

2. 文獻回顧

2.1 消費決策與訊息傳播

對於商品在市場中造成消費風潮的現象，在過去的研究中¹，被認為是由消費者的「服從性偏好」(preference of conformity)所使然，也就是消費者作決定時易於順從別人的建議來購買，或是藉由觀察別人購買的行為來做為自己的決策（這意謂著忽略個人的信息與決策判斷能力），這樣的傾向稱為服從性的偏好。在實際的情況中，這樣的傾向常常發生在消費者個人對於商品不了解的時候（缺乏新商品的訊息），或是個人本身對於參考他人意見的傾向高過自我決策的傾向（人格特質比較沒有主見的人）。當符合這些情況時，由第一個人所做的決策，將藉著服從性偏好產生後續一連串相同的決策，引起資訊串連（informational cascade）的一致性的群眾行為（Herd Behavior），雖然這只是簡單的決策法則，卻具有強大的威力，而且在實際的社會中屢見不鮮，舉凡股票投資、選舉投票等皆可見到類似的群眾行為。

Rogers在1964²所出版的「創新事物的傳播」(The Diffusion of Innovations)一書中，提出了理論與實證兼備的傳播理論，歷來一向被視為是傳播研究的經典著作。他認為一種新產品或新觀念的傳播依循著一定的法則，就是新產品出現在市場時，總是會先被少數勇於嘗試創新的人（innovators）所接受，這些人通常有比較多的訊息管道或專業背景來接觸新產品，之後藉由這些創新者透過社會網路的傳播，他們的身份改變為參照群體（reference groups），成為影響別人決策的一群，受到影響而接受新產品的一群人，利用同樣的方式將新產品的訊息（譬如：口碑）再傳播出去，去影響對於接受創新抱持著保守態度的一群人（不喜歡改變、守舊的人）。Rogers的理論抓住了訊息傳播的主要精神，就是創新總是從少數人開始帶動，透過社會網路，將一波波的訊息傳遞出去，並且影響的強度會

¹ 參見Banerjee(1992), Brock and Durlauf(2001), Bikhchandani et al.(1992).

² 1964 為第一版，最新版本為 2003 年第五版，本文參考文獻所列為第四版在 1995 年。

隨著接受人數比例的增加而增加，最後造成風潮。³

另外，在Rogers (1995)一書中，進一步把人群按照其接受創新的不同速率與人格特質⁴區分為五類，分別是 1.創新者 (innovators) 2.早期的接納者 (early adopters) 3.早期的多數者 (early majority) 4.晚期的多數者 (late majority) 5.落伍者 (laggards) 等五類，並認為真實社會中創新事物的傳播速率之所以不同的原因，是由於此五種不同類型的接納者在人群中所佔的比例不同。書中作者以美國愛荷華州農民接納雜草噴灑劑的實證數據來作為理論的印證，見下圖 2-1。

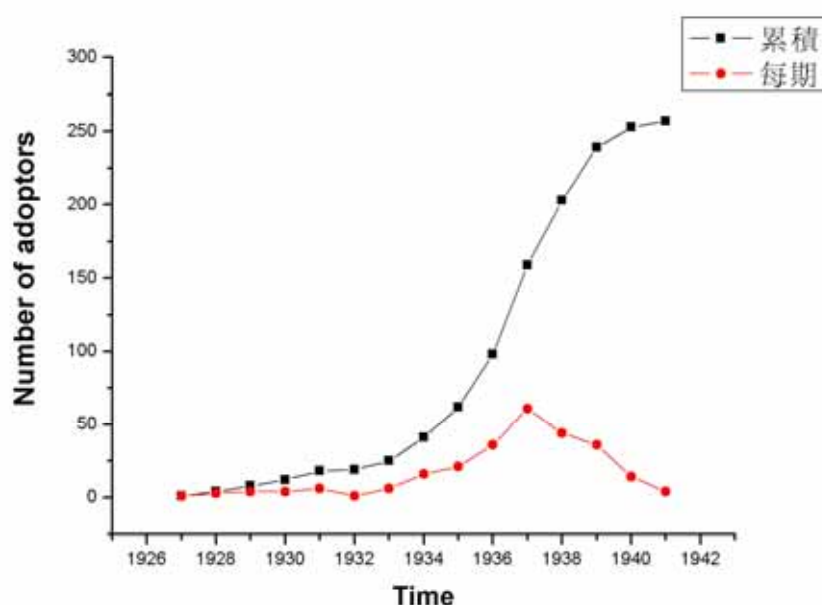


圖 2-1 Ryan & Gross (1943) 的S形曲線圖。(引自Rogers (1995) ,pp258)

上圖所表示的是隨著時間改變 (1926-1942) 而接受新農藥的農民數量的累積分布圖與每期數量圖。我們可以清楚地觀察到累積分佈呈現S形的曲線，而與其相對應的是呈現出山峰形的每時期接納者的數量。作者依據上述的五種類型的接納者，對這群愛荷華州的農民進行調查，並將他們分類，發現造成S形累積分布的原因與不同類型的人口分布有很大的關係，如下圖 4-2所示。

³ 2000年 Gladwell 所著的「引爆趨勢」(The Tipping Point) 一書中，把產生風潮的過程和原因，作了精闢的分析，他強調創新信息傳遞剛開始不明顯，但是逐漸加溫，越過了某一個臨界點 (tipping point or critical point) 後，將呈現跳躍式的成長與擴散。

⁴ 有關人格特質的詳細敘述，請參見Rogers (1995) 一書。

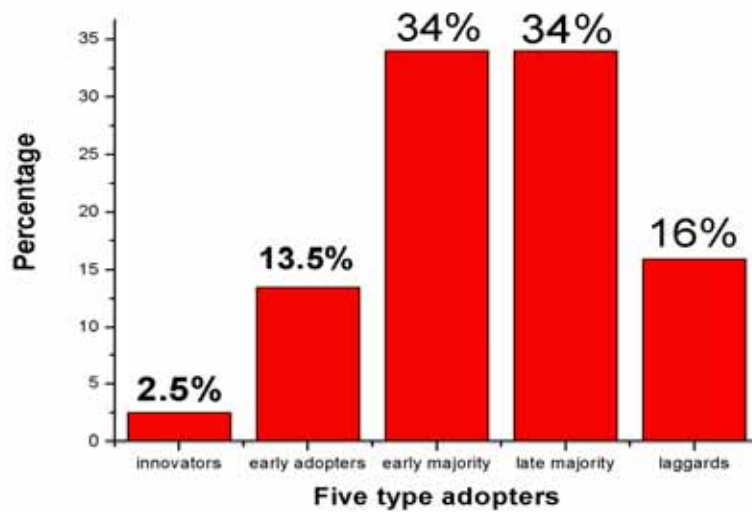


圖 2-2 五種類別的接納者在農民中所佔有的比例。近似於常態分布，創新者與落伍者都是少數，大多數人是屬於早期多數者和晚期多數者（引自Rogers(1995), pp 262）

