

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

非隨機遺漏下輔助變項對結構方程模型全訊息最大概似法
之影響

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2413-H-004-025-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：國立政治大學心理學系

計畫主持人：鄭中平

計畫參與人員：陳淑萍

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計劃成果報告

非隨機遺漏下輔助變項對結構方程模型全訊息最大概似法之影響

Impacts of Adding Auxiliary Variables to FIML in Structural Equation Models under NMAR

計畫編號：NSC 94-2413-H-004-025

執行期限：94年8月1日至95年7月31日

主持人：鄭中平 政治大學心理學系

cpcheng@nccu.edu.tw

一、摘要

全訊息最大概似法在隨機遺漏下表現良好，但在非隨機遺漏情形之估計可能偏誤。由於資料是否屬隨機遺漏視納入之分析變項而定，將輔助變項納入分析，可能有助於全訊息最大概似法之估計。本研究以蒙地卡羅法，瞭解輔助變項之效果。結果發現，當輔助變項與遺漏變項無關，納入輔助變項可能增加估計偏誤。此外，當模型設定錯誤時，加入輔助變項有助於減少低估卡方值的程度。

關鍵詞：結構方程模型、不可忽略遺漏、遺漏值處理法、遺漏機制、輔助變項

Abstract

Full information maximum likelihood method (FIML) is recommended to deal with data missingness in Structural Equation Models. Estimates of FIML are asymptotically unbiased when the data is missing at random (MAR), but may be biased under NMAR. Whether the data is MAR or not depends on the variables including in the statistical analysis. FIML may benefit from adding auxiliary variable that may be not concerned in the study. By

Monte Carlo method, the study aims to explore the impacts of adding auxiliary variables to the estimate of FIML under situations that the relationships between auxiliary variable, the variable the study concerned and the variable that cause data missingness differ.

Keywords : structural equation modeling, nonignorable missingness, missing data treatment, missing data mechanism, auxiliary variable

二、前言與研究目的

結構方程模型 (structural equation modeling) 常用於處理多變量資料，但研究收集變項越多，資料遺漏的機率越高，用於多變項資料之結構方程模型幾難避免遺漏值處理問題。遺漏資料可能影響樣本的代表性與研究推論的有效性，依據資料遺漏機制選擇適當的遺漏值處理法方能避免此等影響 (King, King, Bachrach & McArdle 2001)。

Little 與 Rubin (1987) 根據變項數值與

變項遺漏與否之關係，定義三類遺漏機制，如果變項數值與變項是否遺漏無關，稱為完全隨機遺漏 (missing complete at random, MCAR)；若在控制其他變項後，變項數值與遺漏與否無關，則稱之為隨機遺漏 (missing at random, MAR)，而非屬隨機遺漏之情形則稱作非隨機遺漏 (missing not at random, MNAR)。以收入調查為例，假定收集變項為收入與教育程度，而僅收入變項有遺漏值。倘若所有變項不影響是否在收入題目上遺漏，則為完全隨機遺漏；若收入較高者傾向於不填寫而產生遺漏，但在控制教育程度後，收入多寡不影響是否填寫該題，則為隨機遺漏；然若即使控制教育程度，收入多寡仍影響該題是否遺漏，則為非隨機遺漏。不同遺漏機制適用不同的遺漏值處理法，以下即說明結構方程模型適用之遺漏值處理法。

結構方程模型之遺漏值處理法可以分成利用非遺漏資料、單一插補與模型基礎取向三類 (Bentler, 2001)，前兩類作法是許多軟體內設的遺漏值處理法，也是較常用的方法 (Enders, 2001)，但近來較受推薦的則是模型基礎取向的第三類遺漏值處理方法 (例如，Enders, 2001; Neale, 2001; Schafer & Graham, 2002; Allison, 2003a,b)。

第一類作法對遺漏值不作特殊處理，僅分析現有資料，包括列刪除法 (listwise deletion method、complete-case analysis) 與對刪除法 (pairwise deletion method、available-case analysis)，適用於完全隨機遺漏情形。第二類之單一插補方法則是插補遺漏值，使其變成完整資料後再進行後續分析，包括平均值插補法 (或稱平均值取代法) 與迴歸插補法等。進行單一插補時，研究者將變項遺漏值視為未知常數，處理重點在於如何正確估計此數值。此方法假定完整資料與遺漏資料間為一對一關係；但不同的完整資料在部份資料遺漏後，可能形成相同之具遺漏值資料，完整資料與遺漏資料實為多對一關係。因之，變項遺漏值不宜視為未知常數，應視為給定現有資料之非遺漏數值下的條件分配，視遺漏值為單一常數會低估變異數與共變數，而應於其中抽樣若干數值進行多次插補，或直接考慮條件分配進行參數估計，此即為第三類作法中之多重插補 (multiple imputation) 與全訊息最大概似法 (full information maximum likelihood method, FIML, Allison, 2003b)。在隨機遺漏情形下，兩種方法所得之估計量具一致性、漸進效率性與漸進常態性 (例如，Allison,

2003a,b)。相較於多重插補，許多結構方程模型軟體皆支援 FIML，例如 AMOS 4.0、EQS 6.0 β 、LISREL 8.54、Mplus 2.0 與 Mx 等。許多模擬研究亦顯示 FIML 優於第一、二類方法（例如：Arbuckle, 1996; Enders & Bandalos, 2001; Finkbeiner, 1979; Gold & Bentler, 2000; 鄭中平與翁儷禎 2003），近年來 FIML 成為結構方程模型最常使用方法（Allison, 2003a），本計畫亦著眼於 FIML。

FIML 在隨機遺漏下表現良好，但資料是否符合隨機遺漏無法檢定，研究者在使用 FIML 時可能無法確定資料為隨機遺漏或非隨機遺漏，FIML 用於非隨機遺漏之表現因之值得探究。非隨機遺漏情形並非可忽略遺漏，僅就觀察資料進行分析可能產生偏誤，適當處理方法之一，為設定非隨機遺漏模型，分析時將此模型納入考量，即能得到無偏誤之估計值（例如，Little & Rubin, 1987）。在結構方程模型之中，Muthén、Kaplan 與 Hollis（1987）討論當外顯與潛在連續變項影響資料遺漏情形之非隨機遺漏模型，鄭中平與翁儷禎（2002）則推導此時結構方程模型的最大概似估計。鄭中平與翁儷禎（2004）則描述當遺漏組型反應潛在類別變項時之非隨機遺漏模

型，並以隨機 EM 算則推導此時之結構方程模型之最大概似估計。前述作法假設遺漏機制無設定偏誤，因此研究者對資料之遺漏機制需有相當瞭解，方能正確設定遺漏機制模型，唯在眾多實徵研究中，研究旨趣多在變項間關係，資料之遺漏機制常非研究重點，同時研究者對遺漏機制之理解亦未必清晰達可設定遺漏機制模型的地步，因此設定遺漏機制以處理非隨機遺漏情形的作法或未必適用於各種研究情形。

