

## 第二章 匯率目標區模型概述

### 第一節 樣板模型

Krugman (1991) 一文，為在匯率目標區的研究中首先提出數學模型分析，所以本文將採用其模型作為本文的理論架構，但其對於模型的建構及假設並未加以說明，而 Miller and Weller (1991) 對於 Krugman (1991) 則有完整的補充說明。此外貨幣當局為了達成目標區政策，可以有兩種方式來達成目的，一是對匯率直接宣告目標區上下限，二是藉由對市場基要宣告上下限來間接達成對匯率的目標區限制。<sup>3</sup>而本文則採用對於市場基要做限制的方式作為分析架構。

依據 Miller and Weller (1991) 的假設：(1) 物價自由波動，(2) 貨幣需求存在隨機干擾，(3) 資本於國際間可完全移動，(4) 本國經濟處於充分就業的情況，(5) 本國商品與外國商品完全替代，(6) 民眾對匯率的走勢具有理性預期。所以，可以下面三個均衡方程式來描述開放總體經濟模型：

$$p = s + p^f \quad (2-1)$$

$$m - p = \phi y - \lambda r - v \quad \phi > 0, \lambda > 0 \quad (2-2)$$

$$r = r^f + \frac{E(ds)}{dt} \quad (2-3)$$

(2-1) 式是代表商品市場的均衡方程式，在本國商品與外國商品完全替代的假設下可退化成以購買力平價說 (purchase power parity ; PPP.) 之形式表示。(2-2) 式是代表貨幣市場的均衡方程式，代表實質貨幣供給等於實質貨幣需求加上貨幣需求之隨機干擾，且實質貨幣需求為所得之增函數與利率的減函數。(2-3) 式是代表外匯市場的均衡方程式，在資本於國際間可完全移動的假設下可以利率平價說 (interest rate parity ; I.R.P.) 來表示。

<sup>3</sup> 直接宣告匯率的目標區上下限，與宣告市場基要的上下限，事實上是相同的，差別在於貨幣當局給定訊息的不同。

上述模型中， $p$  為本國物價， $p^f$  為外國物價， $s$  為名目匯率（以本國幣表示的外國幣價格）， $m$  為名目貨幣供給， $y$  為充分就業的產出水準， $\phi$  為貨幣需求的所得半彈性， $\lambda$  為貨幣需求的利率彈性， $v$  為貨幣需求的隨機干擾項， $r$  為本國利率， $r^f$  為外國利率， $E(ds)/dt$  為匯率的預期變動。在本文模型中，除本國利率、外國利率及時間（ $t$ ）以外，其他變數均以自然對數表示。

其次，本文假設模型中貨幣需求的隨機干擾（ $v$ ）服從一不具有趨勢值的隨機漫步過程（Random Walk）：

$$dv = \sigma dz \quad (2-4)$$

$$dz \sim N(0, dt) \quad (2-5)$$

(2-4) 式中， $z$  服從一標準布朗運動（standard Brownian motion），如式 (2-5) 所示；所以其每單位時間變動的期望值為 0（ $E(dz)/dt = 0$ ），每單位時間變動的變異數為 1（ $Var(dz)/dt = 1$ ）。據此可以得知貨幣需求的隨機干擾（ $v$ ）每單位時間變動的期望值為 0（ $E(dv)/dt = 0$ ），每單位時間變動的變異數為  $\sigma^2$ （ $Var(dv)/dt = \sigma^2$ ）。

將 (2-1)、(2-3) 兩式代入 (2-2) 式經整理可得匯率方程式：

$$s = m + v + \lambda \frac{E(ds)}{dt} + \lambda r^f - p^f - \phi y \quad (2-6)$$

為簡化分析，假設透過適當的單位選取，令  $\lambda r^f - p^f - \phi y = 0$ ，且假設市場基要項為  $x \equiv m + v$ 。所以 (2-6) 式可表示為：

$$s = x + \lambda \frac{E(ds)}{dt} \quad (2-7)$$

在此，假設匯率目標區的中心平價為 0，目標區的上下限分別為  $\bar{x}$  與  $\underline{x}$  且與中心平價上下對稱（ $\bar{x} = -\underline{x}$ ）。所以利用 (2-4) 式以及 (2-7) 式建構匯率的隨機微分方程式可求解

