2 \neq 0 \quad Y_{1j} | X_{1j} \sim N(\mu_{1j}, \sigma_{Y_1}^2)$$

$$Y_{2j} | X_{2j} \sim N(\mu_{2j(AC2)}, \sigma_{Y_2}^2)$$

$$\epsilon_{1j} = Y_{1j} - \mu_{1j} \sim N(0, \sigma_{Y_1}^2)$$

$$\epsilon_{2j} = Y_{2j} - \mu_{2j(AC2)} \sim N(0, \sigma_{Y_2}^2).$$

## 3. 管制圖的建立

為追蹤第一階段 G1 的品質特性值  $X_{1j}$  是否受

到 AC1 的影響；G2 的品質特性值  $X_{2j}$  是否受到 AC2 的影響，我們分別根據  $X_{1j}$ 、 $X_{2j}$  在製程穩定下的分配，建立個別的 EWMA 管制圖。為追蹤第一階段 G1 和 G2 的品質特性值  $X_{1j}$  和  $X_{2j}$  是否同時受到 AC3 的影響，我們根據  $X_{1j}$  和  $X_{2j}$  在製程穩定下標準化後的分配建立合併的 EWMA 管制圖。為追蹤第二階段 G1 的品質特性值  $\varepsilon_{1j}$  是否受到 AC4 的影響；G2 的品質特性  $\varepsilon_{2j}$  值是否受到 AC5 的影響，我們分別根據  $\varepsilon_{1j}$ 、 $\varepsilon_{2j}$  在製程穩定下的分配，建立個別的選控圖。為追蹤第二階段 G1 和 G2 的品質特性值  $\varepsilon_{1j}$  和  $\varepsilon_{2j}$  是否同時受到 AC6 的影響，我們根據  $\varepsilon_{1j}$  和  $\varepsilon_{2j}$  在製程穩定下標準化後的分配建立合併的選控圖。於是在製程穩定時，(1)  $X_{1j} \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，所以監控 AC1 是否發生的 EWMA1 管制圖的中心線為  $\mu_1$ ，管制上下界為  $\mu_1 \pm k_1 \sigma_1 \sqrt{\frac{\lambda_1}{2-\lambda_1} [1-(1-\lambda_1)^{2j}]}$ ，其中  $\lambda_1$  表 EWMA 管制圖的權數、 $k_1$  表 EWMA 管制圖管制界線的係數；(2)  $X_{2j} \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，所以監控 AC2 是否發生的 EWMA2 管制圖的中心線為  $\mu_2$ ，管制上下界為  $\mu_2 \pm k_2 \sigma_2 \sqrt{\frac{\lambda_2}{2-\lambda_2} [1-(1-\lambda_2)^{2j}]}$ ；(3) 將  $X_{1j}$  標準化為  $S_{1j} = \frac{X_{1j} - \mu_1}{\sigma_1} \sim N(0,1)$ ， $X_{2j}$  標準化為  $S_{2j} = \frac{X_{2j} - \mu_2}{\sigma_2} \sim N(0,1)$ ，所以監控 AC3 是否發生的合併的 EWMA3 管制圖的中心線為 0，管制上下界為  $\pm k_3 \sqrt{\frac{\lambda_3}{2-\lambda_3} [1-(1-\lambda_3)^{2j}]}$ 。(4) 假設  $X_{ij}$  和  $Y_{ij}$  之間具有簡單線性迴歸模式，即  $E(Y_{ij} | X_{ij}) = a_{i0} + a_{i1} X_{ij} = \mu_{ij}$ 。選控圖是對製程在穩定狀態下的選控值  $\varepsilon_{ij}$  建立 EWMA 形式的管制圖，因為選控值  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_{Y_i}^2)$ ，所以監控 AC4 是否發生的 EWMA4 管制圖的中心線為 0，管制上下界為  $\pm k_4 \sigma_{Y_1} \sqrt{\frac{\lambda_4}{2-\lambda_4} [1-(1-\lambda_4)^{2j}]}$ 。同理監控 AC5 是否發生的 EWMA5 管制圖的中心線為 0，管

制上下界為  $\pm k_5 \sigma_{Y_2} \sqrt{\frac{\lambda_5}{2-\lambda_5} [1-(1-\lambda_5)^{2j}]}$  (5)

將  $\varepsilon_{1j}$  標準化為  $Z_{1j} = \frac{\varepsilon_{1j} - 0}{\sigma_{Y_1}} \sim N(0,1)$ ， $\varepsilon_{2j}$  標準化

為  $Z_{2j} = \frac{\varepsilon_{2j} - 0}{\sigma_{Y_2}} \sim N(0,1)$ ，所以監控 AC6 是否發

生的 EWMA6 管制圖的中心線為 0，管制上下界為  $\pm k_6 \sqrt{\frac{\lambda_6}{2-\lambda_6} [1-(1-\lambda_6)^{2j}]}$ 。

