

第四章 實證研究

本章以台指選擇權(TXO)為實證對象，針對台指選擇權交易過程中需支付一定比例的賦稅與固定手續費，考慮混合制交易成本，探討本論文所提出之整數線性規劃模型是否仍有套利機會，以及驗證模型的效能。下面兩小節將說明本論文實證研究之資料來源與實證結果。

4.1. 資料來源

本論文以台指選擇權為實證對象，根據台灣期貨交易所網站所提供的選擇權每日交易簡表，選擇權標的資產為台灣股票市場加權股價指數，收集 2004 年 3 月 18 日至 2004 年 6 月 16 日之間的歷史資料，共有 65 個交易日，此資料和 Liu 與 Liu 在 2006 年所用的資料相同。台指選擇權以當日的結算價為市場價格，在交易日成交量 100 口以上的標的資產中，我們考慮成交量較大的 7 檔買權和 7 檔賣權，且投資組合買進選擇權或賣出選擇權皆限制在 10 口以下，亦即 $|x_i| \leq 10$ 且 $|y_i| \leq 10$ 。根據台灣期貨交易所網站提供的資料，台指選擇權的交易成本，除了要外加千分之一交易稅之外，還需支付手續費，手續費沒有固定價錢，由投資者與營業員議定，電話下單一口選擇權手續費在 70 元到 88 元之間，網路下單一般都在 50 元的行情價。

由於台指選擇權一點為 50 元，因此我們考慮混合制交易成本包含 0.1% 的交易稅和一口 50 元的固定手續費，將上述 65 筆歷史資料輸入以 GAMS (General Algebraic Modeling System) 軟體寫成的數學模型，來驗證模型六和模型七是否存在套利機會。

4.2. 實證結果分析

我們將上述 65 筆歷史資料輸入以GAMS軟體寫成的數學模型，分別驗證模型六與模型七，並將結果列於表 4-1與表 4-2。

表 4-1 台指選擇權最後獲利(模型六)

4 月到期TXO		5 月到期TXO		6 月到期TXO	
日期	獲益(點)	日期	獲益(點)	日期	獲益(點)
2004/3/18	7.62	2004/4/22	0.94	2004/5/20	0.93
2004/3/19	11.72	2004/4/23	2.49	2004/5/21	2.58
2004/3/22	1211.62	2004/4/26	0.20	2004/5/24	0.15
2004/3/23	1.40	2004/4/27	5.04	2004/5/25	0.46
2004/3/24	17.54	2004/4/28	0.35	2004/5/26	0.21
2004/3/25	1.06	2004/4/29	1.14	2004/5/27	1.71
2004/3/26	1.43	2004/4/30	0.10	2004/5/28	2.58
2004/3/29	0.53	2004/5/3	0.89	2004/5/31	2.44
2004/3/30	0.76	2004/5/4	0.34	2004/6/1	0.51
2004/3/31	0.65	2004/5/5	2.06	2004/6/2	3.98
2004/4/1	1.68	2004/5/6	2.34	2004/6/3	0.42
2004/4/2	0.11	2004/5/7	1.48	2004/6/4	1.26
2004/4/5	0.95	2004/5/10	0.82	2004/6/7	0.27
2004/4/6	0.03	2004/5/11	0.30	2004/6/8	0.38
2004/4/7	0.27	2004/5/12	0.78	2004/6/9	30.55
2004/4/8	0.00	2004/5/13	0.63	2004/6/10	0.75
2004/4/9	0.16	2004/5/14	0.76	2004/6/11	0.34
2004/4/12	0.01	2004/5/17	7.63	2004/6/14	0.11
2004/4/13	0.45	2004/5/18	0.02	2004/6/15	0.35
2004/4/14	0.14	2004/5/19	0.11	2004/6/16	0.08
2004/4/15	0.21				
2004/4/16	0.10				
2004/4/19	0.06				
2004/4/20	0.01				
2004/4/21	0.03				

表 4-2 台指選擇權最後獲利(模型七)

