附錄A 生產力衡量方法

(一) 單位投入產出法 (The Output Per Unit of Input Approach)

單位投入產出法係指總要素生產力可由產出增加率和投入要素的加權增加率兩者之比值推估而得。此法最早由 Fabricant (1959)及 Abramovitz (1962)等人引用，再由 Denison (1962)等人加以延伸。根據此一方法，TFP 可以下列表示：

$$TFP=\frac{Y_t/Y_0}{(w_0L_t+i_0K_t)+(w_0L_0+i_0K_0)} \qquad (4.1)$$

式中，Y_t 表示第 t 期的產出;L_t 表示第 t 期的勞動要素投入;K_t 表示第 t 期的的資本要素投入;w_0 表示基期的工資率:i_0 表示基期的資本報酬率。

在固定規模報酬下，依據尤拉定理，對式(4.1)取對數後並對時間 t 做全微分，則可導出總要素生產力變動率($\dot{TFP}/TFP$)，如下式

$$\frac{\dot{TFP}}{TFP}=\frac{\dot{Y}}{Y}-W_L\frac{\dot{L}}{L}-W_K\frac{\dot{K}}{K} \qquad (4.2)$$

式中，$W_L=\frac{w_0L_t}{w_0L_t+i_0K_t}$ 為勞動份額， $W_K=\frac{w_0K_t}{w_0L_t+i_0K_t}$ 為資本份額。

由式(4.1)與式（4.2）可知，當產出、勞動及資本要素投入的時間數列資料與基期的工資率、資本報酬率資料已知時，可以直接推估TFP與$\dot{TFP}$。

單位投入產出法隱含一生產函數存在，但在實際運算時，其最大優點為不需先確定生產函數型態。由式(4.1)與式(4.2)可知，此法在衡量 TFP 與$\dot{TFP}$時，只有考慮基期工資率與資本報酬率，而未考慮各期工資率與資本報酬率的差異，故雖然計算簡易，但亦是假設不合理所致。

(二) Solow 幾何指數法(Cobb-Douglas Production Function)

Solow (1957) 提出另一種估計總要素生產力的方法，由於具有推論簡單性與形式上的完美性，因此廣為經濟學者所使用，其推導過程說明如下。

假設生產函數 Cobb-Douglas 型態如下:

$$Y = f(L, K, A) \tag{4.3}$$

式中，Y 表示產出水準; L 表示勞動要素投入量;K 表示資本要素投入量; A 表示技術變動。

再假設生產函數可二次微分，且技術變動型態為 Hicksian 中性型態，則式(4.3)可改寫成:

$$Y = A(t)f(L, K) \tag{4.4}$$

式中，$A(t)$ 即 Solow 所謂的中性體制外技術變動因子(neutral disembodied technical change factor)。

為求總要素生產力變動率，將式(4.4)取對數後對時間 t 做全微分，可以得到下式:

$$\frac{dY}{dt} = f\frac{dA}{dt} + \left(\frac{\partial f}{\partial K}\cdot\frac{dK}{dt} + \frac{\partial f}{\partial L}\cdot\frac{dL}{dt}\right) \tag{4.5}$$

若以"・"代表對時間 t 的導數，則式(4.5)可改寫如下:

$$\dot{Y} = \dot{f}A + A\frac{\partial f}{\partial K}\dot{K} + A\frac{\partial f}{\partial L}\dot{L} \tag{4.6}$$

將式(4.6)等號兩邊同除以 Y，又因 $Y = A \cdot f$ ，故可得到下式

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + A\frac{\partial f}{\partial K}\frac{\dot{K}}{Y} + A\frac{\partial f}{\partial L}\frac{\dot{L}}{Y} \tag{4.7}$$

又因 $\frac{\partial Y}{\partial K} = A\frac{\partial f}{\partial K}; \frac{\partial Y}{\partial L} = A\frac{\partial f}{\partial L}$ ，令 $W_L = \frac{\partial Y}{\partial L}\frac{L}{Y}$ 與 $W_K = \frac{\partial Y}{\partial K}\frac{K}{Y}$ 分別表示勞動與資本份額，則式(4.7)可寫成下式

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + W_K\frac{\dot{K}}{K} + W_L\frac{\dot{L}}{L} \tag{4.8}$$