本文採納上面所述的服從性偏好與Rogers的傳播理論，來建立消費者的決策模型，就是賦予每一個代理消費者（consumer agent）具有自己的內在購買傾向（intrinsic purchasing attitude of consumers），傾向值越高，代表這個消費者越容易接受創新；傾向值越地代表這個消費者消費行為保守且守舊，不容易接受創新。另外，每一個代理消費者都具有一定的影響力，可以影響別人（依據服從性偏好的理論），而影響的範圍與這個人所處的社會網路的結構與位置有關。

在前面所提到的理論，不管是服從性偏好或Rogers的「創新事物的傳播」，都缺乏對於社會網路結構的探討，傳播的動力雖是藉著少數創新者來產生，但是傳播的廣度與速度都取決於社會網路，因此社會網路在傳播理論中扮演著非常重要的角色，本文的主要研究問題之一，即是揭開社會網路的神秘面紗，研究訊息如何在不同的社會網路結構中傳遞，並且最後如何影響消費者的行為和福利。

2.2 社會網路結構對訊息傳播與社會學習的影響

社會網路作為人們進行社會互動與學習的平台，它的重要性已有大量的實證

文獻加以證明⁵，這當中包含了許多跨經濟領域的相關問題。在 1.2小節中，我們曾提及90年代初的一些經濟學家修正了完美理性假設的經濟模型，並且開始考慮團體對於個人決策的影響。在理論發展初期，研究焦點著重在經濟個體之間的互動行為（interaction）與彼此間的正面回饋反應（positive feedback）⁶，著名的理論工作包含Ellison(1993), Kirman (1997b)⁷, Brock and Durlauf (2001) 等。這當中的研究主要是將不同個體之間的互動法則⁸納入傳統經濟模型來分析與討論，並且觀察透過互動後對於總體行為的影響。雖然在這些文獻中，有一些部分提及社會網路的功能與形式⁹，但大體來說，並沒有涉及太多社會網路結構的本身特性和社會網路對於經濟個體影響的討論。

2000年之後，陸續有一些文獻，針對社會網路的拓樸結構對於經濟個體與總體表現所造成的影響進行研究。由於本文的研究方向在格局上比較屬於這一類的研究脈絡，因此將從所收集到的三篇文獻中，列出他們的研究成果，並且將我們的模型與之比較。

首先，第一篇文獻是Yang (2004)，他用矩陣代數來建立金融市場資產價格的模型，探討個人對於資產價格的預測、資本的比例以及投資者所處的網路結構等三項因素與資產價格穩定性的關係。作者主要是利用線性代數中的SVD (Singular Value Decomposition) 理論來解析模型，得出了衡量價格穩定與否的區間，之後將不同的網路結構與個人對於價格的預測函數納入模型來分析，穩定區間越大者，代表此種網路或預測函數有助於市場的穩定，反之，則成為市場不穩定的來源。文中在網路結構的部分考量了四種網路，分別是冪律網¹⁰、星形網、

⁵ 在社會網路發展的早期，社會心理學家做出了許多奠基的實證工作，累積了豐碩的成果。如註解 9 中提到的一些實證研究的文獻，許多都是出於社會心理學家之手。

⁶ 這裡的正的回饋反應，代表經濟個體藉著個人決策所帶給與其連結的其他人，具有正面的影響力，能驅使別人學習或模仿他的行為。反之，負的回饋，代表負面的影響力，能驅使別人去排斥他的行為。

⁷ Kirman(1997b)屬於綜述性的文章，裡面提到許多相關的文獻，在此就不詳列。

⁸ 如在Ellison(1993)提到了agents採用random matching和local matching兩種法則來進行coordination game。Kirman (1997b)一文中也提到global和local interaction兩類不同的互動模型。

⁹ 由於這些文獻大多使用隨機互動和局域互動兩種法則，因此當轉化成社會網路來表示時，近似於隨機網和環形網。

¹⁰ 網路中節點的連邊數（度degree）滿足冪律分布（power-law distribution），文中所定義的函數

環形網、完全連結網，由於爲了易於進行矩陣求解的關係，這些網路都只有五個節點，如下圖2-1所示。

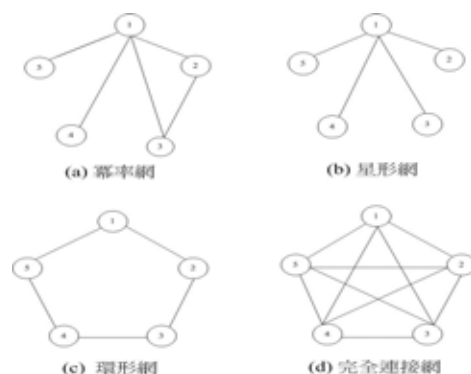


圖 2-3

Yang (2004) 研究的結果顯示，完全連結網的穩定區間明顯大於其他類型的網路，這背後的解釋爲投資人之間的訊息交換在完全連結網中最有效率，因此將有助於市場價格的穩定性。最後，在文中作者也提及模型的缺失在於所能分析的網路結構過小（只有五個節點），並且得到的穩定區間是一靜態解，不能觀察出不同網路結構如何影響投資者訊息交換的動態過程。不過，該文利用矩陣代數來表示網路拓樸，並將它納入市場模型的作法，具有一般化的特性，便於分析不同網路的結構。因此，我們的模型中將同樣採矩陣的表示法，來建構一個具有社會網路拓樸的消費決策模型，模型細節將在下一章詳細說明。