#### 4. 管制圖的應用

建立六個管制圖後，我們在管制站每隔  $h$  小時抽取產品樣本以追蹤製程是否在穩定狀態。若抽到 G1 則紀錄其第一階段的品質特性值  $X_{1j}$  和第二階段的品質特性值  $Y_{1j}$ ，然後計算出 EWMA1、EWMA3、EWMA4 和 EWMA6 管制圖的描點統計量的值，再分別描繪於 4 個管制圖上以追蹤製程狀態。EWMA1 管制圖上描點統計量的值  $EWMA_{1(j)}$  的計算方法為  $EWMA_{1(j)} = \lambda_1 x_{1j} + (1-\lambda_1)EWMA_{1(j-1)}$ ，其中  $EWMA_{1(0)} = \mu_1$ ；EWMA3 管制圖上描點統計量的值  $EWMA_{3(j)}$  的計算方法為  $EWMA_{3(j)} = \lambda_3 s_{1j} + (1-\lambda_3)EWMA_{3(j-1)}$ ，其中  $EWMA_{3(0)} = 0$  且  $s_{1j} = \frac{x_{1j} - \mu_1}{\sigma_1}$ ；EWMA4 管制圖上描點統計量的值  $EWMA_{4(j)}$  的計算方法為  $EWMA_{4(j)} = \lambda_4 \varepsilon_{1j} + (1-\lambda_4)EWMA_{4(j-1)}$ ，其中  $EWMA_{4(0)} = 0$  且  $\varepsilon_{1j} = Y_{1j} - \mu_{1j}$ ；EWMA6 管制圖上描點統計量的值  $EWMA_{6(j)}$  的計算方法為  $EWMA_{6(j)} = \lambda_6 z_{1j} + (1-\lambda_6)EWMA_{6(j-1)}$ ，其中  $EWMA_{6(0)} = 0$  且  $z_{1j} = \frac{\varepsilon_{1j} - 0}{\sigma_{Y_1}}$ 。若抽到 G2 則紀錄其第一階段的品質特性值  $X_{2j}$  和第二階段的品質特性值  $Y_{2j}$ ，然後計算出 EWMA2、EWMA3、EWMA5 和 EWMA6 管制圖的描點統計量的值，再分別描繪於 4 個管制圖上以追蹤製程狀態。EWMA2、EWMA3、EWMA5 和 EWMA6 管制圖上描點統計量的值  $EWMA$  的計算比照前述方法。六個管制圖的架構和計算描點統計量的值的公式詳

表 1. 六個 EWMA 管制圖的架構和計算描點統計量的公式

(1) 監控 G1 品質特性的 EWMA 管制圖

子製程別	管制圖	中心線和管制上下界	描點統計量
第一階段 子製程	EWMA1 (追蹤 AC1)	$UCL = \mu_1 + k_1 \sigma_1 \sqrt{\frac{\lambda_1}{2 - \lambda_1} [1 - (1 - \lambda_1)^{2j}]}$ $CL = \mu_1$ $LCL = \mu_1 - k_1 \sigma_1 \sqrt{\frac{\lambda_1}{2 - \lambda_1} [1 - (1 - \lambda_1)^{2j}]}$	$EWMA_{1(j)} = \lambda_1 x_{1j} + (1 - \lambda_1) EWMA_{1(j-1)}$ $\text{令 } EWMA_{1(0)} = \mu_1$
	EWMA3 (追蹤 AC3)	$UCL = +k_3 \sqrt{\frac{\lambda_3}{2 - \lambda_3} [1 - (1 - \lambda_3)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_3 \sqrt{\frac{\lambda_3}{2 - \lambda_3} [1 - (1 - \lambda_3)^{2j}]}$	$EWMA_{3(j)} = \lambda_3 s_{1j} + (1 - \lambda_3) EWMA_{3(j-1)}$ $\text{令 } EWMA_{3(0)} = 0$ $s_{1j} = \frac{x_{1j} - \mu_1}{\sigma_1}$
第二階段 子製程	EWMA4 (追蹤 AC4)	$UCL = +k_4 \sigma_{Y1} \sqrt{\frac{\lambda_4}{2 - \lambda_4} [1 - (1 - \lambda_4)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_4 \sigma_{Y1} \sqrt{\frac{\lambda_4}{2 - \lambda_4} [1 - (1 - \lambda_4)^{2j}]}$	$EWMA_{4(j)} = \lambda_4 \varepsilon_{1j} + (1 - \lambda_4) EWMA_{4(j-1)}$ $\text{令 } EWMA_{4(0)} = 0$ $\varepsilon_{1j} = Y_{1j} - \mu_{1j}$
	EWMA6 (追蹤 AC6)	$UCL = +k_6 \sqrt{\frac{\lambda_6}{2 - \lambda_6} [1 - (1 - \lambda_6)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_6 \sqrt{\frac{\lambda_6}{2 - \lambda_6} [1 - (1 - \lambda_6)^{2j}]}$	$EWMA_{6(j)} = \lambda_6 z_{1j} + (1 - \lambda_6) EWMA_{6(j-1)}$ $\text{令 } EWMA_{6(0)} = 0$ $z_{1j} = \frac{\varepsilon_{1j} - 0}{\sigma_{Y1}}$

見表 1。

當各個描點統計量的值描繪於對應的管制圖後，若各管制圖均無警訊發生，則製程持續運作；若有管制圖出現警訊，則應立即尋找警訊發生的原因，若其為錯誤警訊則製程仍繼續運作，若是非機遇因素發生在製程上則製程應立即停止運作，然後修復非機遇因素使製程回復至管制狀態再開始運作。例如當 EWMA1 管制圖出現警訊，此時就要搜尋 AC1，若 AC1 未發生則製程應繼續運作，若 AC1 發生則製程應立即停止運作然後修復之；當 EWMA3 管制圖出現警訊，此時先搜尋 AC3，若 AC3 發生則製程應立即停止運作然後修復之，若 AC3 未發生則要搜尋 AC1。因為 AC1 若發生，可能會導致 EWMA3 管制圖出現警訊，這時製程應立即停止運作然後修復之。若 AC1 未發生則製程繼續運作；當 EWMA1 和 EWMA3 管制圖同時出

現警訊，此時應搜尋 AC1 和 AC3 是否發生，若有任何一者發生則製程應立即停止運作然後修復之，若兩者均未發生則製程繼續運作。各管制圖失控的可能情形和須採取的行動詳見表 2。

## 5. 資料分析

為了比較我們所建立用以追蹤兩個相依製程下兩個等級產品品質特性的 EWMA 管制圖、Shewhart Individual 管制圖與 Hotelling  $T^2$  管制圖的偵測力，我們以電腦模擬製程上的資料並對這些資料做分析以比較這些管制圖在製程上的偵測力。首先假設有一條生產線，其製程模式的基本假設如第 2 節所敘述。已知在製程穩定下， $X_{1j}$ 、 $X_{2j}$ 、 $Y_{1j}|X_{1j}$ 、 $Y_{2j}|X_{2j}$  所服從的分配如附錄中