加入輔助變項將非隨機遺漏轉換為隨機遺漏則是另一種可能取向之一，由於遺漏機制是否為隨機遺漏，與納入分析之變項有關，以前述收入調查問題為例，若收入多寡與是否遺漏有關，但在控制教育程度後，收入多寡與是否遺漏無關，則分析資料時是否納入教育程度，將影響資料為隨機遺漏或非隨機遺漏，遺漏值處理法之表現亦隨之改變。有些與遺漏機制相關之變項可能並非研究旨趣所在，但如加入這些變項後，使遺漏機制成為隨機遺漏，則應有助於遺漏值處理，並可能進一步有助於模型估計。如前例中，教育程度並非研究者關注焦點，但加入教育程度後，遺漏情形成為隨機遺漏，則參數之估計可能因

而改善，研究者似應於資料分析時納入教育程度。於此例中，教育程度乃屬研究旨趣之外，但在遺漏值處理時可用以輔助估計之變項，稱為輔助變項。

Collins、Schafer 與 Kam (2001) 將可能有助於估計之輔助變項分為三類，a 類變項與欲分析之變項及遺漏原因變項皆有關，b 類變項與欲分析之變項有關，但與遺漏原因變項無關，c 類變項則與欲分析之變項無關，與遺漏原因變項可能有關或無關。Collins 等人以迴歸模型為例，模擬加入三類輔助變項之情形，發現加入輔助變項有助於估計，至少無害於估計，因此建議採取盡可能納入輔助變項之分析策略。

輔助變項雖可能有助於遺漏值處理，但並非研究者原關注的變項，如何設計納入輔助變項而不改變原模型實質內容的問題則繼之而來。FIML 之遺漏值處理與模型參數估計為同一步驟，加入輔助變項但不改變原設定模型較不容易。Graham (2003) 乃設計以飽和相關模型(saturated correlates model) 方式納入輔助變項，首先考慮研究旨趣所在之變項，設定好研究模型，次將所有輔助變項視為外生變項(exogenous variables) 加入前述模型中，並允許彼此間有共變，輔助變項部份因之形成飽和模型

(saturated model)。再針對原模型之外生觀察變項，令其與輔助變項間之共變數為自由參數，最後對於原模型之內生(endogenous) 觀察變項，加入對應之測量誤差與輔助變項間之共變數為自由參數。

Graham (2003) 同時以數個模擬研究說明 FIML 加入輔助變項後表現良好，惟在其模擬研究中，輔助變項即為影響資料遺漏之原因，加入輔助變項使遺漏情形成為隨機遺漏，FIML 表現良好似可預期。Collins 等人 (2001) 之研究雖然包含輔助變項並非資料遺漏原因之遺漏情形，唯其分析模型為迴歸模型，未包括潛在變項。

鄭中平與翁儷禎 (2005) 以模擬方式操弄輔助變項、遺漏原因變項與研究旨趣所在之潛在變項三者間相關，各相關分別有零相關(.0)、高相關(.7) 與完全相關(1.0) 三個水準，去除 27 種組合之不合理情形後，探討所得之七種非隨機遺漏情形，瞭解加入輔助變項與否對 FIML 估計之影響。結果發現，加入與遺漏原因有關之輔助變項有益或至少無害於估計，但加入與遺漏原因無關之輔助變項，則會增加估計偏誤，研究結果較傾向支持 Allison 之建議，亦即應僅納入與遺漏原因有關之輔助變項，而不支持 Collins 等人建議之盡可

能納入輔助變項之分析策略。鄭中平與翁儷禎亦發現，模型卡方值方面，當模型設定正確時，是否加入輔助變項不太影響卡方值，但當模型設定錯誤時，加入與不加入輔助變項之 FIML 皆有低估卡方值之情形，與鄭中平與翁儷禎(2003)發現之 FIML 過度適配結果一致，但加入輔助變項能減輕低估情形。

鄭中平與翁儷禎(2005)初步探討了非隨機情形下，加入輔助變項對 FIML 估計之影響，但其模擬情形侷限於七種，而 Allison 與 Collins 意見相左之 b 類輔助變項情形，亦即當輔助變項與遺漏原因無關，但與研究旨趣變項有關之情形，僅為七種中之一種，據以說明兩者建議之策略優劣頗嫌不足。同時，其 a 類輔助變項與遺漏原因變項與研究旨趣之潛在變項相關為高相關或完全相關，而未包括低相關之情形。本計畫研究目的即在以蒙地卡羅法 (Monte Carlo method)，仔細操弄輔助變項與遺漏原因間的關係，探討非隨機遺漏時，加入輔助變項與否對 FIML 估計表現之影響，及當模型設定錯誤時，加入輔助變項對卡方統計量之影響。

三、研究方法

本研究採模擬方式進行，以下分述模擬與資料分析諸面向：

研究模型。本研究以斜交雙因素模型為真實模型，據之產生模擬資料，其中每因素包含四個觀察變項 ($df = 19$)，前四個變項在第一個因素 (ξ_1) 與後四個變項在第二個因素 (ξ_2) 上的負載量依序為 1、.6、.6 與 .6，其餘因素負載量為 0，因素間共變為 .5，各因素與各變項均符合標準常態分配。

遺漏情形。遺漏情形乃透過操弄輔助變項 (W)、遺漏原因變項 (Z) 及潛在因素 (ξ_1) 間關係達成。由於聚焦於結構方程模型的 FIML 遺漏值處理法是否受加入輔助變項影響，首先乃將輔助變項與遺漏原因變項間關係納入考慮。其次，由於結構方程模型為潛在變項模型，故研究亦操弄潛在變項 (因素) 與前兩者之關係。研究模型有兩個潛在變項，為簡化起見，僅操弄第一個因素 (ξ_1) 與遺漏原因變項及輔助變項間關係。本計畫同鄭中平與翁儷禎(2005)，操弄遺漏原因變項 (Z)、輔助變項 (W) 與分析模型之第一因素 (ξ_1) 三者間的三個共變，但分別設定在 .0、.2、.5、.8 與 1.0 間五個水準，有 125 種組合。選取五個水準乃欲與鄭中平與翁

儷禎 (2005) 選取之三種水準作一對比，其僅採無相關 (.0)、高相關 (.7) 與完全相關 (1.0) 三種情形，較難類推至實際情形。本計畫前述之 125 組合中，當 $r_{Z\xi_1}$ 為 0，遺漏情形成為完全隨機遺漏，已有許多研究顯示 FIML 於此情形下表現良好 (例如，Gold & Bentler, 2000; 鄭中平與翁儷禎，2003)，故排除 25 種完全隨機遺漏情形；其次，輔助變項可能與遺漏原因變項或欲分析變項相關，或同時與兩者有關，但不應與兩者皆無關，即 r_{ZW} 與 $r_{W\xi_1}$ 不應同時為 0，故排除兩者為 0 之 4 種情形；最後，共變數矩陣應為半正定矩陣，因此排除 46 種非半正定情形，計操弄 50 種組合情形。在不包括輔助變項時，遺漏原因亦未納入，所有情形皆為非隨機遺漏 (Muthén et al., 1987)。依照 Collins 等人 (2001) 對輔助變項之區分，五十種遺漏情形中，輔助變項歸為 b 類與 c 類各有八種，其餘皆屬 a 類。相較於鄭中平與翁儷禎 (2005) 之設計，本計畫之 b 類與 c 類情形較多，而 a 類情形亦不僅只有高相關情形，尚包括中或低相關情形，此時 a 類變項之表現為何值得觀察。