4 月到期TXO		5 月到期TXO		6 月到期TXO	
日期	獲益(點)	日期	獲益(點)	日期	獲益(點)
2004/3/18	68.66	2004/4/22	20.31	2004/5/20	51.58
2004/3/19	6.10	2004/4/23	35.32	2004/5/21	51.85
2004/3/22	467.18	2004/4/26	15.46	2004/5/24	20.12
2004/3/23	71.71	2004/4/27	20.78	2004/5/25	2.97
2004/3/24	23.59	2004/4/28	77.44	2004/5/26	2.92
2004/3/25	53.91	2004/4/29	63.18	2004/5/27	34.41
2004/3/26	23.66	2004/4/30	39.78	2004/5/28	29.52
2004/3/29	26.61	2004/5/3	50.77	2004/5/31	41.67
2004/3/30	21.49	2004/5/4	7.69	2004/6/1	13.29
2004/3/31	12.94	2004/5/5	36.48	2004/6/2	29.25
2004/4/1	63.08	2004/5/6	45.96	2004/6/3	3.02
2004/4/2	8.22	2004/5/7	26.86	2004/6/4	17.80
2004/4/5	22.07	2004/5/10	34.81	2004/6/7	4.14
2004/4/6	31.21	2004/5/11	7.91	2004/6/8	13.41
2004/4/7	9.07	2004/5/12	28.24	2004/6/9	13.50
2004/4/8	6.54	2004/5/13	17.14	2004/6/10	10.98
2004/4/9	17.02	2004/5/14	8.51	2004/6/11	4.88
2004/4/12	2.47	2004/5/17	88.81	2004/6/14	43.83
2004/4/13	13.17	2004/5/18	9.77	2004/6/15	13.26
2004/4/14	17.31	2004/5/19	30.09	2004/6/16	8.12
2004/4/15	8.75				
2004/4/16	5.59				
2004/4/19	2.81				
2004/4/20	4.33				
2004/4/21	10.92				

由表 4-1我們發現由模型六求得的投資組合獲益在 1 點以上的投資組合有 22 組，占 34%約 $\frac{1}{3}$ ；而獲益不到 1 點的投資組合有 43 組，占 66%。因選擇權一點是 50 元，故我們可將獲益不到一點，視為獲利為零，亦即沒有套利機會。因此，在 65 筆歷史資料中，由模型六所求得的投資組合中，34%有套利機會存在。

另外，由表 4-2 我們可清楚地看出來，由模型七所求得的投資組合最後獲益都在 1 點以上，其中獲益超過 10 點的投資組合有 46 組，約佔 70%。因此，比較表 4-1 與表 4-2 可知，模型七所得的投資組合其獲利機會與利潤均較模型六的投資組合為高。

綜合比較表 4-1 與表 4-2 的結果，由模型六求得的投資組合獲益較不穩定，有 43 組獲益幾乎為零，但在 3 月 22 日的獲益卻為 1211.62 點。而模型七求得的投資組合，獲益大約在 10~100 點之間有 44 筆，在 3 月 22 日的獲益雖高達 467.18 點，但相較於模型六的結果，模型七的獲益相對來得穩定，且套利機會亦較高。

實證結果我們發現，由模型六所求得的投資組合，其損益曲線大致有兩種，一種是獲利漸漸遞減，最後獲利線呈水平；另一種則是損益曲線先漸漸遞減，接著呈水平，最後再慢慢遞增。而模型七所求得的投資組合，其損益曲線則均為一水平線。在 65 筆歷史資料中，我們以 3 月 19 日為例，分別探討模型六和模型七求得之投資組合到期時的損益，以及其損益曲線。我們利用台指選擇權 3 月 19 日市場價格的資料，並限制選擇權交易在 10 口以下，即令 $M = 10$ ，將所有參數代入模型六，則求得的解如下：

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (10, 10, 10, 0, -10, -10, -10)$$

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7) = (-10, -10, -10, 1, 10, 10, 10)$$

將所有參數代入模型七，則求得的解如下：

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (0, 10, 10, -10, -10, -10, 10)$$