表 1. 六個 EWMA 管制圖的架構和計算描點統計量的公式  
(2) 監控 G2 品質特性的 EWMA 管制圖

子製程別	管制圖	中心線和管制上下界	描點統計量
第一階段 子製程	EWMA2 (追蹤 AC2)	$UCL = \mu_2 + k_2 \sigma_2 \sqrt{\frac{\lambda_2}{2 - \lambda_2} [1 - (1 - \lambda_2)^{2j}]}$ $CL = \mu_2$ $LCL = \mu_2 - k_2 \sigma_2 \sqrt{\frac{\lambda_2}{2 - \lambda_2} [1 - (1 - \lambda_2)^{2j}]}$	$EWMA_{2(j)} = \lambda_2 x_{2j} + (1 - \lambda_2) EWMA_{2(j-1)}$ <p>令 <math>EWMA_{2(0)} = \mu_2</math></p>
	EWMA3 (追蹤 AC3)	$UCL = +k_3 \sqrt{\frac{\lambda_3}{2 - \lambda_3} [1 - (1 - \lambda_3)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_3 \sqrt{\frac{\lambda_3}{2 - \lambda_3} [1 - (1 - \lambda_3)^{2j}]}$	$EWMA_{3(j)} = \lambda_3 s_{2j} + (1 - \lambda_3) EWMA_{3(j-1)}$ <p>令 <math>EWMA_{3(0)} = 0</math></p> $s_{2j} = \frac{x_{2j} - \mu_2}{\sigma_2}$
第二階段 子製程	EWMA5 (追蹤 AC5)	$UCL = +k_5 \sigma_{Y2} \sqrt{\frac{\lambda_5}{2 - \lambda_5} [1 - (1 - \lambda_5)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_5 \sigma_{Y2} \sqrt{\frac{\lambda_5}{2 - \lambda_5} [1 - (1 - \lambda_5)^{2j}]}$	$EWMA_{5(j)} = \lambda_5 \varepsilon_{2j} + (1 - \lambda_5) EWMA_{5(j-1)}$ <p>令 <math>EWMA_{5(0)} = 0</math></p> $\varepsilon_{2j} = Y_{2j} - \mu_{2j}$
	EWMA6 (追蹤 AC6)	$UCL = +k_6 \sqrt{\frac{\lambda_6}{2 - \lambda_6} [1 - (1 - \lambda_6)^{2j}]}$ $CL = 0$ $LCL = -k_6 \sqrt{\frac{\lambda_6}{2 - \lambda_6} [1 - (1 - \lambda_6)^{2j}]}$	$EWMA_{6(j)} = \lambda_6 z_{2j} + (1 - \lambda_6) EWMA_{6(j-1)}$ <p>令 <math>EWMA_{6(0)} = 0</math></p> $z_{2j} = \frac{\varepsilon_{2j} - 0}{\sigma_{Y2}}$

$\mu_{1j} = 5 + 10x_{1j}$ 、 $\sigma_{Y1}^2 = 3^2$ 、 $\mu_2 = 5$ 、 $\sigma_2^2 = 1.5^2$ 、  
 $\mu_{2j} = 10 + 5x_{2j}$ 、 $\sigma_{Y2}^2 = 4^2$ 、 $COV(X_{ij}, Y_{ij}) = 0.5$ ,  $i=1,2$ , 則可依照第 3 節所提出的方法建立 EWMA1、EWMA2、EWMA3、EWMA4、EWMA5 和 EWMA6 等六個 EWMA 管制圖。Montgomery [3] 認為使用 EWMA 管制圖來監控制程時，其權數  $\lambda$  的範圍通常設定在 0.05~0.25 之間，且較小的  $\lambda$  值更能夠有效地偵測出平均數小幅度的偏移，他建議將管制界線參數 k 設定在 2.6~2.8 之間，配合較小的  $\lambda$  值，將使 EWMA 管制圖更具效力。所以我們選擇  $\lambda_i = 0.15$ ,  $k_i = 2.8$ ,  $i=1,2,3,4,5,6$ ，此時每個管制圖出現錯誤警訊的聯合機率為 0.01647（計算方法見楊素芬[1]）。因此 EWMA1 管制圖的中心線為 3、管制上界為 3.797、管制下界為 2.203；EWMA2

管制圖的中心線為 5、管制上界為 6.196、管制下界為 3.804；EWMA3 管制圖的中心線為 0、管制上界為 0.7973、管制下界為 -0.7973；EWMA4 管制圖的中心線為 0、管制上界為 2.392、管制下界為 -2.392；EWMA5 管制圖的中心線為 0、管制上界為 3.189、管制下界為 -3.189；EWMA6 管制圖的中心線為 0、管制上界為 0.7973、管制下界為 -0.7973。此外，控制在相同的型一誤差機率 0.01647 下，依據  $X_{1j} \sim N(3, 1^2)$  建立 Shewhart Individual  $X_1$  管制圖，其中心線為 3、管制上界為 5.867、管制下界為 0.1329；依據  $X_{2j} \sim N(5, 1.5^2)$  建立 Shewhart Individual  $X_2$  管制圖，其中心線為 5、管制上界為 9.301、管制下界為 0.6994；依據  $Y_{1j} \sim N(35, 3^2)$  建立 Shewhart Individual  $Y_1$  管制圖其中心線為 35、管