遺漏機制模型。本研究遺漏機制模型

為 Muthén 等人 (1987) 探討結構方程模型時之遺漏模型，第 i 個觀察變項 Y_i 是否遺漏受遺漏原因 (Z) 與另一常態隨機因素 (D_i) 影響，當 $\beta_i Z + \sqrt{1 - \beta_i^2} D_i \geq \tau_i$ 時， Y_i 遺漏，否則 Y_i 被觀察到。其中 β_i 與 τ_i 為常數，本研究中 β_i 固定為 .8， τ_i 則依所需之遺漏機率設定，為本研究操弄變項之一。

操弄變項與依變項。本模擬操弄四個變項，包括遺漏情形 (計 50 種)、遺漏機率 (分別為 .1, .2 兩個水準)、分析模型 (三種) 與 FIML 是否加入輔助變項，依變項包括模型卡方值與參數估計值。分析模型包括正確設定模型與兩種設定錯誤模型。正確設定模型同研究模型，為雙因素斜交模型 ($df = 19$)，第一個設定錯誤模型亦為雙因素斜交模型 ($df = 19$)，其中第二、四、六、八共四個變項正確負載，但其他變項則錯誤負載在其他因素，第二個錯誤設定模型為雙因素直交模型 ($df = 18$)，其二因素間共變數錯誤設定為 0，因素負載則正確設定。本研究依變項包括模型卡方值與參數估計值。

模擬流程。資料產生過程包括兩步驟，首先依據遺漏情形要求之 r_{ZW} 、 $r_{W\xi}$ 與 $r_{Z\xi}$ 隨機產生符合標準常態分配之遺漏原

因變項 (Z)、輔助變項 (W) 與潛在變項 (ξ_1)，並以與 ξ_1 共變為.5 的條件產生 ξ_2 。據 ξ_1 與 ξ_2 產生符合多元常態分配之八個完整的連續變項，其平均值均為 0，變異數為 1，樣本數則固定為 1000，此步驟所得即為完整資料，並在每種組合下製造 1000 個樣本 (replications)。其次在給定之隨機原因變項 Z 下，產生符合標準常態分配之變項 D_i ，並藉由調整 τ_i 為 1.28 與 .84，對每個完整資料製造遺漏機率分別為 .1 與 .2 之遺漏資料。資料產生後，以不同遺漏值處理法與模型設定進行結構方程模型分析，在不加入輔助變項之 FIML，以具遺漏資料之八個變項，針對三種模型設定進行分析，加入輔助變項之 FIML 則以具遺漏資料之八個變項加上輔助變項 (W) 進行分析，模型設定採用飽和相關法表示。完整資料亦以最大概似法進行分析，以供對照評估遺漏值處理法之表現。模擬資料之產生與結構方程模型分析擬以 PRELIS 與 LISREL 進行，所有樣本分析所得之卡方值與參數皆予收錄以作後續資料分析用。

資料分析。資料收集後，計算不同操弄變項組合之卡方值平均數與標準誤，以瞭解不同遺漏情形下加入輔助變項與否對

FIML 之影響，及加入輔助變項是否能減少低估卡方值情形。其次計算當模型設定正確時，不同遺漏情形之參數估計值，據以計算偏誤與標準誤。

四、結果與討論

卡方值平均數與標準誤。表 1.1 至表 1.3 呈現不同遺漏情形以及遺漏機率下，加入輔助變項與否，不同模型設定所得之卡方值平均數與標準誤。當模型錯誤時，相較於完整資料，當遺漏機率越高，模型卡方值越低，但如加入輔助變項，則模型卡方值低估情形會減緩，與預期一致。

參數平均數與標準誤。由於模型參數共 19 個，表二呈現第一個變項在第一個潛在因素上負載 (λ_{x11}) 之平均數與標準誤。在母體模型中，此參數為 1。

在 a 類 34 種情形中，無論遺漏機率為 .1 或 .2，加入輔助變項時之參數估計偏誤，皆小於或等於未加入輔助變項時之參數估計偏誤。編號為 1, 2, 3, 4, 5, 14, 25 的七種情形中，未加入輔助變項時，遺漏情形為非隨機遺漏，加入輔助變項時後，遺漏情形則為隨機遺漏，可以預期加入輔助變項效果良好，結果與預期相符。在編號 1, 2, 3, 5, 14 情形中， $r_{Z\xi}$ 相關較高，遺漏情

形較偏離隨機遺漏，加入輔助變項之效果相當大，相對偏誤可由 14% 降低至 .3%。

在 b 類的 8 種情形中，其中有五種情形，無論遺漏機率為 .1 或 .2，加入輔助變項時之參數偏誤均較未加入時稍大，另外的三種情形，則是兩者幾無差異。在 c 類的 8 種情形中，在遺漏機率為 .1 或 .2，各有三種情形，加入輔助變項時之參數偏誤較未加入時稍大，另外的五種情形，則是兩者幾無差異。前述研究結果與鄭中平與翁儷禎（2005）結論一致，加入與分析變項有關，但與遺漏原因變項無關之輔助變項，可能有害於估計。

以上結果的可能解釋為何？本研究認為此問題可以轉換為測量偏離隨機遺漏程度的議題。在 Little 與 Rubin(1987)的推導中，當遺漏原因變項與遺漏變項間獨立時，稱做完全隨機遺漏；若在考量其他變項下，遺漏原因變項與遺漏變項獨立時，稱做隨機遺漏。本研究考量之遺漏原因變項與遺漏變項之聯合分配為二元常態分配，故兩者獨立與否可以兩者相關是否為 0 作為指標。據此，一個簡單的用以評估遺漏情形偏離隨機遺漏的指標，即為遺漏原因變項與研究旨趣所在之潛在變項間之相

關 ($r_{Z\xi}$)，表三呈現跨越 50 種情境， $r_{Z\xi}$ 與參數偏誤的相關，達 .970 以上，初步看來， $r_{Z\xi}$ 似乎可以用來作為反映偏離隨機遺漏的指標。同理，可進一步推論，輔助變項加入後之遺漏情形，可以以輔助變項 W 為共變量之偏相關 $pr_{Z\xi}$ 或共變數 $p\text{cov}_{Z\xi}$ 作為指標，表三呈現不同情境之 $pr_{Z\xi}$ 或共變數 $p\text{cov}_{Z\xi}$ 與加入輔助變項後參數偏誤的相關，發現相關都在 .850 以上， $p\text{cov}_{Z\xi}$ 與參數偏誤的相關略高，約在 .870 左右，初步看來， $pr_{Z\xi}$ 或共變數 $p\text{cov}_{Z\xi}$ 確實可以用來反映加入輔助變項後偏離隨機遺漏的指標。輔助變項加入與否之效果，應取決於兩者，即 $r_{Z\xi}$ 與 $p\text{cov}_{Z\xi}$ (或 $pr_{Z\xi}$)， $r_{Z\xi}$ 用來說明未加入時之遺漏情形，而 $p\text{cov}_{Z\xi}$ 則描述加入輔助變項時之遺漏情形，兩者共同決定輔助變項加入後之效果。如果 $r_{Z\xi}$ 不大，加入輔助變項對偏誤之修正影響不大；當 $r_{Z\xi}$ 較大，則視輔助變項加入後， $p\text{cov}_{Z\xi}$ (或 $pr_{Z\xi}$) 之大小而定，若 $p\text{cov}_{Z\xi}$ (或 $pr_{Z\xi}$) 相較於 $r_{Z\xi}$ ，降低的幅度較大，