匯率的一般解為：<sup>4</sup>

$$s = x + A_1 e^{\delta x} + A_2 e^{-\delta x} \quad (2-8)$$

上式中  $\delta = \sqrt{2/\lambda\sigma^2}$ ， $A_1$  及  $A_2$  為待解參數。為簡化分析且在不影響分析結果的前提下，本文僅以單邊上限的匯率目標區模型來進行各種的討論分析。<sup>5</sup>故可得下式：

$$s = x + A_1 e^{\delta x} \quad (2-9)$$

式中的待解參數  $A_1$  則反映了匯率目標區政策是否具有穩定匯率的效果；若  $A_1 < 0$  代表目標區政策具有蜜月效果，反之  $A_1 > 0$  代表目標區政策具有反蜜月效果。

此外，若貨幣當局採取浮動匯率政策之時，就如同目標區政策的上下限匯率水準值分別趨向無窮大以及負無窮大，會使得 (2-8) 式中  $A_1$  及  $A_2$  兩個待解參數變為零，所以可以得到浮動匯率政策的匯率動態走勢為：

$$s = x \quad (2-10)$$

也就是代表此時匯率只受到市場基要所影響。

## 第二節 邊界干預措施及其影響

貨幣當局在施行匯率目標區政策之時會宣告一市場基要上下限，在市場基要走勢位於目標區間之內時，貨幣當局放手讓匯率自由浮動；一但市場基要走勢碰觸到目標區邊界水準之時，貨幣當局才會進入貨幣市場採取干預措施。以下簡單介紹本文中所用到貨幣當局的干預措施：

<sup>4</sup> 隨機微分方程可由 *Itô's Lemma* 求解。

<sup>5</sup> 所謂單邊上限的匯率目標區模型也就是代表目標區的下限匯率趨近無窮大，使得 (2-8) 式中的  $A_2 = 0$ 。

### 1. Krugman 式邊界干預措施

此種干預措施由 Krugman (1991) 所提出，當市場基要走勢碰觸到目標區上限水準之時 ( $x = \bar{x}$ ) 貨幣當局會進入外匯市場進行連續且無限小的干預，以阻擋匯率離開目標區間。所以匯率的動態走勢可表示為：

$$s = \begin{cases} \bar{s}_a & , x = \bar{x}^+ \\ x + Ae^{\delta x} & , x \leq \bar{x}^- \end{cases} \quad (2-11)$$

(2-11) 式中  $A$  為 Krugman 式邊界干預措施之待解係數， $\bar{s}_a$  為目標區之上限匯率， $\bar{x}$  為貨幣當局進入外匯市場干預時的市場基要值， $\bar{x}^-$  與  $\bar{x}^+$  為  $\bar{x}$  之左極限與右極限。利用理性預期的連續條件 (continuity condition)<sup>6</sup>，以及平滑相接條件 (smoothing pasting condition)<sup>7</sup> 可得：