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7) = (0, -10, -10, 10, 10, 10, -10)$$

我們將 3 月 19 日的選擇權履約價格與模型六及模型七所建立之投資組合列於表 4-3。模型六的投資組合到期時的損益曲線給於圖 4-1，模型七的投資組合到期時的損益曲線給於圖 4-2。

表 4-3 台指選擇權 3 月 19 日市場價格與套利投資組合

履約價 (k_i)	買權價格 (c_i)	賣權價格 (p_i)	模型六投資組合		模型七投資組合	
			買權(x_i)	賣權(y_i)	買權(x_i)	賣權(y_i)
6400	520	81	10	-10	0	0
6500	440	112	10	-10	10	-10
6600	370	145	10	-10	10	-10
6700	330	185	0	1	-10	10
6800	276	231	-10	10	-10	10
6900	226	271	-10	10	-10	10
7000	184	348	-10	10	10	-10

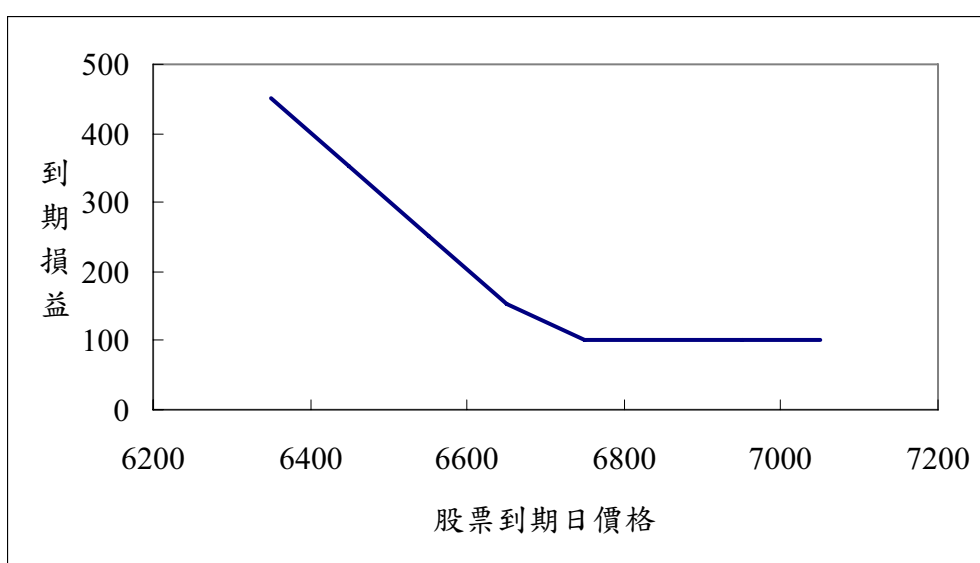


圖 4-1 台指選擇權 3 月 19 日投資組合損益圖(模型六)