顯示輔助變項能有效修正偏離隨機遺漏情形，加入輔助變項對參數偏誤之修正效果應較大，但若 $p\text{cov}_{Z\xi}$ （或 $pr_{Z\xi}$ ）降低幅度不大，則加入輔助變項對參數偏誤修正效果亦應有限。為初步驗證以上推論，以本研究各情境之參數偏誤為依變項， $r_{Z\xi}$ 與 $p\text{cov}_{Z\xi}$ 為獨變項進行迴歸分析，發現解釋量達 .850 以上，顯示以上解釋可能可以解釋加入輔助變項對參數偏誤修正效果。

五、計畫成果自評

本計畫評估輔助變項對卡方值與估計偏誤之影響，結果與預期相符，同時再次發現與 Collins(2003)結論不一致。此外，亦進一步猜測了輔助變項對偏誤影響的可能原因，可據此更具體設計讓輔助變項有益或有害於估計之情境，宜進一步再行設計模擬。本研究之研究結果將有助於瞭解結構方程模型之遺漏值處理，研究者將尋求相關期刊發表機會。

六、參考文獻

鄭中平與翁儷禎 (2002)。潛在變項選擇模型下結構方程模型之最大似估計。《調查研究》，12，5-27。
鄭中平與翁儷禎 (2003)。遺漏值處理法與模型設定對結構方程模型適合度指

標之影響，《中華心理學刊》，45 期，345-360。

鄭中平與翁儷禎 (2004)。潛在變項組型混合模型之結構方程模型估計：隨機 EM 算則。《中華心理學刊》，46，283-292。

鄭中平與翁儷禎 (2005)。輔助變項對全訊息最大似法表現之影響：非隨機遺漏情形之結構方程模型。《調查研究》，15，11-33。

Allison, P. D. (2003a). Missing data techniques for structural equation modeling. *Journal of Abnormal Psychology*, 112, 545-557.

Allison, P. D. (2003b). *Missing data*. Sage University Paper series on Quantitative Applications in the social Science, series no.07-136. Newbury Park, CA: Sage.

Arbuckle, J. L. (1996). Full information estimation in the presence of incomplete data. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques* (pp. 243-277). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Bentler, P. M. (2001). *EQS 6 structural equations program manual*. Encino, CA: Multivariate Software. Manuscript in preparation.

Collins, L. M., Schafer, J. L., & Kam, C. M. (2001). A comparison of inclusive and restrictive strategies in modern missing data procedures. *Psychological Methods*, 6, 330-351.

Enders, C. K. (2001). A primer on maximum likelihood algorithms available for

- use with missing data, *Structural Equation Modeling*, 8, 128-141.
- Enders, C. K., & Bandalos, D. L. (2001). The relative performance of full information maximum likelihood estimation for missing data in structural equation models, *Structural Equation Modeling*, 8, 430-457.
- Finkelstein, C. (1979). Estimation for the multiple factor model when data are missing. *Psychometrika*, 44, 409-420.
- Graham, J. W. (2003). Adding missing-data-relevant variables to FIML-based structural equation models. *Structural Equation Modeling*, 10, 80-100.
- Gold, M. S., & Bentler, P. M. (2000). Treatments of missing data: A monte Carlo comparison of RBHDI, iterative stochastic regression imputation, and expectation-maximization, *Structural Equation Modeling*, 7, 319-355.
- King, D. W., King, L. A., Bachrach, P. S., & McArdle, J. J. (2001). Contemporary approaches to missing data: the Glass is really half full. *PTSD Research Quarterly*, 12, 1-8.
- Little, R. J. A., & Rubin, D. B. (1987). *Statistical analysis with missing data*. New York: John Wiley & Sons.
- Muthén, B., Kaplan, D., & Hollis, M. (1987). On structural equation modeling with data that are not missing completely at random. *Psychometrika*, 52, 431-462.
- Neale, M. C. (2001). Individual fit, heterogeneity, and missing data in multigroup structural equation modeling. In T. D. Little, K. U. Schnabel, et al. (Eds.), *Modeling longitudinal and multilevel data: Practical issues, applied approaches, and specific examples* (pp. 269-281). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Neale, M. C., Boker, S. M., Xie, G., & Maes, H. H. (1999). Mx: Statistical Modeling (5th ed.) [Computer software]. Richmond, VA: Department of Psychiatry, Medical College of Virginia, Virginia Commonwealth University.
- Schafer, J. L. & Graham, J. W. (2002). Missing data: Our view of the state of the art. *Psychological Methods*, 7, 147-177.