在第二篇文獻中，Rowan和Jonard (2004) 採用代理人基模擬法來探討在不同的社會網路結構下，每個知識代理人¹¹（以網路上的節點來表示）如何透過面對面的接觸溝通（face to face communication）來傳遞知識給對方（以網路上的連邊來表示傳遞與交換知識的動作），使雙方知識增長，並在給定一段演化的時間和收斂的條件下，最後將促成了整體知識水平的提升。

文章中考慮了Watts和 Strogatz(1998)所提出的三種不同網路拓樸，分別爲環形網、小世界網（small-world network）、隨機網，見下圖 2-2。其中小世界性質

爲 $p(k) \sim k^{-1}$ ， k 表示度的數目， $P(k)$ 表示分布函數。這裡的冪律性質，在複雜網路的研究中被稱爲無標度性質（scale-free property），我們將在下一節中詳細介紹無標度網的應用與生成機制。

¹¹ 這裡的知識人採用software agent的設計，被隨機賦予uniform[0,1] 分配的抽樣值，來表示其知識水平的高低。

被認為是真實世界中的複雜網路普遍所具有的特性之一¹²，它表示一個網路同時具有較短的最短平均路徑長（average shortest path）和較高的群聚係數（cluster coefficient）的特性¹³，因此這類網路中的任兩節點距離相對於規則網的距離來的短，而節點間的連結密度卻比隨機網來的高，因此它是介於規則網與隨機網之間的一種網路，至於此網路背後的生成機制，我們將在一併在下一節中詳細討論。

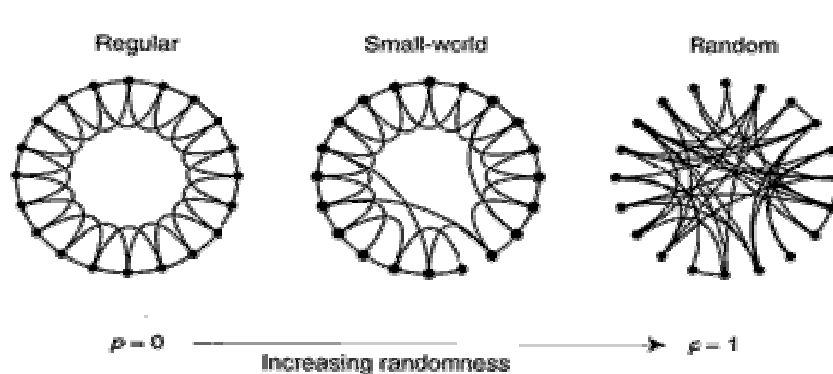


圖 2-4 左邊為環形規則網，中間為增加長距離連邊的小世界網，最右邊的圖為隨機網路。其中 P 為每個節點切斷鄰近邊增加長距離連結的機率。（本圖引用自 Watts 和 Strogatz 1998）

Cowan 和 Jonard（2004）的研究結果顯示，在小世界網路的結構下，總體知識水平隨時間演化所累積的程度最高（長期表現），但同時知識水平的變異程度也是三種網路中最高者，這代表在這樣的網路結構下，雖然有助於長期的知識累積，但是卻也造成知識分布的不平均。另外，作者也作了短期的分析，以知識的傳播效率來看（演化到固定知識水平所需的時間），最佳的網路結構是隨機網，其次為小世界網，再其次為規則網。而造成這樣結果的原因主要取決於平均最短路徑的長短，由於隨機網具有最短的平均距離，因此其傳播效率最高，速度最快。

最後，第三篇文獻為 Phan, et al.（2003），作者建立一個簡單且加入網路外

¹² 有關「複雜網路」（complex network）的研究是近五年來在物理學界中新興的熱門領域，這當中有許多實證上的研究皆發現在不同類型與性質的網路拓樸（WWW、蛋白質反應網、好萊塢演員網、電力網..等）中，皆具有一些相同的特性，譬如：小世界性質與無標度性質。由於本論文將複雜網路的最新研究成果，應用到商品在消費者中間的傳播議題上，因此我們將在下一小節中詳細地介紹複雜網路的發展脈絡以及一些嚴格的數學定義。

¹³ 這裡的平均最短路徑長和群聚係數，在數學圖論中都有嚴格的定義，我們將在下一節中列出嚴謹的數學式。

部效果的消費離散選擇模型（discrete choice model），探討在獨占市場中（單一廠商為價格決定者），消費需求曲線受到網路效果影響下而產生的現象，並採用代理人基模擬法來研究商品訊息在網路中傳遞對於消費者行為的影響。作者所採用的網路拓樸與上一篇文章（Cowan and Jonard 2004）類似，考慮了環形晶格的規則網、小世界網（從環形晶格網加入少數長距離連結邊而成）、完全連結網等網路，另外又把規則網上的代理人分群（群與群之間不相連結），探討不同群體大小（兩個、四個、八個一群..等）的網路結構對於總體消費曲線的影響如何。

根據文中所設計的模型，可以輕易地模擬出消費者購買商品的雪崩效應（avalanches effect），透過網路拓樸傳遞出去，使得總體的消費曲線在特定的網路結構中出現明顯的臨界現象，也就是當廠商將價格持續降到某一門檻時，會有一個顯著極快速的消費成長的跳躍情況（tipping point）出現，這時該商品將迅速佔有整個市場，進而促使消費風潮的產生。另外，該文也考慮了在市場中該商品已佔有該市場時（人人都購買的情況下），價格遞增時，會產生不同於之前的消費需求曲線，稱之為「磁滯效應」（hysteresis），見下圖 2-5。