定義 $\frac{\dot{A}}{A}$ 為總要素生產力變動率($\dot{TFP}$)，則由式(4.8)可以得到下式

$$\dot{TFP} = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - W_K\frac{\dot{K}}{K} - W_L\cdot\frac{\dot{L}}{L} \tag{4.9}$$

如果進一步假設生產函數為線性齊次，依據尤拉定理，則在總產值對各生產要素投人的邊際產值分配原則下，各生產要素的份額總和等於 $1(W_K + W_L = 1)$

令 $y=\dfrac{Y}{L}$ 與 $k=\dfrac{K}{L}$，則 $\dfrac{\dot{y}}{y}=\dfrac{\dot{Y}}{Y}-\dfrac{\dot{L}}{L}$ 且 $\dfrac{\dot{k}}{k}=\dfrac{\dot{K}}{K}-\dfrac{\dot{L}}{L}$，將 $W_K+W_L=1$，$\dfrac{\dot{y}}{y}=\dfrac{\dot{Y}}{Y}-\dfrac{\dot{L}}{L}$ 與 $\dfrac{\dot{k}}{k}=\dfrac{\dot{K}}{K}-\dfrac{\dot{L}}{L}$ 代入（4.9）式，則該式可化簡如下：

$$TFP=\frac{\dot{A}}{A}=\frac{\dot{y}}{y}-W_K\frac{\dot{k}}{k} \qquad (4.10)$$

由（4.10）式可知只要有每單位勞動的產出水準、資本份額及資本與勞動比例，即可估計總要素生產力變動率。

與單位投入產出法比較，Solow 使用的是計算期的要素份額，而單位投入產出法則是使用固定基期要素份額，忽略了各期要素份額之差異，故 Solow 指數法的實證結果，較切合實際生產力之變動。

但其主要的缺點為忽略了體制內(embodied)的技術進步以及使用生產函數來衡量總要素生產力有其困難性，例如生產函數的設定、變數的定義和衡量、加總的問題、估計技術的限制等問題。

(三) Johansen Approach

由於開發中國家對資本資料之統計，往往較難精確，利用 Johansen 方法加以衡量可避免引用資本資料以致 TFP 的衡量產生偏誤，因為其最大的特色在於只須利用勞動生產力、工資率、資本份額等資料而不需使用資本資料。Johansen 方法之公式如下:

$$\frac{q_t}{q_{t-1}}=\frac{A_t}{A_{t-1}}\left(\frac{W_t}{W_{t-1}}\right)^{\beta} \qquad (4.11)$$

將（4.11）式兩邊取對數，移項可得

$$\log\left(\frac{A_t}{A_{t-1}}\right)=\log\left(\frac{q_t}{q_{t-1}}\right)-\beta\log\left(\frac{W_t}{W_{t-1}}\right) \qquad (4.12)$$

(4.12)式中，A 為生產力指數；q 為單位勞動生產淨值(勞動生產力)；W 為單位勞動報酬(工資率)；β 為資本報酬在生產淨值中所佔的百分比(資本份額；$1-\dfrac{W_t}{q_t}$)。

利用(4.12)式，如欲求 TFP 的成長率只須將 $\log\left(\dfrac{A_t}{A_{t-1}}\right)$ 取反對數之後減 1 即可。

（四）CES 生產函數法(Constant Elasticity of Substitution)

1961 年 Arrow、Chenry、Minhas 及 Solow 等經濟學者發展出 CES 生產函數，其與 Cobb-Douglas 生產函數不同的是替代彈性不再僵固為 1，而是固定常數，其函數型態如下：

$$Y=\gamma\left[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (4.13)$$

式中 Y 為產出；K 為資本投入；L 為勞動投入；γ 為效率參數(用以衡量 TFP 成長率)；δ 為分配參數；ρ 為替代彈性。

Ferguson(1965)利用 CES 生產函數衡量 TFP 成長率，其公式如下：

$$\log\nu=\frac{-1}{1+\rho}\log(1-\delta)+\frac{1}{1+\rho}\log W+\frac{\rho}{1+\rho}\lambda t+u \quad (4.14)$$

其中 ν 為每單位勞動的產出水準；W 為工資率；λ 為 TFP 之成長率的平均值 u 為干擾項。

如果假定效率參數 γ 呈固定的幾何比例，即 $\gamma=e^{\lambda t}$，則依據（4.14）式，使用普通最小平方法(OLS)，配合每單位勞動的產出水準 $\lambda\nu$、工資率 W、時間 t，即可得到替代彈性 ρ 與平均的 TFP 成長率 λ。