表 2. 製程管制的決策

編號	等級	EWMA1 出現警訊?		EWMA2 出現警訊?		EWMA3 出現警訊?		EWMA4 出現警訊?		EWMA5 出現警訊?		EWMA6 出現警訊?		採取的行動
		YES	NO	YES	NO	YES	NO	YES	NO	YES	NO	YES	NO	
1	1		*					*	*	*			*	製程持續運作
2	1	*						*	*				*	搜尋 AC1 若發生則修復之否則製程持續運作
3	1		*			*			*				*	先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC1 若發生則修復之否則製程持續運作
4	1	*				*			*				*	搜尋 AC1,AC3 若發生則修復之否則製程持續運作
5	1		*			*	*						*	搜尋 AC4 若發生則修復之否則製程持續運作
6	1	*				*	*						*	搜尋 AC1,AC4 若發生則修復之
7	1		*			*	*						*	搜尋 AC4 若發生則修復之 先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC1
8	1	*				*	*						*	搜尋 AC1,AC3,AC4 若發生則修復之否則製程持續運作
9	1		*			*		*	*				*	先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC4 若發生則修復之否則製程持續運作
10	1	*				*		*	*				*	搜尋 AC1 若發生則修復之 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC4
11	1		*			*		*	*				*	先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC1 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC4
12	1	*				*		*	*				*	搜尋 AC1,AC3 若發生則修復之 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC4
13	1		*			*	*						*	搜尋 AC4,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作
14	1	*				*	*						*	搜尋 AC1,AC4,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作
15	1		*			*	*						*	搜尋 AC4,AC6 若發生則修復之 先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC1
16	1	*				*	*						*	搜尋 AC1,AC3,AC4,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作
17	2				*		*				*		*	製程持續運作
18	2			*		*					*		*	搜尋 AC2 若發生則修復之否則製程持續運作
19	2				*	*					*		*	先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC2 若發生則修復之否則製程持續運作
20	2			*		*					*		*	搜尋 AC2,AC3 若發生則修復之否則製程持續運作
21	2				*		*			*			*	搜尋 AC5 若發生則修復之否則製程持續運作
22	2			*		*				*			*	搜尋 AC2,AC5 若發生則修復之否則製程持續運作
23	2				*	*				*			*	搜尋 AC5 若發生則修復之 先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC2
24	2			*		*				*			*	搜尋 AC2,AC3,AC5 若發生則修復之否則製程持續運作
25	2				*	*				*	*		*	先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC5 若發生則修復之否則製程持續運作
26	2			*		*				*	*		*	搜尋 AC2 若發生則修復之 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC5
27	2				*	*				*	*		*	先搜尋 AC3 若未發生則搜尋 AC2 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC5
28	2			*		*				*	*		*	搜尋 AC2,AC3 若發生則修復之 先搜尋 AC6 若未發生則搜尋 AC5
29	2				*	*				*	*		*	搜尋 AC5,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作
30	2			*		*				*	*		*	搜尋 AC2,AC5,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作
31	2				*	*				*	*		*	搜尋 AC5,AC6 若發生則修復之 先搜尋 AC3,若未發生則搜尋 AC2
32	2			*		*				*	*		*	搜尋 AC2,AC3,AC5,AC6 若發生則修復之否則製程持續運作

\*表示警訊出現與否

制上界為 64.93、管制下界為 5.067；依據  $Y_{2j} \sim N(35, 4^2)$  建立 Shewhart Individual  $Y_2$  管制圖其中心線為 35、管制上界為 59.37、管制下界為 10.63。在相同的型一誤差機率 0.01647 下，依據  $\begin{pmatrix} X_{1j} \\ Y_{1j} \end{pmatrix} \sim N_2 \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1^2 & 0.5 \\ 0.5 & 3^2 \end{pmatrix} \right)$  建立 G1 的 Hotelling  $T^2$  管制圖，其管制上限為 9.59301；依據  $\begin{pmatrix} X_{2j} \\ Y_{2j} \end{pmatrix} \sim N_2 \left( \begin{pmatrix} 5 \\ 35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1.5^2 & 0.5 \\ 0.5 & 4^2 \end{pmatrix} \right)$  建立 G2 的 Hotelling  $T^2$  管制圖，其管制上限為 9.59301。這些

管制圖分別被建立以追蹤製程是否在穩定狀態。

我們假設製程開始運作後會依序發生 AC4、AC1、AC5、AC2、AC6、AC3，此時其所對應的製程狀態依序為狀態 1、5、10、30、46、61、64（各製程狀態的定義見附錄）。我們用 Bernoulli(1/2) 分配模擬 60 個值，0 代表 G1；1 代表 G2。這 60 個值表示我們在管制站按照固定間隔時間依序從各製程狀態下所抽出的樣本且 G1 和 G2 所抽到機率均為 1/2，如圖 2 所示。

各製程狀態中品質特性值所服從的分配如下：

狀態 1

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2 \end{aligned}$$

狀態 5

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_5 = 1.5 \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2 \end{aligned}$$

狀態 10

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j(AC1)} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_1 = 1, \delta_5 = 1.5 \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2 \end{aligned}$$

狀態 30

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j(AC1)} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_1 = 1, \delta_5 = 1.5 \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2, \delta_6 = 1.5 \end{aligned}$$

狀態 46

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j(AC1)} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_1 = 1, \delta_5 = 1.5 \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j(AC2)} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2, \delta_2 = 1, \delta_6 = 1.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j(AC1)} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_1 = 1, \delta_9 = \frac{19}{6} \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \end{aligned}$$

$$\mu_{2j(AC2)} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2, \delta_2 = 1, \delta_{10} = \frac{11}{4}$$

狀態 64

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3, \sigma_1^2 = 1^2, \mu_{1j(AC1, AC3)} = 5 + 10x_{1j}, \sigma_{Y_1}^2 = 3^2, \delta_{11} = 1.75, \delta_9 = \frac{19}{6} \\ \mu_2 &= 5, \sigma_2^2 = 1.5^2, \mu_{2j(AC2, AC3)} = 10 + 5x_{2j}, \sigma_{Y_2}^2 = 4^2, \delta_{12} = 1.5, \delta_{10} = \frac{11}{4} \end{aligned}$$