表 1.1

不同遺漏情境下正確模型之卡方平均數與標準誤

編號	類型	r_{vE}	r_{wz}	r_{zE}	完整資料	遺漏機率= .1		遺漏機率= .2	
						有輔助變項	無輔助變項	有輔助變項	無輔助變項
1	a	1.0	1.0	1.0	18.975(6.082)	19.130(6.095)	19.055(6.120)	19.353(6.327)	19.261(6.364)
2	a	1.0	0.8	0.8	19.083(6.140)	19.229(6.171)	19.175(6.191)	19.298(6.335)	19.194(6.316)
3	a	1.0	0.5	0.5	19.122(6.164)	19.230(6.191)	19.194(6.195)	19.222(6.339)	19.164(6.310)
4	a	1.0	0.2	0.2	19.127(6.174)	19.213(6.180)	19.188(6.177)	19.183(6.328)	19.161(6.308)
5	a	0.8	1.0	0.8	19.036(6.108)	19.176(6.194)	19.143(6.173)	19.396(6.400)	19.313(6.398)
6	a	0.8	0.8	1.0	18.990(6.097)	19.098(6.108)	19.055(6.120)	19.361(6.324)	19.261(6.364)
7	a	0.8	0.8	0.8	19.061(6.121)	19.215(6.183)	19.174(6.176)	19.378(6.372)	19.298(6.379)
8	a	0.8	0.8	0.5	19.120(6.118)	19.248(6.208)	19.214(6.176)	19.328(6.387)	19.250(6.346)
9	a	0.8	0.5	0.8	19.079(6.133)	19.212(6.171)	19.188(6.181)	19.327(6.345)	19.266(6.355)
10	a	0.8	0.5	0.5	19.118(6.114)	19.241(6.191)	19.214(6.175)	19.311(6.368)	19.257(6.349)
11	a	0.8	0.5	0.2	19.134(6.113)	19.233(6.187)	19.212(6.161)	19.286(6.372)	19.237(6.330)
12	a	0.8	0.2	0.5	19.123(6.126)	19.229(6.178)	19.214(6.178)	19.277(6.339)	19.239(6.340)
13	a	0.8	0.2	0.2	19.133(6.106)	19.231(6.178)	19.213(6.161)	19.279(6.353)	19.244(6.334)
14	a	0.5	1.0	0.5	19.079(6.061)	19.183(6.189)	19.180(6.189)	19.356(6.396)	19.313(6.403)
15	a	0.5	0.8	0.8	19.014(6.101)	19.131(6.153)	19.107(6.157)	19.362(6.379)	19.308(6.402)
16	a	0.5	0.8	0.5	19.089(6.070)	19.207(6.182)	19.193(6.186)	19.345(6.386)	19.308(6.393)
17	a	0.5	0.8	0.2	19.126(6.072)	19.224(6.171)	19.214(6.167)	19.315(6.364)	19.278(6.355)
18	a	0.5	0.5	1.0	18.990(6.097)	19.078(6.118)	19.055(6.120)	19.315(6.347)	19.261(6.364)
19	a	0.5	0.5	0.8	19.047(6.113)	19.178(6.169)	19.158(6.175)	19.346(6.375)	19.310(6.391)
20	a	0.5	0.5	0.5	19.097(6.078)	19.215(6.179)	19.200(6.182)	19.328(6.379)	19.300(6.384)
21	a	0.5	0.5	0.2	19.123(6.059)	19.221(6.173)	19.213(6.174)	19.315(6.372)	19.291(6.365)
22	a	0.5	0.2	0.8	19.069(6.126)	19.186(6.168)	19.181(6.177)	19.315(6.360)	19.288(6.370)
23	a	0.5	0.2	0.5	19.104(6.088)	19.215(6.174)	19.207(6.178)	19.310(6.367)	19.289(6.373)
24	a	0.5	0.2	0.2	19.123(6.060)	19.219(6.172)	19.213(6.173)	19.308(6.366)	19.290(6.364)
25	a	0.2	1.0	0.2	19.109(6.025)	19.195(6.183)	19.197(6.196)	19.340(6.387)	19.321(6.402)
26	a	0.2	0.8	0.5	19.059(6.054)	19.152(6.167)	19.147(6.176)	19.331(6.396)	19.313(6.407)
27	a	0.2	0.8	0.2	19.111(6.028)	19.204(6.181)	19.200(6.194)	19.332(6.389)	19.318(6.398)
28	a	0.2	0.5	0.8	19.014(6.101)	19.124(6.158)	19.107(6.158)	19.334(6.394)	19.308(6.402)
29	a	0.2	0.5	0.5	19.075(6.058)	19.185(6.182)	19.175(6.189)	19.329(6.398)	19.315(6.406)
30	a	0.2	0.5	0.2	19.112(6.030)	19.207(6.183)	19.203(6.192)	19.326(6.391)	19.316(6.395)
31	a	0.2	0.2	1.0	18.990(6.097)	19.066(6.122)	19.055(6.120)	19.283(6.364)	19.261(6.364)
32	a	0.2	0.2	0.8	19.040(6.109)	19.158(6.172)	19.149(6.174)	19.327(6.391)	19.312(6.396)
33	a	0.2	0.2	0.5	19.085(6.066)	19.194(6.182)	19.188(6.187)	19.320(6.393)	19.311(6.398)
34	a	0.2	0.2	0.2	19.114(6.033)	19.208(6.184)	19.205(6.190)	19.322(6.389)	19.314(6.391)
35	b	0.8	0.0	0.5	19.126(6.143)	19.212(6.170)	19.211(6.183)	19.234(6.314)	19.213(6.328)
36	b	0.8	0.0	0.2	19.133(6.111)	19.226(6.171)	19.212(6.161)	19.265(6.336)	19.239(6.331)
37	b	0.5	0.0	0.8	19.081(6.135)	19.180(6.168)	19.189(6.182)	19.280(6.343)	19.255(6.349)
38	b	0.5	0.0	0.5	19.110(6.097)	19.213(6.170)	19.211(6.176)	19.296(6.356)	19.279(6.364)
39	b	0.5	0.0	0.2	19.124(6.063)	19.217(6.170)	19.213(6.171)	19.301(6.358)	19.286(6.361)
40	b	0.2	0.0	0.8	19.055(6.117)	19.169(6.173)	19.168(6.176)	19.317(6.384)	19.304(6.385)
41	b	0.2	0.0	0.5	19.091(6.072)	19.197(6.181)	19.195(6.185)	19.315(6.387)	19.306(6.391)
42	b	0.2	0.0	0.2	19.115(6.036)	19.218(6.184)	19.206(6.188)	19.314(6.390)	19.312(6.388)
43	c	0.0	0.8	0.5	19.039(6.063)	19.095(6.119)	19.098(6.119)	19.306(6.375)	19.299(6.377)
44	c	0.0	0.8	0.2	19.103(6.019)	19.186(6.186)	19.182(6.193)	19.334(6.400)	19.326(6.410)
45	c	0.0	0.5	0.8	18.990(6.094)	19.068(6.122)	19.056(6.114)	19.309(6.392)	19.287(6.387)
46	c	0.0	0.5	0.5	19.062(6.054)	19.161(6.179)	19.153(6.179)	19.325(6.407)	19.314(6.408)
47	c	0.0	0.5	0.2	19.107(6.021)	19.198(6.192)	19.191(6.197)	19.331(6.405)	19.324(6.407)
48	c	0.0	0.2	0.8	19.021(6.103)	19.131(6.168)	19.119(6.164)	19.324(6.404)	19.311(6.402)
49	c	0.0	0.2	0.5	19.073(6.057)	19.179(6.187)	19.171(6.188)	19.323(6.407)	19.315(6.407)
50	c	0.0	0.2	0.2	19.108(6.023)	19.200(6.193)	19.195(6.196)	19.329(6.404)	19.322(6.404)