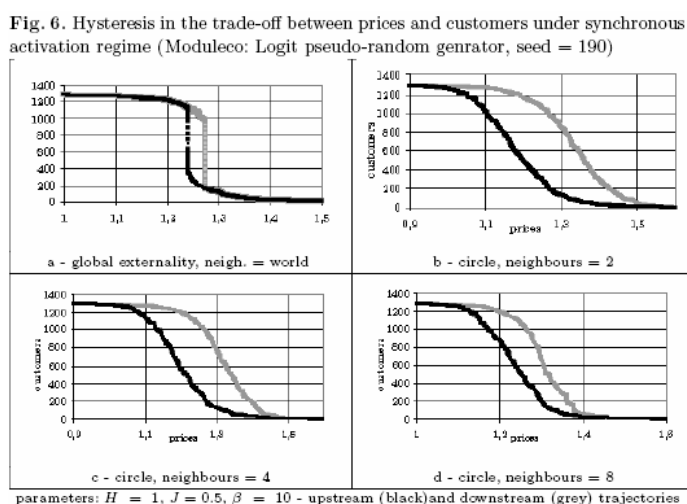


圖 2-5 需求曲線的磁滯效果。黑線：價格遞減所產生的需求線，灰線：價格遞增所產生的需求線。（引自 Phan, et al. (2003)一文）

該文與上面文獻最大不同點在於它著重於消費者的個體行為與總體表現的

現象模擬，如：雪崩效應（或擴散效應）、消費風潮、磁滯效果等，使我們了解到市場運作的動態過程與網路結構之間的關連性。但是作者所使用的網路拓樸仍離不開之前文獻所採用過的，並沒有新的突破。基本上，這些網路都是從環形網出發，藉著增加長距離的連邊變化成具有小世界性質的網路，這與真實世界的複雜網路相比，仍有很大的一段落差，我們將在下一節中詳細說明落差為何，以及提出改進辦法。

本文採用與 Phan et al (2003) 一文相同的消費離散選擇函數，理由在於此模型的簡潔性，用它來描述個人決策與社會學習的影響因素都相當的便利，另外我們將此模型矩陣化後，可以考量各種不同的網路拓樸，使它更具有一般性，可以進行更為細緻的模擬，使研究所能夠探索的問題更為廣泛。

綜合以上三篇文章，我們認為這些文獻對於網路拓樸的描述皆過於簡化，雖考量了新興的小世界網，但仍存在著待突破的限制與實際上的落差，在下一節中，我們將對「複雜網路」作一整體性的介紹，並且根據最新的發展，提出我們認為較為合適且符合實際的網路拓樸，作為研究商品在社會網路中擴散的平台。

2.3 複雜網路的介紹與應用

過去人們對於網路拓樸 (topology of network) 的知識的取得主要是根據數學裡的圖論 (graph theory)。圖論結合了集合論與數論的概念，嚴格定義了各式各樣的網路結構，每一個網路都可以可以用頂點集合 (vertex set) 與連邊集合 (edge set) 來表示，以 $G(V, E)$ 函數來表示一個圖，其中 V 為頂點集合， E 為連邊關係集合。 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示 N 個頂點， $E = \{g, g(i, j) = 1, i \neq j, ij \in V\}$ 表示所有點與點之間的連邊關係，如： $g(1, 2) = 1$ ，表示節點 1 與節點 2 相連，反之，若其值為 0 則表示不相連。如下圖 2-6 所示為一個具有八個節點與十條邊的網路。

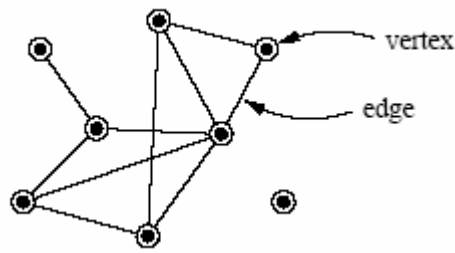


圖 2-6

圖論的知識給出了嚴格數學定義以及一些計算網路特性的統計量，我們將在底下小節中詳細地介紹。

2.3.1 相關的網路統計量

一些被常用來描述網路拓樸結構的統計量主要有三個，分別是最短平均距離（average shortest path）、集群係數（cluster coefficient）與度分布（degree distribution）。其他用來描述網路的指標或概念名詞，還包括了網路彈性（network resilience）、度相關係數（degree correlations）、社群結構（community structure）、介中向心性（betweenness centrality）等。¹⁴

(1) 最短平均路徑：

衡量網路中任意兩個節點的連結距離的長短。我們先考慮在一個無向（non-directed）的網路，無向網表示一個網路的連邊關係是雙向的，若*i*節點與*j*相連，代表*i*指向*j*；同時*j*也指向*i*。當所有的連邊都滿足這樣的定義時，稱為無向網（non-directed network），反之則稱為有向網（directed network）。其數學定義式如下：

$$l = \frac{1}{\frac{1}{2}n(n-1)} \sum_{i \geq j} d_{ij} \quad (1)$$

d_{ij} 表示從節點*i*到節點*j*的最短路徑，*n*表示節點總數。在此平均數中包含了從每個節點到其自身的距離（為0），且排除了網路中存在孤立點的問題¹⁵。

¹⁴ 欲對這些相關指標有進一步的認識，請參見Newman (2003)一文。

¹⁵ 針對網路中存在孤立點的問題時，也就是沒有任何路徑連結的節點對，我們實際運用電腦進行計算時，將設其距離為無限大，並且求平均數時將從分母中扣除這些點的個數，式(1)為不考慮網路含有孤立點的情況。

(2) 集群系數：

衡量「網路密度」大小的指標。在很多網路當中，都存在著下述的狀況，即如果節點 A 與節點 B 相連，並且節點 B 與節點 C 相連，那麼節點 A 也極有可能與節點 C 相連。用社會網路的語言來說，就是你的朋友的朋友也可能是你的朋友。這樣的情況在網路拓樸中稱為「傳遞性」，也就是網路中存在三個節點的集合(三角形)個數的情況，實際三角形數目若佔全部理想三角形數目的比例越高，代表網路中傳遞性顯著，或是你的朋友的朋友也是朋友的機率越高，也同等於網路密度越高的意思。其數學定義式如下：

$$C_i = \frac{\text{包含節點 } i \text{ 的三角形個數}}{\text{以節點 } i \text{ 為中心的三點組的個數}} \quad (2)$$

對於連邊數為 1 的節點而言，由於分子和分母均為 0，因此，令 $C_i = 0$ 。整個網路的集群係數就是 C_i 的平均值

$$C = \frac{1}{n} \sum_i C_i \quad (3)$$

底下我們將利用式 (2)，以圖 2-7 作一簡單計算的例子。

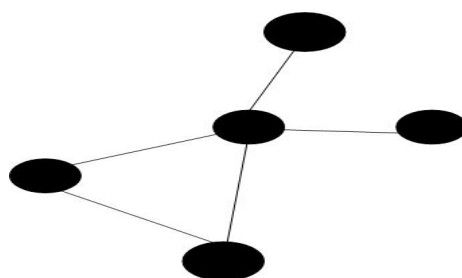


圖 2-7 由式(2)得知，每個節點都有一個自己的局部集群系數，分別為 1, 1, $\frac{1}{6}$, 0, 0 (由左至右)。並由式(3)可得到平均值 $C=13/30$ 。

