第二章　文獻回顧

第一節　傳統模型探討

隨著金融環境的蓬勃發展，投資工具多元化，如何妥善管理資金成為相當重要的課題，資產配置的重要性更是日益提升。長久以來，投資專家與學者們認為資產配置是影響投資組合報酬與風險重要的因素，而資產配置主要有兩個考量的因素，即投資的報酬率與資產組合的整體風險，基於上述的觀點在決定投資比重與選擇投資組合的方法中，首先是由 Markowitz (1952)提出的投資組合理論，利用平均數/變異數最佳化(Mean-Variance Optimization)的方法決定投資比重，在其基本假設下，計算出n個資產預期報酬率估計值、n個資產變異數估計值。與n(n-1)/2 個資產間共變異數的估計值後，即可求取投資組合模型如下：

$$\mathrm{Min}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\sum_{j=1}^{\mathrm{n}}\sigma_{\mathrm{ij}}x_i x_j \qquad (式1\text{-}1)$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}x_i E(y_i)=R_p \ ,\ \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}x_i=1 \ ,\ 0\le x_i\le 1,\ i=1,\dots,n$$

其中σ_{ij}為第i資產與j資產的共變異數、x_i為資產i的權重、$E(y_i)$為資產i的期望報酬、R_p為投資組合的預期報酬。

其理論主要是在論述最佳的投資策略是必須在某一期望的報酬率之下，達到最小的變異數或標準差(風險)，從另一個角度來看，是希望在在特定水準下變異程度，達到最大化期望報酬率，接著藉由改變投資組合之預期報酬率，使之介於最小變異數投資組合與最大期望報酬投資組合之間重複計算，然後將依不同特定報酬求得之最適投資組合組合起來，即構成整條效率前緣(efficient frontier)，進而建立一套效率投資組合的選取系統，提供投資者建議，以求在資產負債管理上達到特定的目標。

資產配置可以套用投資組合理論，而 Markowitz 所提出之平均數/變異數最佳化之所以如此盛行，原因在於:

1. 此模型能兼顧投資目標與風險的限制。可以依照投資人的任何需要量身訂作效率組合，例如：共同基金著重的流動性及資產的投資上限或損失限制、最低報酬率限制等等的法律及績效的限制，都可以經由此一模型得到預期的結果。
2. 投資者可參考投資組合，依據個人風險趨避程度與市場概況，選擇最適的投資組合比例。
3. 容易加入新資訊在組合的考量中。投資人可以加入對市場狀況的判斷、新的資訊或應用於不同操作的策略，只要改變對於未來某項資產的報酬率與風險的判斷，就可以利用平均數/變異數的分析模型，求出另一個效率前緣曲線。

也因此，許多相關的文獻探討包括 Wise (1984a, 1984b, 1987a, 1987b)、Wilkie (1985)以及 Sherris (1992)，這一系列之研究，都是以 Markowitz的投資組合理論為基礎，而更深入的探討資產配置的問題，主要圍繞在單一期間的傳統投資組合議題上。

然而，在採用傳統平均數/變異數最佳化時，需要三個估計參數，即各資產報酬率的平均數、報酬率變異數以及各資產間的共變異數。這些在理論與應用上都面臨了一些問題。首先，參數估計的誤差會導致不同的決策。在Chopra & Ziemba (1993) 的文章中指出，對於平均數、變異數及共變異數的估計錯誤，將對最適的投資組合帶來極大的影響。Brianton (1997) 亦指出，由資產的預期投資報酬率、變異數及共變數，所推導出的效率前緣曲線相當敏感，估計投入要素稍加變動便會得到另一條差異很大的效率前緣曲線。延伸上面問題，若所選取的歷史資料，恰巧落於特殊的期間，使得所估計的參數與其他期間有很大差距，縱使所選

出的歷史資料能涵蓋所有期間，亦不能保證所得出的參數，能夠適切的代表過去的資訊，提供給未來經濟良好的預期，進而沒有辦法得到一個穩定的配置策略。Koskrosidis & Duarte (1997)提出因選取期間不同，所得到結論有所差異的實證。另外，Cariño & Turner 認為以平均數/變異數方法做投資組合存在兩大限制。一為此方法的本質乃著重在單一期間的分析，另一個則是此方法只處理具有對稱性風險的資產。傳統方法主要在處理單一期間的配置問題，而且過去資料的長期平均已不足以預估未來的狀態，且當投資計畫為長期性的計畫如退休金管理，如果採用過去單點預測將未來十年、二十年都視為同一報酬率是相當不合理的。此外，現在由於投資工具增多，如選擇權這種非對稱風險的工具亦無法分析，使得平均數/變異數方法不足以應付這日趨複雜的狀況。

第二節　情境分析與動態規劃

基於上述平均數/變異數方法的一些限制，便有許多關於投資組合理論的延伸與改良。首先是針對採用歷史預期報酬率推算投資組合，Edesess & Hambrecht (1980)則是主張將未來情境分成數種，並討論各種情境發生的機率。Koskrosidis & Duarte(1997) 參考過去曾經發生過的經濟情況區分情境，計算出每一種情境下資產的預期報酬率與風險，再依據各種情境發生的可能，求出融合了多種情境的預期報酬率，預測未來情境投資組合報酬率。情境分析雖然提供了經濟情況不確定性預測的依據和方向，但並未對於情境的預測及建立有詳細的說明，以至於投資人對於各項資產的估計參數的預測，容易流於主觀的預測，也將降低情境分析架構的實用價值。