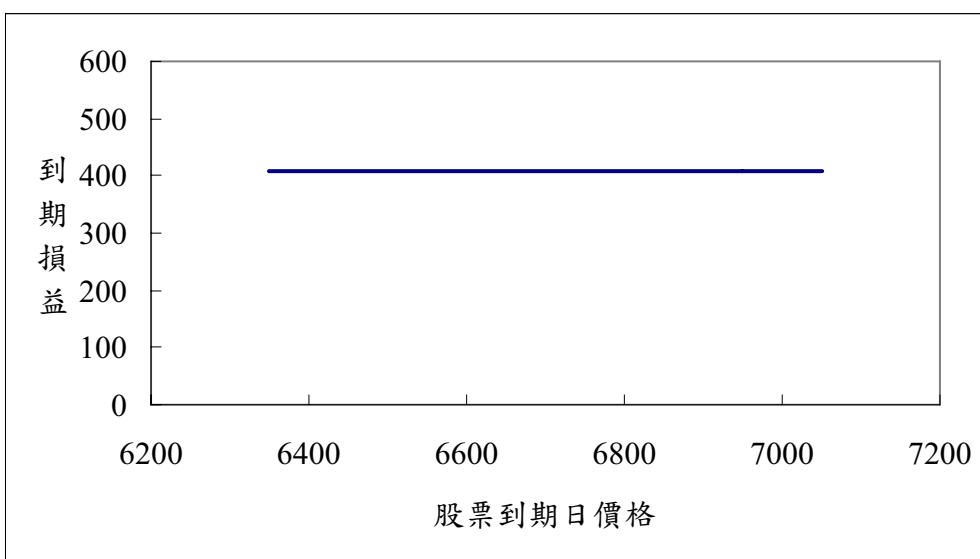


圖 4-2 台指選擇權 3 月 19 日投資組合損益圖(模型七)

由圖 4-1 和圖 4-2 我們可清楚看出，3 月 19 日投資組合的損益曲線均在 x 軸之上，表示無論未來股價如何變動，都將有獲利，亦即模型六和模型七所建立之投資組合皆有套利機會存在。

模型六的目標函數是求選擇權到期損益的最大值，亦即所求得的最佳投資組合可讓損益曲線和 x 軸之間的面積最大，但隨著到期日股價的不同，獲利也跟著不同。如圖 4-1，若未來股價落在 6350 點，則將獲利 451 點；若未來股價落在 6850 點，則將獲利 101 點。

模型七則是先假設一個極大的常數，我們稱之為虛擬目標報酬，而實際報酬與虛擬目標報酬的最大差距取極小值即為此模型的目标函數。藉由實際報酬與虛擬目標報酬之差距取極小值，原本高高低低的獲利曲線被拉成一直線，表示無論未來股價如何變動，所求得的投資組合有穩定獲利，如圖 4-2，由模型七所得的投資組合無論未來股價如何變動，獲利均為 408 點。

接下來，我們再以 6 月 16 日為例，分別探討模型六和模型七求得之投資組合到期時的損益，以及其損益曲線。我們利用台指選擇權 6 月 16 日市場價格的資料，並限制選擇權交易在 10 口以下，即令 $M = 10$ ，將所有參數代入模型六，則求得的解如下：

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (10, 0, 0, 10, 1, 3, 0)$$

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7) = (0, 0, 0, -10, 10, 10, 0)$$

將所有參數代入模型七，則求得的解如下：

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (0, -10, 0, 10, 0, -10, 10)$$

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7) = (0, 10, 0, -10, 0, 10, -10)$$

我們將 6 月 16 日的選擇權履約價格與模型六及模型七所建立之投資組合列於表 4-4。模型六的投資組合到期時的損益曲線給於圖 4-3，模型七的投資組合到期時的損益曲線給於圖 4-4。

表 4-4 台指選擇權 6 月 16 日市場價格與套利投資組合

履約價 (k_i)	買權價格 (c_i)	賣權價格 (p_i)	模型六投資組合		模型七投資組合	
			買權(x_i)	賣權(y_i)	買權(x_i)	賣權(y_i)
5300	265	0.9	10	0	0	0
5400	170	1.2	0	0	-10	10
5500	72	5.6	0	0	0	0
5600	10	49.5	10	-10	10	-10
5700	1.1	135	1	10	0	0
5800	0.2	233	3	10	-10	10
5900	0.1	338	0	0	10	-10