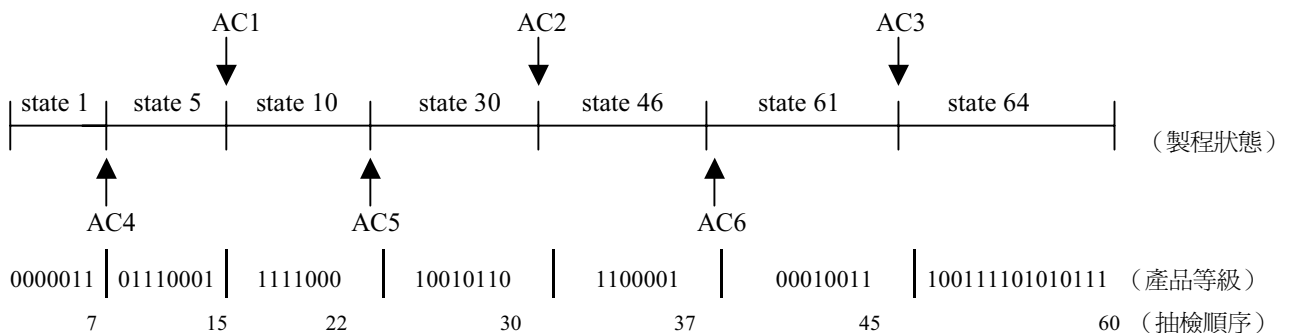


圖 2. 製程狀態及所抽出的樣本

我們依照在各製程狀態中品質特性所服從的分配模擬出 60 個樣本觀測值 ( $X_{ij}, Y_{ij}$ ),  $i=1$  or  $2$ 。其中由狀態 1 品質特性值所服從的分配模擬出 5 個 G1 和 2 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 5 品質特性值所服從的分配模擬出 4 個 G1 和 4 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 10 品質特性值所服從的分配模擬出 3 個 G1 和 4 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 30 品質特性值所服從的分配模擬出 4 個 G1 和 4 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 46 品質特性值所服從的分配模擬出 4 個 G1 和 3 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 61 品質特性值所服從的分配模擬出 5 個 G1 和 3 個 G2 樣本觀測值; 由狀態 64 品質特性值所服從的分配模擬出 5 個 G1 和 10 個 G2 樣本觀測值。然後依照第 3 節所提出的公式計算 60 個樣本的描點統計量的值, 再描繪於所建立的 6 個 EWMA 管制圖上。60 個樣本的觀測值、描點統計量的值、所屬產品等級與製程狀態、和管制圖出現警訊與否, 整理如表 3。另外, 依據 60 個樣本觀測值分別計算出 Shewhart Individual 管制圖與 Hotelling  $T^2$  管制圖的描點統計量, 再描繪於所建立的 4 個 Shewhart Individual 管制圖與 2 個 Hotelling  $T^2$  管制圖上。再者, 由各管制圖出現真實警訊和錯誤警訊的次數(見圖 3(1)~(12)), 我們可以計算出各管制圖在製程失控狀態下出現真實警訊的比例, 整理如表 4 所示。我們可以發現同時使用 6 個 EWMA 管制圖在各種製程失控狀態下出現真實警訊的比例都高於 4 個 Shewhart Individual 管制圖與 2 個 Hotelling  $T^2$  管制圖。所以在相同的型一誤差機率之下, 我們知道 EWMA 管制圖的偵測力明顯地優於其他兩種管制圖。

## 6. 結論與建議

本研究探討如何對兩個相依子製程下的兩個等級產品之品質特性分別建立適當的管制圖以便有效的管制各個子製程, 期使製程失控時可迅速地追蹤非機遇因素的來源, 並且有效地判別非機遇因素の種類。

對兩個相依的製程, 我們在製程的第一階段建立個別等級的 EWMA 管制圖和合併的 EWMA 管制圖以快速地偵測出影響個別等級產品品質特性之非機遇因素是否發生及同時影響所有等級產品品質特性之非機遇因素是否發生; 在第二階段建立個別等級的選控圖和合併的選控圖以快速地偵測出影響個別等級產品品質特性之非機遇因素是否發生及同時影響所有等級產品品質特性之非機遇因

素是否發生。利用這些管制圖不但考慮到前後製程的關係, 在製程失控時更可明確地劃分各個子製程的責任歸屬。

經由資料分析發現在相同的型一誤差機率下, 6 個 EWMA 管制圖的偵測效率明顯地優於 4 個 Shewhart 管制圖和 2 個 Hotelling  $T^2$  管制圖。因此在實務上, 若產品是由兩個相關的子製程共同製造而成且為兩個等級時, 利用本文所提出的方法來追蹤製程, 將可對各子製程的製程追蹤, 獲得較正確的資訊, 故值得推廣應用。本研究的方法尚可擴展到多階製程下多等級產品之統計製程管制, 這是後續研究者可以繼續探討的。

## 誌謝

本研究承蒙行政院國家科學委員會贊助, 計劃編號 NSC 88-2118-M-004-006, 僅此誌謝。

## 參考文獻

1. 楊素芬, “多等級產品的製程管制”, 國科會專題計劃, NSC 87-2118-M-004-008 (1998)。
2. Doganaskoy, N., J. Schmeck and M. Vandeven, “Process monitoring with multiple product grades,” *Journal of Quality Technology*, **28(3)**, 346-355 (1996)
3. Roberts, S., “Control chart tests based on geometric moving average,” *Technometrics*, **1**, 239-250 (1959).
4. Shewhart, W., *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, D. Van Nostrand Company, Inc. (1931).
5. Zhang, G., “A new type of control charts and a theory of diagnosis with control charts,” *World Quality Congress Transactions*, American Society for Quality Control, Milwaukee, WI, 75-85 (1984).