(3) 頂點度分布：

數學圖論中定義對於網路中任一頂點的「度」(degree)，就是指頂點相連結的邊數，因此若是在網路中有兩個頂點具有相同的連邊數，則我們可以稱它們的度相同。至於度分布則是用來描述「不同的度在網路中出現的機率分布」的指標。

通常我們定義 P_k 為網路中度數為 k 的頂點個數占頂點總個數的比例¹⁶。 P_k 也等於在隨機一致的原則下挑選出具有頂點度為 k 的機率。對任一給定的網路， P_k 可用直方圖來表示，而這直方圖就是網路的頂點度分布（以下簡稱：度分布）。下圖 2-8 中，我們將給出根據隨機圖論（random graph theory）推導出來的波松度分布圖和實證中常見的冪律度分布圖來作為說明。波松分布為一山峰形的分布，其平均度（ $\langle k \rangle$ ）在網路中擁有最大的出現機率，而隨著偏離平均度的程度越大它所出現機率越小。至於冪律度分布圖，則呈現出厚尾的直線分布，表示隨著度數的增加，擁有這樣度數的頂點數將隨之減少。

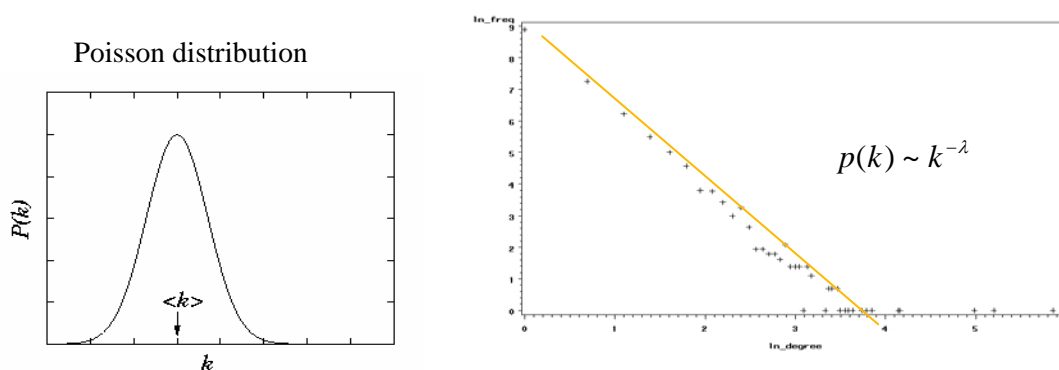


圖 2-8 左圖(a) 為一波松分布圖 (poisson distribution)，它是從隨機網中得到的 右圖(b) 為取過雙對數的冪率分布圖 (power-law distribution)，指數為 λ 。¹⁷

以上所介紹地便是常用來描述網路拓樸特徵的基本網路統計量。藉由這些相關統計量，可以幫助我們探討消費行為與網路拓樸結構之間的關連性。

2.3.2 複雜網路的研究進展¹⁸

有了上一小節圖論的基礎知識後，這一小節中我們將開始進入複雜網路的研究領域。複雜網路與傳統圖論中的網路（圖）有幾個顯著不同的地方。第一，以

¹⁶ 在本文所畫的度分布直方圖中，我們省略除以共同的總頂點數的步驟，只計算每一個不同的度在整個網路中所出現的頻率值（frequency），這樣作圖的結果與定義是一致的。

¹⁷ 取雙對數的理由在於把非線性的指數函數作一線性轉換，可以幫助我們直接觀察此度分布是否呈現出一直線的厚尾分布（越是符合冪律分布）或是偏離直線（越不符合冪律性質），並且可以計算此直線的斜率來得到指數 λ 。

¹⁸ 本文所介紹的複雜網路的研究進展，是以在實證上所發現的共性（如：小世界、無標度..）為主軸，以及其代表性的網路原創模型。針對複雜網路研究有興趣者，可以進一步參考以下幾篇具代表意義的綜述性文章，如：Strogatz (2001), Albert and Barabasi (2002), Dorogovtsev and Mendes (2002), Newman (2003)，以及一本複雜網路的研究專書：Dorogovtsev and Mendes (2003)，和幾本閱讀性極高的科普書籍，如：Watts (1999), Barabasi (2002), Watts (2003)

頂點的數量來說，過往的網路皆屬於小網路，頂點數不過數十個至上百個（特殊情況才會到百個點），但是複雜網路的頂點數，少則數千個多則達百萬個，數量的增加使得網路的複雜度大大的提高。第二，複雜網路的研究帶來了一種新視野，讓人發掘出在複雜的點邊關係中所潛伏的規律或普遍存在的特性，以及其所代表的意義，這些都不同於以往圖論中所提出的。第三，以研究方法來說，過往倚賴數理推導和作圖的技巧來研究小網路，但是現在面對數量級倍增的複雜網路，明顯在研究方法上需要突破，必須改用電腦來進行大量的計算和作圖。第四，以研究議題而言，由於複雜網路幾乎充滿在我們日常生活的四周圍，因此它所涵蓋的議題相當廣泛，橫跨了自然科學和社會科學等領域。歸納以上各點，複雜網路不管在「質」或「量」上，相對於傳統人們對於網路的了解皆有了極大的轉變。因此，底下我們將依研究發展的時間順序，列舉複雜網路研究中一些重要的突破與成果。

98 年 Watts 和 Strogatz 等人首先提出小世界網路的演化模型（請參見圖 2-2），他們利用環形規則網路（每個頂點的度為一常數），給予每個頂點一定的機率 p ，使它可以按著順時針的順序切斷原本的連邊再進行重連邊（re-wire）的動作。隨著機率 p 的增加，會發現網路從規則網，會逐漸地轉變成具有捷徑特性（shortcut）的長距離連邊的小世界網，這些少數的捷徑會有效地減少網路拓樸的平均距離，並且仍維持較高的集群係數。最後當 p 接近 1 的時候，網路拓樸則變成一個隨機網路（random network）。下圖 2-7，說明了相關統計量在網路隨 p 值轉換下的變化情況，在過程中可以觀察到「小世界性質」。