表 1.2

不同遺漏情境下第一種錯誤設定模型之卡方平均數與標準誤

編號	類型	r_{vE}	r_{vz}	r_{zE}	完整資料	遺漏機率 = .1		遺漏機率 = .2	
						有輔助變項	無輔助變項	有輔助變項	無輔助變項
1	a	1.0	1.0	1.0	444.021(47.272)	365.209(43.083)	321.452(40.054)	299.102(38.528)	246.375(34.677)
2	a	1.0	0.8	0.8	443.934(47.279)	370.744(43.419)	341.938(41.618)	305.329(38.847)	267.793(36.641)
3	a	1.0	0.5	0.5	444.046(47.598)	375.909(44.028)	358.793(43.132)	310.800(39.463)	283.802(38.117)
4	a	1.0	0.2	0.2	444.221(48.074)	378.390(44.471)	365.885(43.832)	313.308(39.860)	289.765(38.645)
5	a	0.8	1.0	0.8	443.985(47.124)	361.360(43.165)	342.106(41.872)	288.094(38.103)	268.134(36.699)
6	a	0.8	0.8	1.0	444.021(47.272)	334.663(41.051)	321.452(40.054)	256.926(35.276)	246.375(34.677)
7	a	0.8	0.8	0.8	443.899(47.046)	354.696(42.568)	342.085(41.750)	280.056(37.096)	268.082(36.536)
8	a	0.8	0.8	0.5	443.885(47.385)	372.635(43.951)	358.824(43.232)	302.567(38.889)	283.917(37.950)
9	a	0.8	0.5	0.8	443.886(47.032)	348.259(42.035)	342.049(41.625)	275.571(36.678)	267.993(36.439)
10	a	0.8	0.5	0.5	443.872(47.387)	365.830(43.593)	358.821(43.258)	293.412(38.249)	283.922(37.970)
11	a	0.8	0.5	0.2	444.009(47.923)	374.553(44.306)	365.875(43.928)	304.546(39.151)	289.812(38.517)
12	a	0.8	0.2	0.5	443.911(47.390)	363.057(43.414)	358.830(43.198)	292.472(38.244)	283.910(37.930)
13	a	0.8	0.2	0.2	443.983(47.921)	370.785(44.162)	365.865(43.955)	298.912(38.839)	289.809(38.536)
14	a	0.5	1.0	0.5	443.863(47.549)	363.914(43.856)	358.768(43.589)	288.259(38.552)	283.934(38.377)
15	a	0.5	0.8	0.8	444.108(47.200)	345.148(42.170)	342.091(41.900)	266.660(36.560)	268.119(36.783)
16	a	0.5	0.8	0.5	443.821(47.514)	362.108(43.711)	358.776(43.544)	286.074(38.220)	283.940(38.290)
17	a	0.5	0.8	0.2	443.859(47.965)	370.314(44.311)	365.807(44.113)	296.979(38.983)	289.792(38.682)
18	a	0.5	0.5	1.0	444.021(47.272)	323.538(40.264)	321.452(40.054)	245.901(34.513)	246.375(34.677)
19	a	0.5	0.5	0.8	443.939(47.090)	343.842(41.988)	342.100(41.828)	267.826(36.455)	268.119(36.633)
20	a	0.5	0.5	0.5	443.808(47.483)	360.519(43.587)	358.784(43.492)	284.961(38.084)	283.941(38.208)
21	a	0.5	0.5	0.2	443.819(48.001)	368.040(44.282)	365.783(44.188)	293.157(38.795)	289.782(38.760)
22	a	0.5	0.2	0.8	443.888(47.032)	342.775(41.751)	342.074(41.700)	269.719(36.445)	268.052(36.489)
23	a	0.5	0.2	0.5	443.812(47.446)	359.832(43.476)	358.795(43.420)	285.606(38.071)	283.939(38.124)
24	a	0.5	0.2	0.2	443.822(47.997)	367.048(44.230)	365.785(44.183)	292.000(38.737)	289.782(38.756)
25	a	0.2	1.0	0.2	443.810(48.078)	366.237(44.346)	365.727(44.357)	290.109(38.997)	289.736(39.015)
26	a	0.2	0.8	0.5	444.021(47.560)	358.447(43.559)	358.744(43.561)	281.945(38.303)	283.887(38.453)
27	a	0.2	0.8	0.2	443.797(48.073)	366.040(44.353)	365.731(44.351)	289.836(38.946)	289.743(38.988)
28	a	0.2	0.5	0.8	444.106(47.201)	341.887(41.934)	342.091(41.897)	266.131(36.623)	268.119(36.781)
29	a	0.2	0.5	0.5	443.884(47.556)	358.710(43.616)	358.765(43.598)	282.958(38.306)	283.929(38.402)
30	a	0.2	0.5	0.2	443.791(48.071)	365.905(44.356)	365.736(44.340)	289.750(38.929)	289.749(38.967)
31	a	0.2	0.2	1.0	444.021(47.272)	321.589(40.090)	321.452(40.054)	246.039(34.612)	246.375(34.677)
32	a	0.2	0.2	0.8	443.967(47.113)	342.188(41.887)	342.104(41.857)	267.810(36.619)	268.130(36.677)
33	a	0.2	0.2	0.5	443.833(47.531)	358.838(43.592)	358.772(43.567)	283.779(38.280)	283.937(38.327)
34	a	0.2	0.2	0.2	443.787(48.066)	365.857(44.346)	365.741(44.325)	289.880(38.919)	289.753(38.948)
35	b	0.8	0.0	0.5	443.966(47.429)	363.124(43.389)	358.835(43.139)	296.071(38.626)	283.884(37.936)
36	b	0.8	0.0	0.2	444.001(47.919)	370.448(44.168)	365.872(43.932)	299.381(38.933)	289.811(38.521)
37	b	0.5	0.0	0.8	443.888(47.051)	342.152(41.588)	342.037(41.604)	271.719(36.567)	267.966(36.437)
38	b	0.5	0.0	0.5	443.828(47.413)	359.821(43.405)	358.804(43.360)	287.012(38.129)	283.934(38.057)
39	b	0.5	0.0	0.2	443.832(47.986)	366.962(44.208)	365.791(44.162)	292.343(38.757)	289.785(38.733)
40	b	0.2	0.0	0.8	443.914(47.061)	342.061(41.789)	342.093(41.788)	268.558(36.573)	268.101(36.579)
41	b	0.2	0.0	0.5	443.815(47.507)	358.878(43.547)	358.777(43.534)	284.330(38.260)	283.940(38.270)
42	b	0.2	0.0	0.2	443.785(48.061)	365.873(44.327)	365.744(44.315)	290.081(38.914)	289.757(38.927)
43	c	0.0	0.8	0.5	444.212(47.545)	357.845(43.334)	358.639(43.371)	283.114(38.387)	283.738(38.330)
44	c	0.0	0.8	0.2	443.898(48.028)	365.475(44.312)	365.711(44.327)	289.525(39.097)	289.697(39.052)
45	c	0.0	0.5	0.8	444.243(47.287)	341.076(41.814)	341.996(41.840)	266.929(36.727)	268.003(36.753)
46	c	0.0	0.5	0.5	443.996(47.561)	358.469(43.590)	358.749(43.574)	283.658(38.502)	283.897(38.455)
47	c	0.0	0.5	0.2	443.844(48.056)	365.642(44.367)	365.721(44.358)	289.647(39.084)	289.722(39.041)
48	c	0.0	0.2	0.8	444.067(47.180)	341.971(41.918)	342.100(41.900)	267.959(36.784)	268.131(36.768)
49	c	0.0	0.2	0.5	443.903(47.554)	358.729(43.618)	358.763(43.599)	283.878(38.450)	283.925(38.418)
50	c	0.0	0.2	0.2	443.822(48.066)	365.720(44.376)	365.725(44.360)	289.709(39.058)	289.732(39.025)