$$\bar{s}_a = \bar{x} + Ae^{\delta \bar{x}} \quad (2-12)$$

$$1 + \delta Ae^{\delta \bar{x}} = 0 \quad (2-13)$$

所以可以求解出  $A$  以及  $\bar{s}_a$ ：

$$A = -\frac{1}{\delta} e^{-\delta \bar{x}} \quad (2-14)$$

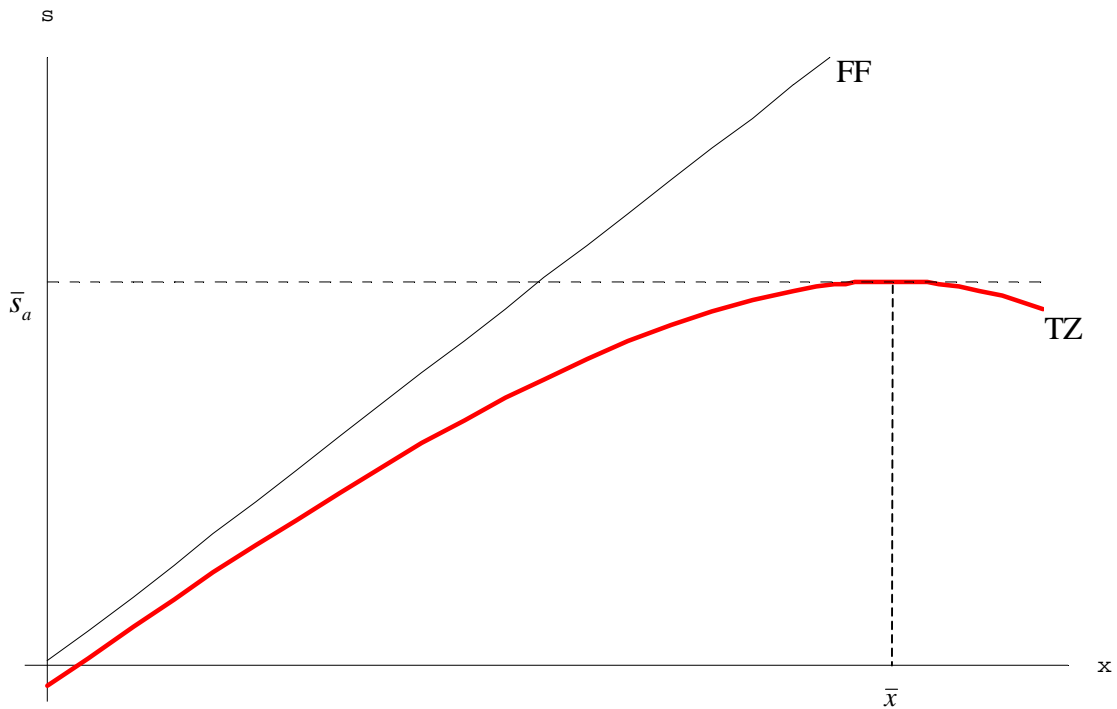
$$\bar{s}_a = \bar{x} - \frac{1}{\delta} \quad (2-15)$$

再將 (2-14) 式及 (2-15) 式帶入 (2-11) 式可以得到明確的匯率動態走勢為：

$$s = \begin{cases} \bar{x} - \frac{1}{\delta} & , x = \bar{x}^+ \\ x - \frac{1}{\delta} e^{\delta(x-\bar{x})} & , x \leq \bar{x}^- \end{cases} \quad (2-16)$$

<sup>6</sup> 因民眾採理性預期，在貨幣當局進場干預之時均會事先因應，所以在任何時點匯率均不得跳動。

<sup>7</sup> 因貨幣當局採行連續且無限小的干預方式，所以匯率的動態軌跡必與目標區上限匯率水準相切。



圖一：Krugman 阻擋式邊界干預措施下目標區匯率動態走勢

利用圖一說明此種干預狀況：FF 線及 TZ 線分別代表浮動匯率政策下匯率的動態走勢及採行 Krugman 式干預措施之目標區政策下匯率的動態走勢；由圖形中可知，隨市場基要變化之時，目標區政策下匯率的波動幅度相較浮動匯率政策下為小，因此可得知施行 Krugman 式干預措施之目標區政策具有蜜月效果。