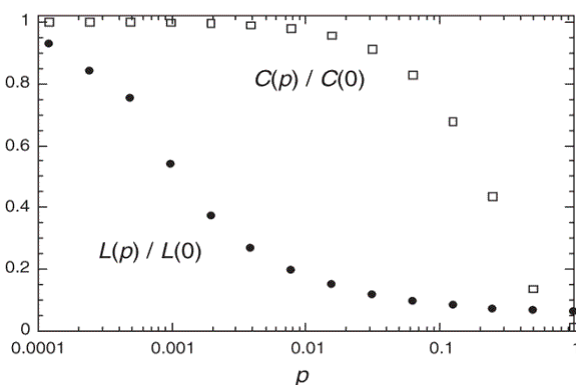


圖 2-7 為標準化後的最短平均距離和集群係數圖。觀察圖形的兩端點分別代表規則網與隨機網的統計特性，當 $p \rightarrow 0$ 時(規則網)， L 與 C 值最大；當 $p \rightarrow 1$ 時， L 與 C 值為最小。小世界的性質正好介於 $0.001 < p < 0.1$ 之間，這時有較小的 L 與較大的 C ，因此小世界網，同時具有規則網中高集群的特性和隨機網中最短平均路徑的特性。(引用自 Watts and Strogatz (1998))

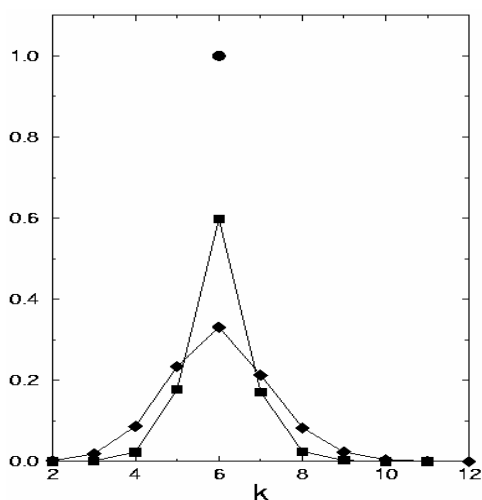


圖 2-8 WS 模型中的度分布圖。分布圖中波峰較陡者為 $p=0.1$ 下的小世界網，波峰較平緩者為 $p=0.3$ 時的網路。這些網路的度分布明顯類似於波松分布。

另外，作者也從實證資料中證實網路普遍存在著小世界性質¹⁹。所謂小世界性質代表的是一個網路同時具有「較規則網短的最短平均路徑」和「較隨機網高的集群係數」的特性，這特性是與規則網和隨機網作對比後所得到的，我們用表 2-1 與圖 2-9 的實證結果來作說明：

	N	K	L _{actual}	L _{random}	C _{actual}	C _{random}
好萊塢演員合作網	225226	61	3.65	2.99	0.79	0.00027
美西電力網	4941	2.67	18.7	12.4	0.08	0.005
線蟲神經網	282	14	2.65	2.25	0.28	0.05

表 2-1: 三種不同性質網路的實際統計數據。N: 頂點數 K: 平均度 L: 最短平均路徑(actual 表示實際網, random

¹⁹ 小世界現象 (small-world phenomenon) 這個名詞是由美國社會學家 Milgram 在 1967 年首先提出，當時他進行了一連串有關於社會網路的拓樸距離的實驗，定義彼此認識的兩個人之間的距離為一，他發現大多數的資料顯示，人與人之間的平均間隔距離大約為六，後來小世界現象又被稱為「六度分隔」(six degree of separation)。

為在相同N和K下的隨機網)²⁰C：集群係數。由上表可以發現在實際的網路中，L與隨機網相近，C則遠大於隨機網，因此在這三種網路中，都存在著小世界性質。(引用自Watts and Strogatz (1998))

小世界性質的發現後，引起了各領域學者們對於複雜網路產生了高度的關注與興趣，在短短的兩三年之間，不斷地有許多實證的網路統計結果被提出，這些實證網路不但更加證實小世界的普遍性，而且從中發現另外的一個網路共性—冪律度分布 (power-law distribution of degree)²¹，又稱為無標度網路 (scale-free network)。(見圖 2-7(b)) 這項共性的特點在於它表達了，網路中普遍存在著「富者恆富」的現象，也就是少數的節點擁有大多數連邊的情況，其數學定義式如下：

$$p(k) \sim k^{-r} \quad (4)$$

這項新共性是由Albert, Jeong和Barabasi等人在 1999 年從WWW網路²²研究中首先發現的，之後在許多實證網路中被證實。表 2-2 列舉出相關網路實證的統計資料，圖 2-9,10 為一些實證網路的度分布圖。

²⁰ 在隨機圖論的書中，有給出在隨機圖下的L與C值的計算公式。當 $k \gg \ln(n)$ 時，

$L_{random} \sim \ln(n)/\ln(k)$ 且 $C_{random} \sim k/n$

²¹ 有關服從冪律分布的實證現象，19 世紀末和 20 世紀初期便有過一些文獻曾提出過，只是當時並未用網路的觀點來進行探討。這些文獻包括探討收入分布的Pareto(1898)、科學家的論文數的Lotka(1926)以及單詞出現頻率數的Zipf(1949)等。