而其優點為相較於 Cobb-Douglas 生產函數，其替代彈性係數可介於零與無限大之間，且無須侷限於固定規模的限制。然其缺點為生產函數型態過於複雜，除了面臨估計的困難，亦有理論上的限制；因為一般而言，生產函數應具有規模報酬遞減的特性，但 CES 生產函數並不符合此條件。

將常用衡量生產力的方法列於表A.1

表A.1　衡量生產力的方法

方法名稱	引用生產函數	使用公式	需要資料
單位投入產出法	隱含 $V=\frac{b\cdot K\cdot L}{(cL^{\rho}+dK^{\rho})^{1/\rho}}$	$TFP=\frac{X_t/X_0}{W_0L_t+i_0K_t/W_0L_0+i_0K_0}$	1. 產出水準 2. 勞動投入 3. 資本投入 4. 基期工資率 5. 基期資本報酬率
Solow幾何指數法	Cobb-Douglas型	$\frac{\dot{A}}{A}=\frac{\dot{X}}{X}-W_K\frac{\dot{K}}{K}$	1. 每單位勞動產出水準 2. 資本勞動比例 3. 資本份額
Johansen法	Cobb-Douglas型	$\log(\frac{A_t}{A_{t-1}})=\log(\frac{q_t}{q_{t-1}})-\beta\log(\frac{W_t}{W_{t-1}})$	1.勞動平均生產力 2.工資率 3.資本份額
C.E.S生產函數法	C.E.S型	$\log V=\frac{1}{1+\rho}\log(1-\delta)+\frac{1}{1+\rho}\log W+\frac{\rho}{1+\rho}\lambda t+u$	1. 每單位勞動產出水準 2. 工資率
超越對數生產函數法	Translog型	Törquvist index $=\ln X_t-\ln X_{t-1}-S_L(\ln L_t-\ln L_{t-1})-S_K(\ln K_t-\ln K_{t-1})$	1. 產出水準 2. 勞動投入 3. 資本投入 4. 勞動份額 5. 資本份額

資料來源：　黃泉興(1986)

附錄B 檢定方法

（一）LM Test:

LM 檢定法最早由 Breush and Pagan (1980)所提出，此檢定法可以用來區分傳統最小平方法之迴歸模型與具 Panel data 固定/隨機效果模型何者為佳。檢定之標準為視迴歸模型的截距項有無相關性，以ε項涵蓋時間效果與對象別效果之誤差項。

$$H_0 = Corr(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) = 0$$

$$H_1 = Corr(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) \neq 0$$

若拒絕虛無假設，表示誤差項在模型中有顯著不同，不可加總或是予以忽略，這時使用固定/隨機效果模型會較使用傳統最小平方法為佳。Baltagi and Li (1990)針對不對稱的 Panel data 修正得到下列模型：

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + \nu_{it}$$

$$\lambda_{LM} = \frac{nT}{2(T-1)} \left\{ \frac{\sum_i \left(\sum_t \nu_{it} \right)^2}{\sum_i \sum_t \nu_{it}^2} - 1 \right\}^2$$

此處 T 代表不對稱的資料，在虛無假設之下，λ_{LM}是趨近於自由度為 1 的卡方分配，當 LM 值大於卡方臨界值時，則拒絕虛無假設，採用固定/隨機效果模型來作分析。

（二）、Hausman Test:

在固定或隨機模型的選擇上，Mundlak(1978)認為若隨機模型的截距項與解釋變數間具有相關性，則會產生偏誤的情形，此時應使用固定效果模型；若是截距項的誤差項與解釋變數無關，則使用隨機效果模型。在判定模型的選擇上，可利用Hausman(1978)所提出的檢定法做檢測。Hausman 檢定，敘述如下：

$$H_0 = E(\mu_i, x_{it}) = 0$$

$$H_1 = E(\mu_i, x_{it}) \neq 0$$

Wald統計量計算方式為：

$$H = (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})\left[Var(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})\right]^{-1}(\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})$$

其中 $\hat{\beta}_{FE}$ 代表固定效果模型之估計參數，$\hat{\beta}_{RE}$ 代表隨機效果模型之估計參數，此 Wald統計量為一近似卡方分配,其自由度為自變數的個數。當檢定結果不拒絕 H_0 時，表示隨機效果和固定效果模型並無顯著差異，則使用隨機效果模型較佳。