## 2. 反射式邊界干預措施

此種干預措施由 Flood and Garber (1991) 所提出，當市場基要走勢碰觸到目標區上限水準之時 ( $x = \bar{x}$ )，貨幣當局會進入外匯市場拋售外匯以減少貨幣供給，藉此將市場基要移動到  $\mu\bar{x}$  ( $0 < \mu < 1$ )，拉回到目標區之內。而  $\mu$  值的大小可以反應貨幣當局拋售外匯數量的多寡， $\mu$  值越大，代表市場基要被下拉的幅度越小，也就是拋售外匯數量越少，反之  $\mu$  值越小，代表市場基要被下拉的幅度越大，也就是拋售外匯數量越多。假設貨幣當局進行干預措施之時點前後瞬間所對應的匯率水準分別為  $s_{\bar{x}^-}$  及  $s_{\bar{x}^+}$  所以可知：

$$s_{\bar{x}^-} = \bar{x} + Be^{\delta\bar{x}} \quad (2-17)$$

$$s_{\bar{x}^+} = \mu\bar{x} + Be^{\delta\mu\bar{x}} \quad (2-18)$$

(2-17) 式及 (2-18) 式中  $B$  為反射式邊界干預措施之待解係數，假設在市場基要  $x = \bar{x}$  時之匯率為  $\bar{s}_b$ ，且利用理性預期的連續條件可得：

$$\mu\bar{x} + Be^{\delta\mu\bar{x}} = \bar{x} + Be^{\delta\bar{x}} \quad (2-19)$$

所以可以求解出  $B$  以及  $\bar{s}_b$ ：

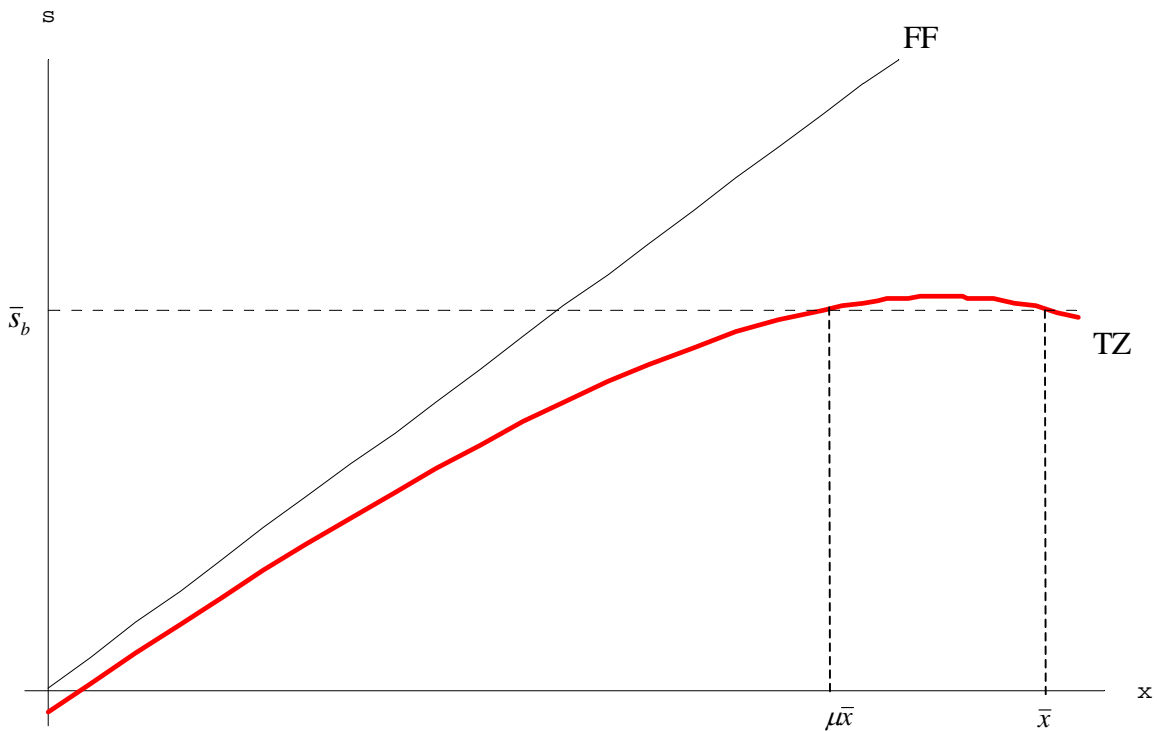
$$B = \frac{-(1-\mu)\bar{x}}{e^{\delta\bar{x}} - e^{\delta\mu\bar{x}}} \quad (2-20)$$

$$\bar{s}_b = \bar{x} - \frac{(1-\mu)\bar{x}e^{\delta\bar{x}}}{e^{\delta\bar{x}} - e^{\delta\mu\bar{x}}} \quad (2-21)$$