對於多期資產配置與未來不確定性的問題，過去於退休基金領域，有許多研究利用動態規劃（Dynamic Programming）方式來進行分析。動態規劃是一種

專門用來解決一連串相關決策的數學方法的應用，將最適化的問題分解成數個子問題，逐步在每一個子問題上，使其中的某一變數達到最適值，每一個子問題的最適值再與下一個子問題的決策變數，共同構成此一決策階段的最適值，如此循序漸進直到最後階段的最佳答案求出為止。至於動態規劃應用在資產配置上，其最大的好處就是能因應情況的改變，而隨時調整資產配置組合。依據動態規劃所做成的策略性資產負債配置，能找出與資產面風險、負債面風險與投資目標的達成之間的關係。Haberman & Sung（1994）考慮利率隨機與非隨機的情況，且視提撥金額為控制函數並以動態規劃的方式來求得確定給付(defined benefit)退休計畫之最適提撥策略。其後，Chang (1999) 則是改良目標函數，結合隨機模擬與動態規劃，探討退休基金之最適策略。Vigna & Haberman (2001)用動態規劃方式找出最佳的投資策略並分析確定提撥制(defined contribution)下的財務風險。另外，鄧益俗(2002)其研究之目標函數則是採效用函數，利用擬似動態規劃方法來處理投資者個人最適投資策略及消費問題，不同於隨機控制理論中所尋求整體風險之最小化，其藉由隨機動態規劃來尋求規劃期間其效用之最大化。

有關動態規劃的應用上，範圍相當廣泛，而應用於多期資產配置上較常見的有：動態隨機規劃 (Stochastic programming)，其主要是根據決策樹，決定每期最適投資，此方法的好處是能提供一般化的模型架構，但此方法需要高度有效的演算法來求解，而且計算的成本太過昂貴。其次是決策規則 (Decision rules)，此方法概念上易於明白及使用，但目標函數可能是non-convex，以致於需要搜尋全域的最適化。其三則是資本成長 (Capital growth)，即給定一組資產，要如何分配各資產的比重，使得長期而言會最大化該組合的資產成長率，但此方法並無考量風險的分散，提供的策略會集中在高報酬的資產上。動態規劃與情境分析方法類似，對未來的經濟情況預測的愈準確，則愈能得到更有效率的投資組合，另外，為求愈接近真實狀況，動態分析的模型複雜性愈高，難度也會愈高，而且動態模型的分析，沒有一套一般的方程式可以運用，最適解的求解的方式也因類型而異，因此降低了實用性的價值。

第三節 投資模型的介紹

採過去經驗假設未來情況有相當大的風險，以英國1980年代保險公司所面臨之滿期保證給付(Maturity Guarantee)[1]問題為例，由於精算人員錯估市場趨勢，在英國股市崩盤、市場投資報酬大幅下降等因素的衝擊下，使得市場利率遠低於當時保險公司所約定之保單保證利率，造成保險公司累積之資產遠小於到期之負債，產生財務上的困難。經此事件之後，以隨機方法(Stochastic Method)結合隨機投資模型在保險精算相關研究上便受到重視，相繼產生許多隨機投資模型，如Wilkie(1986)、Cairns(1999)及Yakoubov et al.(1999)等。

然而，在目前文獻中，很少投資模型是針對保險或退休金等長期負債的需要而設計的模型。Wilkie (1986, 1995)所建構的Wilkie Model是少數適合用於預測長期投資報酬率的模型，因此更為適合保險公司長期資產及負債之評估。此模型只利用簡單之自我迴歸模型(Auto Regressive, AR)，但同時考慮總體經濟環境中金融資產間之關係，如通貨膨脹、股利、股利率、股價、長期利率、短期利率、薪資率、地價指數及土地收益率等，因此近年來許多學者如Hardy (1993)、Macdonald (1994)、Berketi(1998)、 Wright(1998) 和 Huang(2000)相繼利用此模型研究保險公司與退休金等相關研究。所以本文亦將採用Wilkie(1995)投資模型，模擬推估最適資產配置所需相關投資標的之報酬率。

而本文是延續Huang (2004)之研究，其研究是以理論求解的方式求出每年各個資產調整的比例的唯一解，使得最終資產與負債間的差距(追蹤誤差)達到最小，亦即期望達到 $\min E[(A(n)-L(n))^2]$ 之目的，進而可將目標函數化為

---

[1]保證保單持有人在保單滿期時可以領取一筆滿期金，滿期金給付金額為投資帳戶價值或保險公司提供最低保證利率所計算出已繳保費之本利和兩者中較高者。

$$OBJ = \min E[(\ln A(n) - \ln L(n))^2]$$

其中在資產模型方面的化簡，讓目標函數具有良好的性質，亦即可將目標函數視為一般化最小平方法之問題(generalized least square,GLS)，而Gill, Murray, & Wright (1981) 指出一般化最小平方法的問題可利用二次規劃法(Quadratic Programming)，採用有效集合 (active set) 方式有效率的求解，且所求出的解具有唯一性。故綜合以上所述以及文獻上的討論，本文將著重於如何有效率求解，並將此決策問題介面化以提供投資者便於使用。