## 作者簡介

**楊素芬** 政治大學統計系教授。美國加州大學河濱校區應用統計博士。研究領域包括統計製程管制、田口方法、資料分析等。

**楊達鑫** 政治大學統計系碩士。

(Received November 1999; revised March 2000; accepted March 2000)



表 3. 60 個樣本的觀測值、描點統計量和管制圖的狀況

樣本編號	產品等級及編號	製程狀態	觀測值 (x, y)	描點統計量						管制圖出現警訊?					
				EWMA1 j	EWMA2 j	EWMA3 j	EWMA4 j	EWMA5 j	EWMA6 j	EW 1	EW 2	EW 3	EW 4	EW 5	EW 6
1	G1 (1)	穩定	3.05952 38.7046	3.00893		0.008928	0.46641		0.155472	NO		NO	NO		NO
2	G1 (2)	穩定	2.76782 29.0165	2.97276		-0.02724	-0.15281		-0.05094	NO		NO	NO		NO
3	G1 (3)	穩定	2.94606 32.5728	2.96876		-0.03124	-0.41306		-0.13377	NO		NO	NO		NO
4	G1 (4)	穩定	3.80356 42.5788	3.09398		0.093977	-0.41962		-0.13987	NO		NO	NO		NO
5	G1 (5)	穩定	1.88809 22.8473	2.91309		-0.08691	-0.51172		-0.17057	NO		NO	NO		NO
6	G2 (1)	穩定	7.5704 50.3099		5.38556	0.183168		0.3687	-0.05281		NO	NO		NO	NO
7	G2 (2)	穩定	5.1945 20.6583		5.35690	0.175138		-1.9837	-0.61916		NO	NO		NO	NO
8	G1 (6)	ac4 發生	4.30066 56.5717	3.12123		0.343966	0.849808		-0.09803	NO		NO	NO		NO
9	G2 (3)	ac4 發生	3.1633 27.7906		5.02786	0.108701		-1.39003	-0.0093		NO	NO		NO	NO
10	G2 (4)	ac4 發生	7.0703 40.9864		5.33423	0.299421		-1.83626	-0.17159		NO	NO		NO	NO
11	G2 (5)	ac4 發生	5.2707 36.2453		5.32470	0.28158		-1.57707	-0.14991		NO	NO		NO	NO
12	G1 (7)	ac4 發生	3.49716 42.4434	3.17762		0.313917	1.09311		-0.00384	NO		NO	NO		NO
13	G1 (8)	ac4 發生	3.18823 43.7774	3.17921		0.295064	1.96341		0.341494	NO		NO	NO		NO
14	G1 (9)	ac4 發生	1.99528 34.7614	3.00162		0.100096	3.14018		0.780701	NO		NO	YES		NO
15	G2 (6)	ac4 發生	4.7437 40.4632		5.23755	0.059453		-0.3288	0.916521		NO	NO		NO	YES
16	G2 (7)	ac4 ac1 發生	4.8954 31.8922		5.18623	0.040077		-0.6672	0.682112		NO	NO		NO	NO
17	G2 (8)	ac4 ac1 發生	7.9912 47.1618		5.60697	0.333188		-0.98628	0.475006		NO	NO		NO	NO
18	G2 (9)	ac4 ac1 發生	6.0743 38.3253		5.67707	0.390637		-1.14524	0.32703		NO	NO		NO	NO
19	G2 (10)	ac4 ac1 發生	5.7799 33.9240		5.69250	0.410035		-1.71981	0.091388		NO	NO		NO	NO
20	G1 (10)	ac4 ac1 發生	4.21066 53.2585	3.18298		0.530129	3.59194		0.385276	NO		NO	YES		NO
21	G1 (11)	ac4 ac1 發生	4.44013 56.1883	3.37155		0.666629	4.0712		0.666834	NO		NO	YES		NO
22	G1 (12)	ac4 ac1 發生	4.33712 55.2627	3.51639		0.767203	4.49425		0.911384	NO		NO	YES		YES
23	G2 (11)	ac4 ac1 ac5 發生	5.9863 41.1134		5.73657	0.750747		-1.28451	0.819008		NO	NO		NO	YES
24	G1 (13)	ac4 ac1 ac5 發生	2.69579 41.3034	3.39330		0.592504	5.22193		1.16343	NO		NO	YES		YES
25	G1 (14)	ac4 ac1 ac5 發生	4.0555 48.8997	3.49263		0.661953	4.94035		1.15615	NO		NO	YES		YES
26	G2 (12)	ac4 ac1 ac5 發生	5.0485 35.6022		5.63336	0.56751		-1.03788	0.996219		NO	NO		NO	YES
27	G1 (15)	ac4 ac1 ac5 發生	5.29597 66.1216	3.76313		0.826779	5.42358		1.25488	NO		YES	YES		YES
28	G2 (13)	ac4 ac1 ac5 發生	2.7787 27.7736		5.20516	0.480628		-0.30015	1.21216		NO	NO		NO	YES
29	G2 (14)	ac4 ac1 ac5 發生	3.0364 33.1039		4.87984	0.212175		0.933157	1.3274		NO	NO		NO	YES
30	G1 (16)	ac4 ac1 ac5 發生	4.70043 57.3840	3.90372		0.435413	5.41698		1.39727	YES		NO	YES		YES
31	G2 (15)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	7.0620 48.5226		5.20717	0.576303		1.27506	1.30815		NO	NO		NO	YES
32	G2 (16)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	4.8154 41.2680		5.14840	0.471394		2.16248	1.3816		NO	NO		NO	YES
33	G1 (17)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	4.36848 54.1865	3.97344		0.605957	5.42969		1.44944	YES		NO	YES		YES

表 3. (續)