所以 (2-20) 式及 (2-21) 式可以得到明確的匯率動態走勢為：

$$s = \begin{cases} \mu\bar{x} - \frac{(1-\mu)\bar{x}e^{\delta\mu\bar{x}}}{e^{\delta\bar{x}} - e^{\delta\mu\bar{x}}} & , x = \bar{x}^+ \\ x - \frac{(1-\mu)\bar{x}e^{\delta\bar{x}}}{e^{\delta\bar{x}} - e^{\delta\mu\bar{x}}} & , x \leq \bar{x}^- \end{cases} \quad (2-22)$$

利用圖二說明此種干預狀況：FF 線及 TZ 線分別代表浮動匯率政策下匯率的動態走勢及施行反射式干預支目標區政策下匯率的動態走勢；由圖形中可知，隨市場基要變化之時，目標區政策下匯率的波動幅度相較浮動匯率政策下為小，因此可得知施行反射式干預下目標區政策具有蜜月效果。

圖二：反射式邊界干預措施下目標區匯率動態走勢<sup>8</sup>

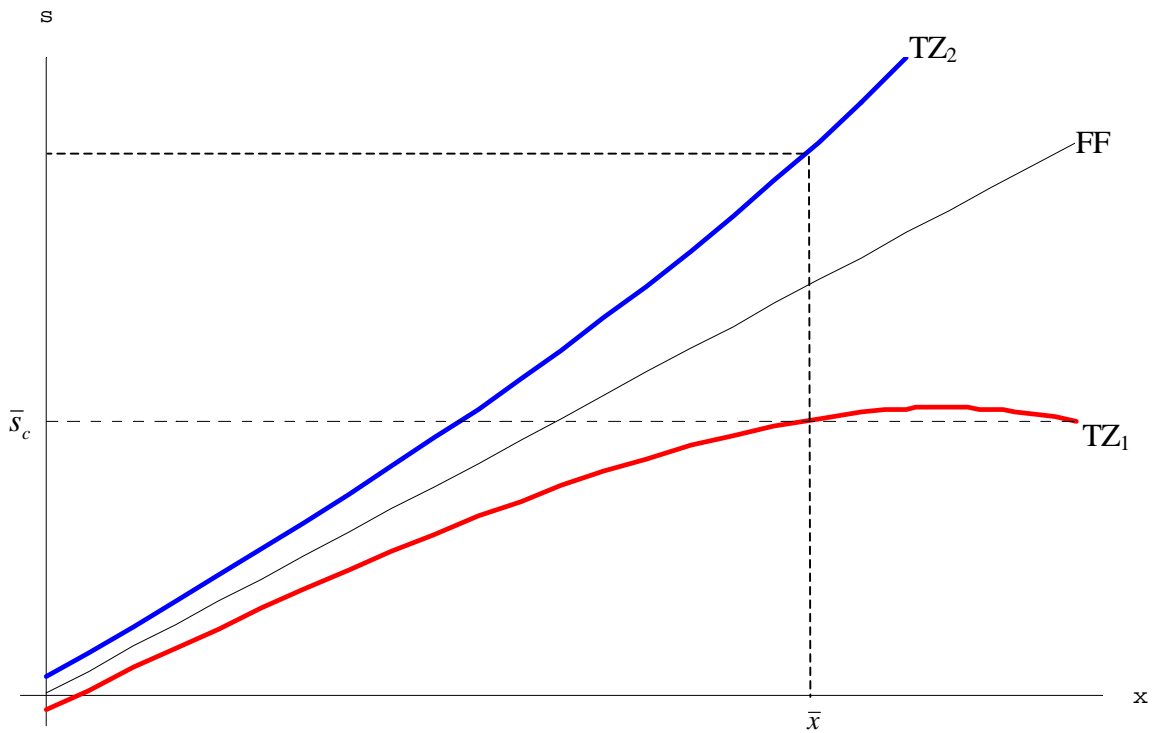
### 3. 目標區重整

利用 Bertola and Caballero (1992) 中所提出目標區重整的概念以及賴景昌與謝智源 (2001) 所提出的模型，當市場基要走勢碰觸到目標區上限水準之時 ( $x = \bar{x}$ )，貨幣當局未必會堅守其所宣告之目標區政策，而改以重整匯率目標區作為邊界干預措施。在此種目標區政策下，當市場基要走勢碰觸到目標區上限水準之時，貨幣當局會將目標區中心平價由 0 移動到  $\rho\bar{x}$ ，並同時將市場基要也移動到  $\rho\bar{x}$ ，而在維持目標區寬度不變下，目標區上限水準也變為  $(1 + \rho)\bar{x}$ 。假設貨幣當局進行目標區重整措施之時點前後瞬間所對應的匯率水準分別為  $s_{\bar{x}^-}$  及  $s_{\bar{x}^+}$  所以可知：

$$s_{\bar{x}^-} = \bar{x} + Ce^{\delta\bar{x}} \quad (2-22)$$

$$s_{\bar{x}^+} = \rho\bar{x} + C \quad (2-23)$$