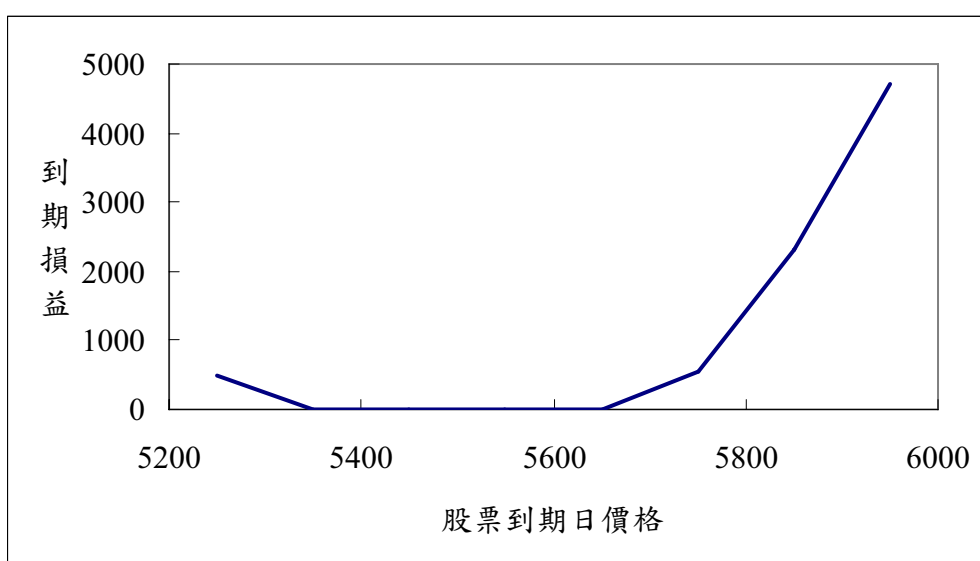


圖 4-3 台指選擇權 6 月 16 日投資組合損益圖(模型六)

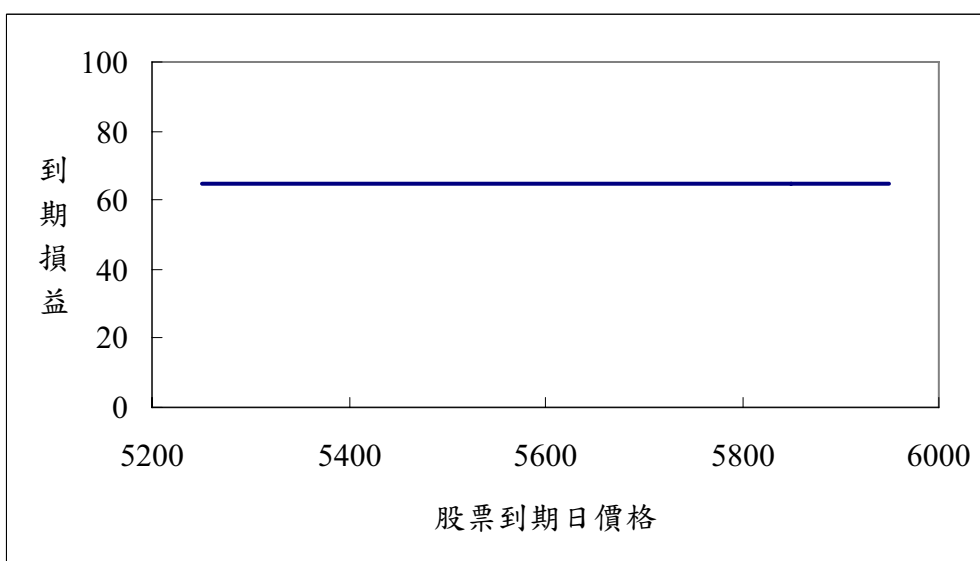


圖 4-4 台指選擇權 6 月 16 日投資組合損益圖(模型七)

由圖 4-3和圖 4-4我們可清楚看出，損益曲線均在 x 軸之上，亦即無論未來股價如何變動，都將有獲利，表示模型六和模型七皆有套利機會存在。模型六所得之投資組合，如圖 4-3，顯示若未來股價落在 5950 點，則將有最大獲利 4702 點；但未來股價如果落在 5350 點~5650 點之間，則將只獲利 2 點，幾乎可視為沒有獲利。而模型七所得之投資組合，如圖 4-4，則是無論未來股價如何變動，都將獲利 65 點。此例再次證實，由模型七所得的投資組合，其獲利機會與利潤均較模型六的投資組合為高。

Liu 與 Liu 在 2006 年建構之未含交易成本的整數線性規劃模型，均有套利機會存在。本論文所建構的整數線性規劃模型包含交易成本，經實證結果發現含有混合制交易成本的模型六和模型七亦有套利機會存在。