34	G1	(18)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	5.26286 57.7058	4.16685		0.854493	4.62682		1.23589	YES		YES	YES		YES
35	G1	(19)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	4.39252 52.5829	4.20070		0.935197	4.48145		1.23339	YES		YES	YES		YES
36	G1	(20)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	4.56946 49.7887	4.25601		1.03034	3.67335		1.00309	YES		YES	YES		YES
37	G2	(17)	ac4 ac1 ac5 ac2 發生	4.9759 39.0483		5.12253	0.873374		2.46343	1.00896		NO	YES		NO	YES
38	G1	(21)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	4.10536 58.1056	4.23342		0.908172	4.93013		1.46021	YES		YES	YES		YES
39	G1	(22)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	5.21007 64.7996	4.37991		1.10346	5.34543		1.62612	YES		YES	YES		YES
40	G1	(23)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	5.87387 72.6635	4.60401		1.36902	5.88234		1.82844	YES		YES	YES		YES
41	G2	(18)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	4.7896 46.7207		5.07259	1.14263		4.00983	2.03316		NO	YES		YES	YES
42	G1	(24)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	4.74192 63.3465	4.62469		1.23252	6.63908		2.27455	YES		YES	YES		YES
43	G1	(25)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	2.48205 39.4292	4.3033		0.969949	7.08452		2.4138	YES		YES	YES		YES
44	G2	(19)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	3.8045 40.7664		4.88237	0.70491		5.16993	2.49212		NO	NO		YES	YES
45	G2	(20)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 發生	5.2846 44.9466		4.94271	0.627631		5.67299	2.43794		NO	NO		YES	YES
46	G2	(21)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	10.2171 71.8245		5.73387	1.0552		6.43291	2.47496		NO	YES		YES	YES
47	G1	(26)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	5.53764 67.5174	4.48845		1.27756	7.09298		2.46077	YES		YES	YES		YES
48	G1	(27)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	2.63437 38.1011	4.21034		1.03108	7.04264		2.42952	YES		YES	YES		YES
49	G2	(22)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	7.0734 63.3281		5.93480	1.08376		8.16214	2.73863		NO	YES		YES	YES
50	G2	(23)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	6.7669 54.2960		6.05961	1.09789		8.50706	2.72015		NO	YES		YES	YES
51	G2	(24)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	9.4273 65.1167		6.56477	1.37593		8.42806	2.61139		YES	YES		YES	YES
52	G2	(25)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	10.0767 64.5633		7.09156	1.67721		7.79081	2.37642		YES	YES		YES	YES
53	G1	(28)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	3.65426 53.0079	4.12693		1.52377	7.70603		2.59322	YES		YES	YES		YES
54	G2	(26)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	9.4495 61.8354		7.44525	1.74016		7.31032	2.37627		YES	YES		YES	YES
55	G1	(29)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	3.82419 54.5100	4.08152		1.60276	8.24035		2.58324	YES		YES	YES		YES
56	G2	(27)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	7.1002 58.5649		7.39349	1.57237		8.17336	2.68565		YES	YES		YES	YES
57	G1	(30)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	5.70331 74.7768	4.32478		1.74201	8.91584		2.91998	YES		YES	YES		YES
58	G2	(28)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	9.1098 67.2798		7.65094	1.89165		8.70701	2.9219		YES	YES		YES	YES
59	G2	(29)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	8.0404 68.6427		7.70936	1.91194		10.1671	3.17515		YES	YES		YES	YES
60	G2	(30)	ac4 ac1 ac5 ac2 ac6 ac3 發生	4.8792 50.4328		7.28483	1.61307		11.0475	3.30025		YES	YES		YES	YES