表 1.3

不同遺漏情境下第二種錯誤設定模型之卡方平均數與標準誤

編號	類型	Γ_{wz}	Γ_{wz}	$\Gamma_{z\bar{z}}$	完整資料	遺漏機率= .1		遺漏機率= .2	
						有輔助變項	無輔助變項	有輔助變項	無輔助變項
1	a	1.0	1.0	1.0	177.437(24.660)	153.734(22.876)	120.858(20.119)	135.151(22.054)	80.282(17.018)
2	a	1.0	0.8	0.8	177.251(24.702)	157.812(23.016)	135.223(21.124)	140.702(22.147)	101.814(18.978)
3	a	1.0	0.5	0.5	177.232(24.592)	162.081(23.209)	150.571(22.173)	146.338(22.393)	124.936(20.819)
4	a	1.0	0.2	0.2	177.312(24.592)	164.380(23.369)	158.777(22.807)	149.304(22.627)	137.280(21.786)
5	a	0.8	1.0	0.8	177.586(24.481)	155.257(23.412)	135.336(21.784)	135.508(22.336)	102.008(19.399)
6	a	0.8	0.8	1.0	177.437(24.660)	138.166(21.591)	120.858(20.119)	109.109(19.688)	80.282(17.018)
7	a	0.8	0.8	0.8	177.497(24.679)	151.131(23.122)	135.263(21.789)	128.871(21.568)	101.941(19.415)
8	a	0.8	0.8	0.5	177.380(24.668)	161.543(23.777)	150.516(22.789)	144.247(22.601)	124.964(21.129)
9	a	0.8	0.5	0.8	177.398(24.788)	143.286(22.364)	135.220(21.616)	116.526(20.383)	101.875(19.292)
10	a	0.8	0.5	0.5	177.394(24.652)	158.113(23.532)	150.518(22.830)	138.741(22.049)	124.971(21.154)
11	a	0.8	0.5	0.2	177.395(24.561)	162.722(23.701)	158.675(23.254)	145.293(22.448)	137.260(21.934)
12	a	0.8	0.2	0.5	177.357(24.689)	152.976(23.023)	150.515(22.717)	130.678(21.347)	124.953(21.087)
13	a	0.8	0.2	0.2	177.404(24.538)	161.800(23.627)	158.671(23.292)	143.813(22.261)	137.262(21.951)
14	a	0.5	1.0	0.5	177.571(24.309)	158.045(23.634)	150.651(23.026)	137.631(22.426)	125.109(21.295)
15	a	0.5	0.8	0.8	177.629(24.292)	145.116(22.410)	135.400(21.626)	117.836(20.562)	102.042(19.237)
16	a	0.5	0.8	0.5	177.538(24.402)	157.014(23.582)	150.607(23.062)	135.912(22.125)	125.078(21.323)
17	a	0.5	0.8	0.2	177.451(24.409)	160.882(23.714)	158.672(23.460)	141.360(22.379)	137.289(22.043)
18	a	0.5	0.5	1.0	177.437(24.660)	127.088(20.660)	120.858(20.119)	90.392(17.983)	80.282(17.018)
19	a	0.5	0.5	0.8	177.553(24.571)	141.103(22.304)	135.304(21.813)	111.667(20.158)	101.982(19.429)
20	a	0.5	0.5	0.5	177.508(24.469)	154.913(23.404)	150.577(23.052)	132.513(21.762)	125.052(21.313)
21	a	0.5	0.5	0.2	177.469(24.357)	160.749(23.697)	158.682(23.510)	141.135(22.267)	137.306(22.077)
22	a	0.5	0.2	0.8	177.461(24.729)	136.394(21.862)	135.243(21.743)	104.280(19.466)	101.915(19.379)
23	a	0.5	0.2	0.5	177.474(24.533)	152.275(23.152)	150.551(23.013)	128.323(21.375)	125.025(21.281)
24	a	0.5	0.2	0.2	177.468(24.360)	160.037(23.603)	158.681(23.506)	139.967(22.117)	137.304(22.076)
25	a	0.2	1.0	0.2	177.526(24.168)	159.810(23.594)	158.765(23.515)	139.194(22.307)	137.374(22.092)
26	a	0.2	0.8	0.5	177.606(24.106)	153.186(22.996)	150.739(22.819)	128.949(21.405)	125.152(21.089)
27	a	0.2	0.8	0.2	177.521(24.194)	159.736(23.603)	158.751(23.534)	139.054(22.228)	137.366(22.105)
28	a	0.2	0.5	0.8	177.629(24.293)	137.811(21.840)	135.399(21.628)	105.638(19.574)	102.042(19.239)
29	a	0.2	0.5	0.5	177.580(24.276)	152.323(23.128)	150.667(23.004)	127.755(21.446)	125.118(21.274)
30	a	0.2	0.5	0.2	177.516(24.212)	159.479(23.584)	158.740(23.542)	138.620(22.156)	137.358(22.112)
31	a	0.2	0.2	1.0	177.437(24.660)	121.838(20.204)	120.858(20.119)	81.842(17.171)	80.282(17.018)
32	a	0.2	0.2	0.8	177.575(24.513)	136.243(21.875)	135.325(21.798)	103.505(19.503)	102.000(19.414)
33	a	0.2	0.2	0.5	177.551(24.366)	151.333(23.094)	150.624(23.055)	126.289(21.343)	125.090(21.319)
34	a	0.2	0.2	0.2	177.511(24.230)	159.121(23.550)	158.730(23.549)	138.044(22.091)	137.351(22.115)
35	b	0.8	0.0	0.5	177.309(24.709)	148.400(22.504)	150.523(22.536)	123.322(20.744)	124.936(20.990)
36	b	0.8	0.0	0.2	177.398(24.556)	160.322(23.467)	158.674(23.265)	141.497(22.069)	137.260(21.937)
37	b	0.5	0.0	0.8	177.373(24.799)	132.707(21.384)	135.214(21.551)	98.185(18.844)	101.860(19.248)
38	b	0.5	0.0	0.5	177.444(24.582)	150.183(22.936)	150.535(22.957)	124.956(21.082)	125.003(21.239)
39	b	0.5	0.0	0.2	177.462(24.375)	159.292(23.514)	158.677(23.493)	138.770(22.003)	137.300(22.066)
40	b	0.2	0.0	0.8	177.523(24.632)	134.975(21.776)	135.280(21.809)	101.518(19.337)	101.960(19.428)
41	b	0.2	0.0	0.5	177.530(24.421)	150.575(23.036)	150.599(23.062)	125.097(21.250)	125.071(21.323)
42	b	0.2	0.0	0.2	177.507(24.246)	158.831(23.520)	158.723(23.552)	137.582(22.048)	137.346(22.117)
43	c	0.0	0.8	0.5	177.579(23.893)	150.254(22.417)	150.806(22.471)	123.733(20.646)	125.155(20.685)
44	c	0.0	0.8	0.2	177.538(24.065)	158.693(23.357)	158.824(23.386)	137.140(21.978)	137.402(21.974)
45	c	0.0	0.5	0.8	177.621(24.125)	134.897(21.348)	135.444(21.364)	100.567(18.937)	102.044(18.945)
46	c	0.0	0.5	0.5	177.604(24.135)	150.516(22.854)	150.728(22.856)	124.621(21.142)	125.148(21.129)
47	c	0.0	0.5	0.2	177.533(24.123)	158.743(23.458)	158.790(23.469)	137.300(22.060)	137.388(22.052)
48	c	0.0	0.2	0.8	177.620(24.350)	135.295(21.696)	135.382(21.686)	101.813(19.322)	102.035(19.301)
49	c	0.0	0.2	0.5	177.586(24.251)	150.642(22.981)	150.678(22.983)	125.046(21.263)	125.125(21.254)
50	c	0.0	0.2	0.2	177.529(24.153)	158.763(23.490)	158.773(23.502)	137.367(22.081)	137.379(22.080)