²² WWW的網路是以網頁為頂點，邊就是從一個網頁指向另一個網頁的超連結。

Network	Size	$\langle k \rangle$	κ	γ_{out}	γ_{in}	l_{real}	l_{rand}	l_{pow}	Reference	Nr.
WWW	325 729	4.51	900	2.45	2.1	11.2	8.32	4.77	Albert, Jeong, and Barabási 1999	1
WWW	4×10^7	7		2.38	2.1				Kumar <i>et al.</i> , 1999	2
WWW	2×10^8	7.5	4000	2.72	2.1	16	8.85	7.61	Broder <i>et al.</i> , 2000	3
WWW, site	260 000				1.94				Huberman and Adamic, 2000	4
Internet, domain*	3015–4389	3.42–3.76	30–40	2.1–2.2	2.1–2.2	4	6.3	5.2	Faloutsos, 1999	5
Internet, router*	3888	2.57	30	2.48	2.48	12.15	8.75	7.67	Faloutsos, 1999	6
Internet, router*	150 000	2.66	60	2.4	2.4	11	12.8	7.47	Govindan, 2000	7
Movie actors*	212 250	28.78	900	2.3	2.3	4.54	3.65	4.01	Barabási and Albert, 1999	8
Co-authors, SPIRES*	56 627	173	1100	1.2	1.2	4	2.12	1.95	Newman, 2001b	9
Co-authors, neuro.*	209 293	11.54	400	2.1	2.1	6	5.01	3.86	Barabási <i>et al.</i> , 2001	10
Co-authors, math.*	70 975	3.9	120	2.5	2.5	9.5	8.2	6.53	Barabási <i>et al.</i> , 2001	11
Sexual contacts*	2810			3.4	3.4				Liljeros <i>et al.</i> , 2001	12
Metabolic, <i>E. coli</i>	778	7.4	110	2.2	2.2	3.2	3.32	2.89	Jeong <i>et al.</i> , 2000	13
Protein, <i>S. cerev.</i> *	1870	2.39		2.4	2.4				Jeong, Mason, <i>et al.</i> , 2001	14
Ythan estuary*	134	8.7	35	1.05	1.05	2.43	2.26	1.71	Montoya and Solé, 2000	14
Silwood Park*	154	4.75	27	1.13	1.13	3.4	3.23	2	Montoya and Solé, 2000	16
Citation	783 339	8.57			3				Redner, 1998	17
Phone call	53×10^6	3.16		2.1	2.1				Aiello <i>et al.</i> , 2000	18
Words, co-occurrence*	460 902	70.13		2.7	2.7				Ferrer i Cancho and Solé, 2001	19
Words, synonyms*	22 311	13.48		2.8	2.8				Yook <i>et al.</i> , 2001b	20

表 2-2 一些無標度網路的統計性質。其 $p(k)$ 服從幂率分布公式 (4)。我們給出網路規模(Size)、平均度 $\langle k \rangle$ 、符號 k 是幂律標度。對於有向網路我們分別列出入度 (r_{in}) 和出度 (r_{out}) 指數。而對於無向網路以*標註，這些值都相同。 l_{real} 、 l_{rand} 和 l_{pow} 分別表示：具有幂律度分布的實際網路的平均路徑長度、隨機圖論所預測的平均路徑長及Newmen、Strogaze和 Watts (2001) 中所定義的平均路徑長²³。從上表可以發現無標度性質的網路涵蓋了許多的領域，包含了WWW (Nr.1-4)、Internet (5-7)、演員合作網 (8)、論文合著網 (9-11)、性接觸網 (12)、新成代謝網 (13)、蛋白質反應網 (14)、食物鏈網 (16)、詞彙網 (19-20) .. 等，並且從最短平均路徑的長度中，可以發現無標度網同時存在著小世界性質。(引自Albert和Barabasi (2002))

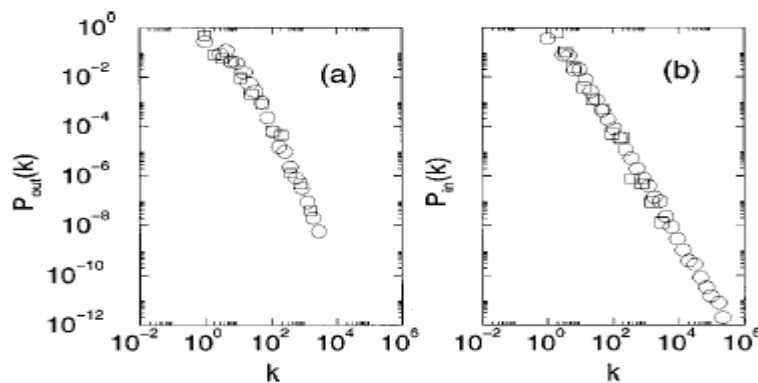


圖 2-9 WWW 兩種不同測量方法的度分布圖：□ 表示由 Albert 等人 (1999) 的 325729 個頂點樣本；○ 表示由 Broder 等人 (2000) 兩億多個網頁的測量結果。其中 (a) 為出邊度分布圖，(b) 為入邊度分布圖。(引

²³ 由於公式推導繁瑣，且只有在特別情況下才使用，因此本文不詳列數學公式，欲知者請參考原文。

自 Albert 和 Barabasi (2002)

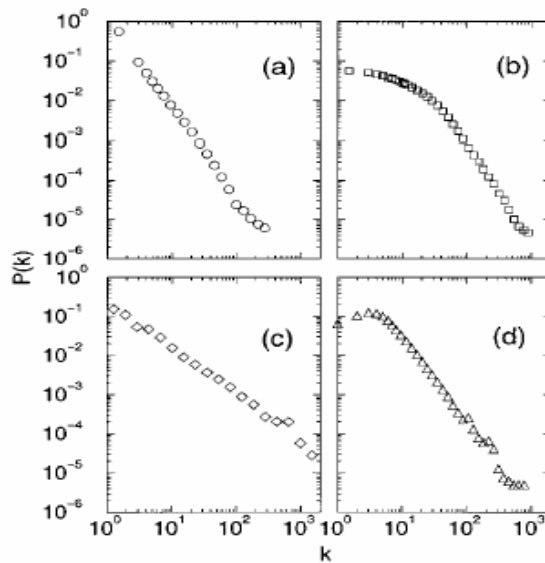


圖 2-10 一些實際網路的度分布圖。(a) Internet (路由器) 網, Govindan(2000) (b) 電影演員合作網, Albert 和 Barabasi (1999) (c) 高能物理學家合作網, Newman (2001a,b) (d) 神經科學家合著網, Barabasi (2001) 。這些網路明顯都帶有冪律尾部的度分布圖。(引自 Albert 和 Barabasi (2002))

無標度網經由實證得到支持後，同年Barabasi和Albert (1999) 進一步提出了一個演化網路模型（簡稱：BA模型），可以經由數值計算的方法，模擬出無標度的特性。BA 模型成功地捕捉到了產生無標度網的兩大因素：增長與擇優連結法則²⁴。BA 模型的算法如下：