<sup>8</sup> TZ 線中假設  $\mu = 0.8$

圖三：目標區重整之匯率動態走勢<sup>9</sup>

(2-22) 式及 (2-23) 式中  $C$  為目標區重整措施之待解係數，假設在市場基要  $x = \bar{x}$  時之匯率為  $\bar{s}_c$ ，且利用理性預期的連續條件可得：

$$C = \frac{-(1-\rho)\bar{x}}{e^{\alpha\bar{x}} - 1} \quad (2-24)$$

$$\bar{s}_c = \rho\bar{x} - \frac{(1-\rho)\bar{x}}{e^{\alpha\bar{x}} - 1} \quad (2-25)$$

所以由 (2-24) 式可知當  $\rho < 1$  之時，會使得  $C < 0$ ，此時目標區重整政策具有蜜月效果；反之當  $\rho > 1$  之時，會使得  $C > 0$ ，目標區重整政策則具有反蜜月效果。再利用 (2-24) 式及 (2-25) 式可以得到明確的匯率動態走勢為：

$$s = \begin{cases} \rho\bar{x} - \frac{(1-\rho)\bar{x}}{e^{\alpha\bar{x}} - 1} & , x = \bar{x}^+ \\ \bar{x} - \frac{(1-\rho)\bar{x}}{e^{\alpha\bar{x}} - 1} e^{\alpha x} & , x \leq \bar{x}^- \end{cases} \quad (2-26)$$

<sup>9</sup> TZ<sub>1</sub>線中假設  $\rho = 0.5$ ，TZ<sub>2</sub>線中假設  $\rho = 1.5$ 。



利用圖三說明目標區重整之狀況：TZ<sub>1</sub> 線代表目標區重整  $\rho < 1$  的匯率動態走勢，TZ<sub>2</sub> 線代表目標區重整  $\rho > 1$  的匯率動態走勢；由圖形中可知，隨市場基要變化之時， $\rho < 1$  之目標區重整政策仍具有蜜月效果，但  $\rho > 1$  之目標區重整政策則具有反蜜月效果，且使得匯率的走勢更為劇烈。