表 2

不同遺漏情境下之 λ_{x11} 參數估計值與標準誤

編號	類型	完整資料					遺漏機率= .1		遺漏機率= .2		
		$r_{w\xi}$	r_{wz}	$r_{z\xi}$	$pr_{z\xi}$	$pcov_{z\xi}$	無輔助變項	有輔助變項	無輔助變項	有輔助變項	
1	a	1.0	1.0	1.0	.000	.000	.999(.041)	.910(.046)	.998(.045)	.860(.051)	.997(.049)
2	a	1.0	.8	.8	.000	.000	.998(.040)	.944(.044)	.997(.044)	.914(.049)	.997(.047)
3	a	1.0	.5	.5	.000	.000	.998(.039)	.977(.043)	.997(.042)	.967(.046)	.997(.044)
4	a	1.0	.2	.2	.000	.000	.998(.039)	.995(.042)	.998(.041)	.993(.045)	.998(.043)
5	a	.8	1.0	.8	.000	.000	.999(.040)	.945(.044)	.999(.045)	.915(.048)	.998(.049)
6	a	.8	.8	1.0	1.000	.360	.999(.041)	.910(.046)	.945(.046)	.860(.051)	.912(.050)
7	a	.8	.8	.8	.444	.160	.999(.040)	.945(.044)	.979(.044)	.915(.049)	.967(.048)
8	a	.8	.8	.5	-.389	-.140	.999(.039)	.978(.043)	1.011(.043)	.967(.046)	1.018(.046)
9	a	.8	.5	.8	.770	.400	.999(.039)	.944(.044)	.956(.044)	.914(.048)	.933(.048)
10	a	.8	.5	.5	.192	.100	.999(.039)	.978(.043)	.991(.043)	.967(.046)	.987(.046)
11	a	.8	.5	.2	-.385	-.200	.999(.038)	.995(.042)	1.007(.042)	.994(.045)	1.011(.045)
12	a	.8	.2	.5	.578	.340	.999(.039)	.978(.043)	.978(.043)	.967(.046)	.969(.045)
13	a	.8	.2	.2	.068	.040	.999(.038)	.996(.042)	.997(.042)	.994(.045)	.997(.045)
14	a	.5	1.0	.5	.000	.000	1.000(.040)	.979(.044)	1.000(.044)	.968(.047)	.999(.048)
15	a	.5	.8	.8	.770	.400	1.000(.040)	.945(.044)	.962(.044)	.915(.048)	.938(.048)
16	a	.5	.8	.5	.192	.100	1.000(.040)	.979(.044)	.993(.044)	.968(.047)	.988(.047)
17	a	.5	.8	.2	-.385	-.200	.999(.039)	.996(.043)	1.006(.043)	.994(.046)	1.011(.046)
18	a	.5	.5	1.0	1.000	.750	.999(.041)	.910(.046)	.919(.046)	.860(.051)	.872(.051)
19	a	.5	.5	.8	.733	.550	.999(.040)	.945(.044)	.953(.044)	.915(.049)	.926(.048)
20	a	.5	.5	.5	.333	.250	.999(.040)	.979(.044)	.986(.044)	.968(.047)	.977(.047)
21	a	.5	.5	.2	-.067	-.050	1.000(.039)	.996(.043)	1.001(.043)	.994(.046)	1.001(.046)
22	a	.5	.2	.8	.825	.700	.999(.040)	.945(.044)	.945(.044)	.915(.049)	.916(.048)
23	a	.5	.2	.5	.471	.400	.999(.039)	.979(.043)	.980(.043)	.968(.047)	.970(.047)
24	a	.5	.2	.2	.118	.100	1.000(.039)	.996(.043)	.997(.043)	.994(.046)	.996(.046)
25	a	.2	1.0	.2	.000	.000	1.000(.041)	.996(.044)	1.000(.044)	.994(.047)	.999(.047)
26	a	.2	.8	.5	.578	.340	1.000(.040)	.979(.044)	.983(.044)	.968(.047)	.972(.047)
27	a	.2	.8	.2	.068	.040	1.000(.041)	.996(.044)	.999(.044)	.994(.047)	.997(.047)
28	a	.2	.5	.8	.825	.700	1.000(.040)	.945(.044)	.948(.044)	.915(.048)	.918(.048)
29	a	.2	.5	.5	.471	.400	1.000(.040)	.979(.044)	.981(.044)	.968(.047)	.971(.047)
30	a	.2	.5	.2	.118	.100	1.000(.040)	.996(.044)	.998(.044)	.994(.047)	.996(.047)
31	a	.2	.2	1.0	1.000	.960	.999(.041)	.910(.046)	.911(.046)	.860(.051)	.861(.051)
32	a	.2	.2	.8	.792	.760	.999(.040)	.945(.044)	.946(.044)	.915(.049)	.916(.049)
33	a	.2	.2	.5	.479	.460	1.000(.040)	.979(.044)	.980(.044)	.968(.047)	.969(.047)
34	a	.2	.2	.2	.167	.160	1.000(.040)	.996(.044)	.997(.044)	.994(.047)	.995(.047)
35	b	.8	.0	.5	.833	.500	.998(.039)	.978(.043)	.972(.043)	.967(.046)	.961(.045)
36	b	.8	.0	.2	.333	.200	.999(.038)	.995(.042)	.994(.042)	.994(.045)	.993(.045)
37	b	.5	.0	.8	.924	.800	.999(.039)	.944(.044)	.939(.044)	.914(.048)	.909(.048)
38	b	.5	.0	.5	.577	.500	.999(.039)	.978(.043)	.977(.043)	.968(.047)	.966(.047)
39	b	.5	.0	.2	.231	.200	1.000(.039)	.996(.043)	.996(.043)	.994(.046)	.994(.046)
40	b	.2	.0	.8	.816	.800	.999(.040)	.945(.044)	.944(.044)	.915(.049)	.914(.049)
41	b	.2	.0	.5	.510	.500	1.000(.040)	.979(.044)	.979(.044)	.968(.047)	.968(.047)
42	b	.2	.0	.2	.204	.200	1.000(.040)	.996(.044)	.996(.044)	.994(.047)	.994(.047)
43	c	.0	.8	.5	.833	.500	1.000(.040)	.979(.043)	.978(.043)	.968(.046)	.965(.046)
44	c	.0	.8	.2	.333	.200	1.000(.041)	.997(.044)	.996(.044)	.994(.047)	.994(.047)
45	c	.0	.5	.8	.924	.800	1.000(.040)	.945(.044)	.944(.044)	.915(.048)	.912(.048)
46	c	.0	.5	.5	.577	.500	1.000(.041)	.979(.044)	.979(.044)	.968(.047)	.967(.047)
47	c	.0	.5	.2	.231	.200	1.000(.041)	.996(.044)	.996(.044)	.994(.047)	.994(.047)
48	c	.0	.2	.8	.816	.800	1.000(.040)	.945(.044)	.945(.044)	.915(.048)	.915(.048)
49	c	.0	.2	.5	.510	.500	1.000(.040)	.979(.044)	.979(.044)	.968(.047)	.968(.047)
50	c	.0	.2	.2	.204	.200	1.000(.041)	.996(.044)	.996(.044)	.994(.047)	.994(.047)

*在母體模型中 λ_{x11} 為 1

表 3 五十個情境之遺漏特性與參數偏誤之相關

輔助變項	參數偏誤			
	未加入		加入	
遺漏機率	.10	.20	.10	.20
$r_{z\xi}$.971	.970	.763	.765
$pr_{z\xi}$.603	.604	.850	.845
$p \text{ cov}_{z\xi}$.558	.559	.879	.872