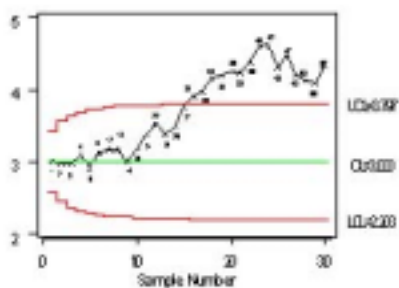


圖 3. (1): EWMA1 管制圖

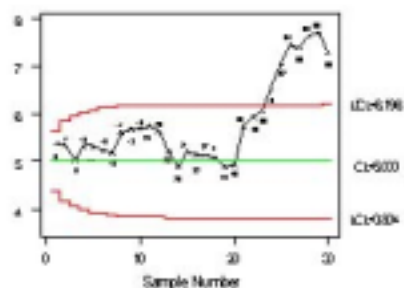


圖 3. (2): EWMA2 管制圖

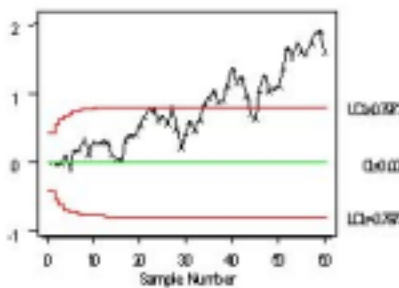


圖 3. (3): EWMA3 管制圖

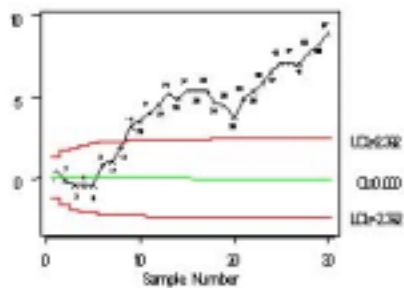


圖 3. (4): EWMA4 管制圖

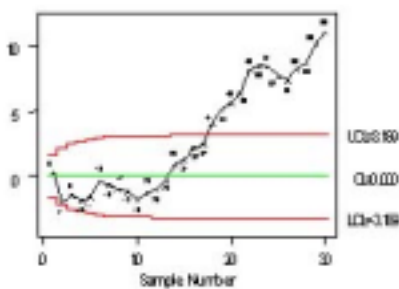


圖 3. (5): EWMA5 管制圖

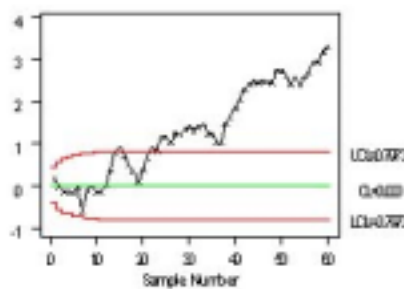


圖 3. (6): EWMA6 管制圖

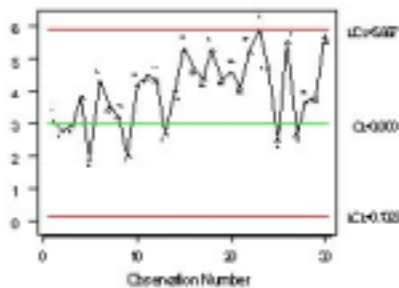


圖 3. (7): Shewhart X1 管制圖

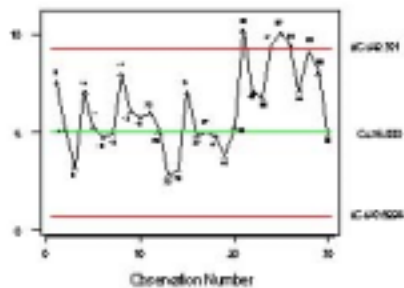


圖 3. (8): Shewhart X2 管制圖

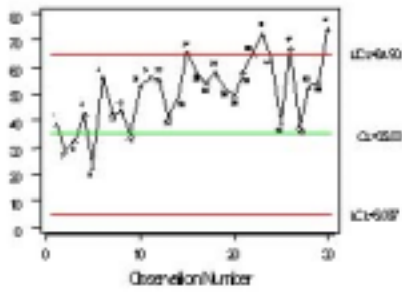


圖 3. (9): Shewhart Y1 管制圖

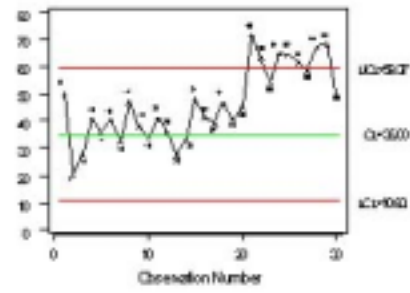


圖 3. (10): Shewhart Y2 管制圖

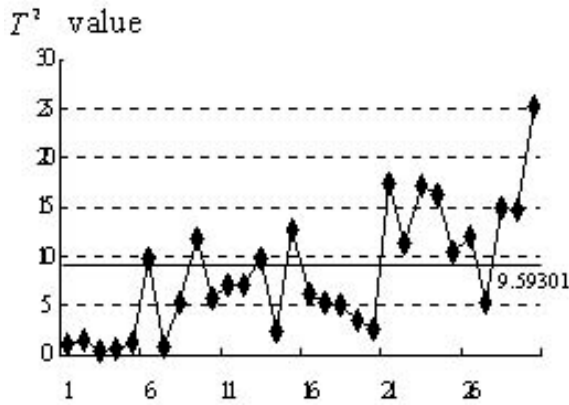


圖 3. (11): G1 的 Hotelling  $T^2$  管制圖

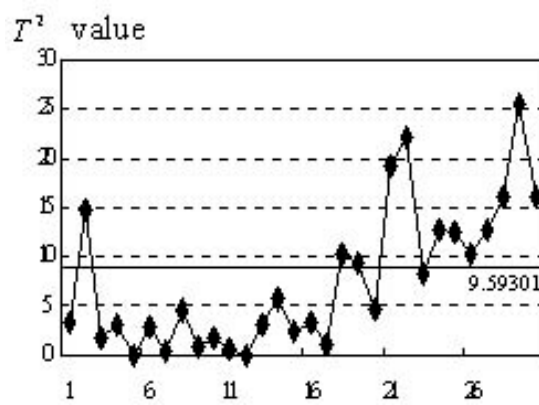


圖 3. (12): G2 的 Hotelling  $T^2$  管制圖

表 4. 6 個 EWMA 管制圖、4 個 Shewhart Individual 管制圖和 2 個 Hotelling  $T^2$  管制圖偵測力的比較

樣本 i	製程 狀態	Shewhart Individual 管制 圖					Hotelling $T^2$ 管制圖			EWMA 管制圖						
		X1	X2	Y1	Y2	比例	(X1,Y1)	(X2,Y2)	比例	EWMA1	EWMA2	EWMA3	EWMA4	EWMA5	EWMA6	比例
1~7	穩定	0/5	0/2	0/5	0/2	0/7	0/5	1/2	1/7	0/5	0/2	0/7	0/5	0/2	0/7	0/7
8~15	AC4 發生	0/0	0/0	0/4	0/0	0/4	2/4	0/0	2/4	0/0	0/0	0/0	1/4	0/0	1/0	1/4
16~22	AC1、AC4 發生	0/3	0/0	0/3	0/0	0/3	0/3	0/0	0/3	0/3	0/0	0/0	3/3	0/0	1/0	3/3
23~30	AC1、AC4、 AC5 發生	0/4	0/0	1/4	0/4	1/8	2/4	0/4	2/8	1/4	0/0	1/0	4/4	0/4	8/0	4/8
31~37	AC1、AC2、 AC4 AC5 發生	0/4	0/3	0/4	0/3	0/7	0/4	0/3	0/7	4/4	0/3	4/0	4/4	0/3	7/0	4/7
38~45	AC1、AC2、 AC4 AC5、AC6 發生	1/5	0/3	1/5	0/3	1/8	5/5	1/3	6/8	5/5	0/3	6/0	5/5	3/3	8/8	8/8
46~60	AC1、AC2、 AC3 AC4、AC5、 AC6 發生	0/5	4/10	2/5	7/10	9/15	4/5	9/10	13/15	5/5	7/10	15/15	5/5	10/10	15/15	15/15

\*表之比例為 警訊個數/製程穩定或失控下的樣本組數

















# STATISTICAL PROCESS CONTROL FOR TWO GRADE PRODUCTS UNDER TWO DEPENDENT PROCESSES

Su-Fen Yang and Tar-Hsing Yang  
*Department of Statistics*  
*National Chengchi University*

## ABSTRACT

In this paper, we propose an efficient approach to distinguish which process step is out of control and examine which kind of special cause occurs the shift of process means for two-grade products produced from two dependent processes. Two EWMA control charts are proposed to detect if the first kind of special causes, which affect one of the two-grade products, occur; and a combined EWMA control chart is designed to examine if another kind of special causes, which affect both the two-grade products, occur in the previous process. Two EWMA-type cause-selecting control charts are proposed to examine if the first kind of special causes, which affect the interested quality characteristic for each grade products, occur in the previous process. A combined cause-selecting control chart is designed to detect if another kind of special causes, which affect both the interested quality characteristics for two-grade products, occur in the current process. A simulated data analysis shows our proposed control charts are superior to Shewhart control charts and Hotelling  $T^2$  control charts in distinguishing which process is out of control and detecting which kind of special causes occur for two-grade products.

**Keywords:** control chart, special cause, dependent processes