1. 增長 (Growth)：從少量的頂點數 (m_0) 開始，隨著時間經過，每一個時間點都增加一個頂點（所以如果 $t=10$ 則意謂著網路增加了十個點），並且該頂點擁有 m ($\leq m_0$) 條邊，可以將這個新頂點連接到 m 個原本已經存在網路中的不同頂點上，這同時意謂著網路中的任意兩點間，不存在重複連邊的可能性。
2. 擇優連結 (Preferential attachment)：當新頂點加入網路中，將根據舊頂點的機率 π 來作選擇， π 越大的舊頂點越有可能被連結上。而此機率將取決於頂點 i 的度數 k_i 佔網路總度數的比例，其數學式定義如下：

²⁴ 早期經濟學家Simon (1955) 曾提出類似擇優法則的隨機模型來產生服從冪律分布的現象，Simon並利用此法則來解釋社會中富者恆富、收入不均的現象。

$$\pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j^{N-1} k_j}, j = 1 \sim N_t \quad (5)$$

由上式可得知，度數 (k_i) 越大者，被新頂點連上的機率 ($\pi(k_i)$) 也越大，因此，我們可得知網路中度數較大的頂點在吸引新頂點的連結上，佔有比較大的優勢，這就是擇優法則的精神。另外，上式中的 N_t 是指在 t 時間點時，網路所擁有的舊頂點的總數，因此，每當一個新頂點要加入網路時，都要重新計算一次原本網路中所有舊頂點的 π 值，然後才進行選擇。最後，當網路增長結束時 (T ：表示結束時點)，該算法程式將產生一個具有 $N_T = m_0 + T$ 個頂點、 mT 條邊的網路。

以下我們將由圖 2-11 來看 BA 模型進行數值模擬的結果。從下左圖中，可以明顯看出該演化網路的度分布服從冪律分布，呈一斜率為負的直線，且斜率為 2.9，進行刻度標準化後的斜率為 3。當 T 夠大時，在不同的設定（不同的 m ）下都將進入斜率不變的狀態，服從指數 $r=2.9$ 的冪律分布，由此可見參數 m 與冪律的指數大小無關。下右圖中，我們可以發現，當網路演化時間夠長時，規模大小的不同並不會影響度分布，度分布趨於一穩定狀態。

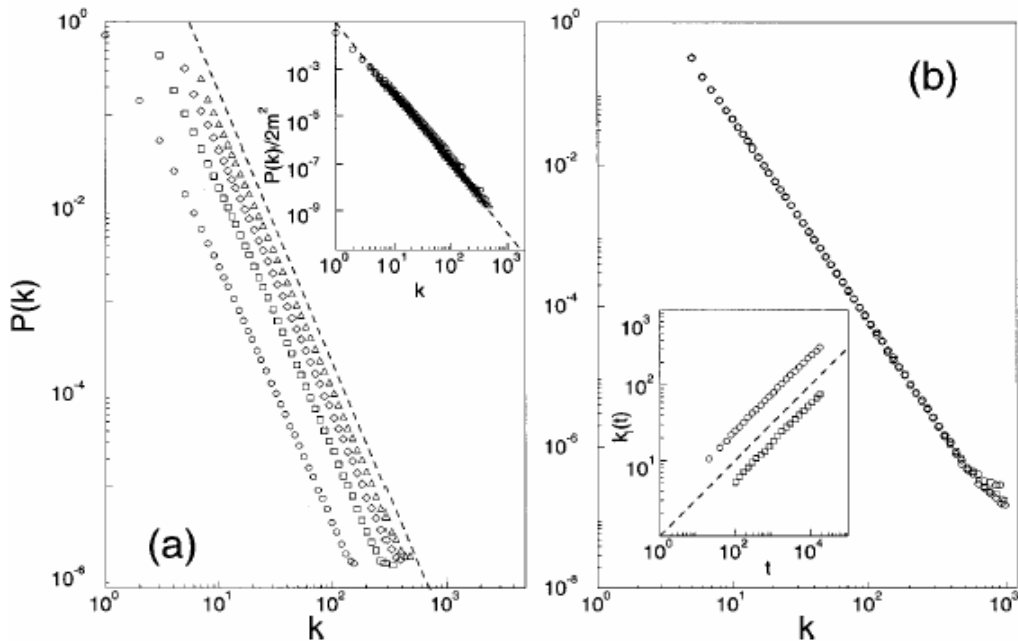


圖 2-11 BA 模型網路演化的數值模擬。(a) BA 模型的度分布圖， $N = m_0 + T = 300000$ ， \circ ： $m_0 = m = 1$ ， \square ： $m_0 = m = 3$ ， \diamond ： $m_0 = m = 5$ ， \triangle ： $m_0 = m = 7$ ，虛線的斜率值 $r=2.9$ 。插圖給出 m 值相同且

重新按比例繪製的分布 $p(k)/2m^2$ (見(a)右上角), 虛線斜率為 $r=3$ (b) $m_0 = m = 5$ 及不同網路規模下的 $p(k)$, \circ : $N=100000$, \square : $N=150000$, \diamond : $N=200000$ 。插圖給出在 $t_1=5$ 和 $t_2=95$ 時添加到網路的兩個頂點, 它們的度隨時間的演化情形, 且虛線斜率為 $r=0.5$ 。(引自 Albert 和 Barabasi (2002))

總結一下我們在這一小節中所介紹有關複雜網路的重要概念。複雜網路可以作為複雜系統的一種表示法, 它的頂點數量遠遠超過數學圖論中所研究過的樣本, 並且其複雜的結構性質也不能再用傳統的作圖直觀法或數學分析而得, 必須藉助電腦計算與電子資料庫的處理, 來觀察出在不同性質的複雜網路中所湧現出的共同現象。這些共性主要有兩個, 分別是小世界與無標度性質, 它們均被大量的實證網路所支持, 並且背後生成的機理也已藉由模型來呈現, 如 WS 模型與 BA 模型。而本文的研究便是將關於複雜網路的突破性進展 (如: 無標度網的特性) 納入消費模型中來考量, 期待藉著跨領域的結合, 幫助我們對於消費行為與社會網路之間的關連性, 能有更深一層的認識。