### 第三節 民眾對干預措施之猜測行為

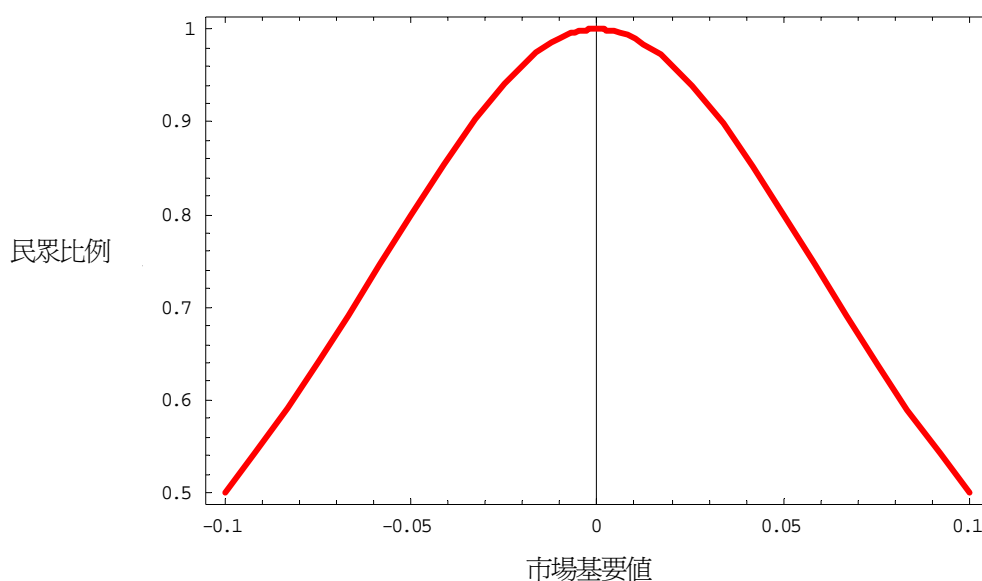
為分析目標區的政策不確定性，假設經濟體系中存在兩類民眾，一類信任貨幣當局所宣告的政策，另一類則不信任貨幣當局所宣告的政策。而許多既有文獻中，均假設兩類民眾的比例為一固定值，代表民眾於其他情況改變時並不會有所變化；但在真實的狀況下兩類民眾的比例並非一成不變，可能會依市場的情況來做出調整。所以本文中採用 De Grauwe and Dewachter (1992) 及 José (2000) 文中所提出的觀念，市場上民眾會利用市場基要的走勢作為猜測貨幣當局行為的依據。

因民眾會依據市場基要的變化來猜測貨幣當局的行為，且假設貨幣當局的信譽不佳，所以當市場基要離開中心值越遠的時候，民眾會越認為貨幣當局能夠維持其宣告的政策能力越低，致使相信的民眾比例隨之降低，不相信的民眾比例隨之升高。所以可將相信貨幣當局政策民眾之比例  $w(x)$ <sup>10</sup> 定義成為與市場基要與其均衡水準值的差距成反比<sup>11</sup>，可以下式表示：

$$w(x) = \frac{1}{1 + \gamma \cdot x^2} \quad (2-27)$$

<sup>10</sup> 另一部份的民眾則不相信貨幣當局的宣告，其比例為  $1 - w(x)$ 。

<sup>11</sup> 假設模型原本處於均衡，市場基要的均衡水準值恰好等於匯率目標區的中心平價。

圖四：相信貨幣當局宣告的民眾比例<sup>12</sup>

上式中  $\gamma$  代表兩類民眾比例隨市場基要的走勢變化的敏感度 ( $\gamma > 0$ )， $x$  為市場基要值，也代表市場基要與其均衡水準值的差距（因市場基要中心平價為零），函數形式可以圖四表示之。此外對於民眾預期形式的設定有以下三點須加以說明：

1. 因本文中設定目標區僅具有單邊的上限，且目標區的中心平價設定為零，所以本文中僅討論市場基要值為正值的部份。
2. 因  $w(x)$  此一比例值會隨著市場基要值走勢的上升而下降，所以其代表著，隨市場基要走勢變化之時，某一類民眾之主觀猜測將會向另一類民眾之猜測想法移動。
3. 因假設市場基要的初始值為零，也就是代表一開始時所有的民眾均相信貨幣當局所宣告的政策。<sup>13</sup>

<sup>12</sup> 圖四中假設市場基要的均衡值為 0， $\gamma = 100$ 。

<sup>13</sup> 相信貨幣當局政策的民眾比例為  $w(0) = \frac{1}{1 + \gamma \cdot 0} = 1$ 。