

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

利用 BP 神經網路轉換 GPS 高程之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2211-E-004-001-

執行期間：93 年 08 月 01 日至 94 年 07 月 31 日

執行單位：國立政治大學地政學系

計畫主持人：林老生

計畫參與人員：王奕鈞

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 9 月 27 日

一、中英文摘要及關鍵詞

(一) 計畫中文摘要。

GPS 測量所提供的高程為相對於 WGS-84 橢球的幾何高 h ，在實際工程應用上，必須把 GPS 所測的幾何高 h 轉換為正高 H 。進行 GPS 高程轉換要考慮大地水準面相對 WGS-84 橢球的高差，即大地水準面高程（大地起伏值 N ）。大地水準面是與靜止海水面相重合的一個重力等位面，其與地球內部質量分部有關，因此精確求得大地起伏值 N 比較困難。

如果採用擬合法來求大地起伏值，則把測區的大地水準面假定為平面、多項式曲面或其他數學曲面去擬合已知大地起伏的點，再根據擬合的曲面內插其他 GPS 點的大地起伏，這種方法對大地水準面作了某種人為的假設，可能出現模型誤差。

BP 神經網路，又稱為誤差反向傳播神經網路，是一種由非線性變換單元組成的前饋式全連接多層神經網路，它能以任一精度逼近任何非線性連續函數，並具有較強的聯想記憶和推廣能力。

GPS 的應用也越來越普遍，但是，我們日常生活所用的為正高系統，因此，如何發展一種方便又有效的 GPS 高程轉換系統，便有其必要性。此外，基於 BP 神經網路來轉換 GPS 高程是一種自適應的映射方法，沒做假設，理論上比較合理，能避開未知因素的影響，減少數學模型誤差，應能提高 GPS 高程轉換精度。因此，本計畫將針對以 BP 神經網路轉換 GPS 高程的主題加以研究。

關鍵詞：GPS 高程、神經網路、幾何高、正高、大地起伏

(二) 計畫英文摘要。

The coordinate system of GPS is the World Geodetic System 1984 (WGS-84). Positions determined by GPS receivers are expressed in geocentric coordinate or geodetic coordinate defined by WGS-84 ellipsoid, but in engineering application, those coordinates need to be transferred to local coordinate system, and ellipsoidal height need to be transferred to orthometric height. It is difficult to transfer from ellipsoidal height to orthometric height since this transformation is based on the determination of an unknown geoid, which relates to the distribution of earth mass. In this project a transformation method from GPS geodetic height to orthometric height using BP artificial neural network is proposed. This transformation method avoids puzzle for determination of geoid. Besides, this method establishes a mapping relation between ellipsoidal height and orthometric height by means of neural network learning function.

Keywords: GPS Height, Artificial Neural Network, Geodetic Height, Orthometric Height, Undulation

二、報告內容

(一) 前言

GPS 測量是在 WGS-84 地心坐標系中進行的，因此，所提供的高程為相對於 WGS-84 橢球的幾何高 h （橢球高），它是一個幾何量，沒有物理上的意義，除了特別用途外，在實際工程應用上，必須把 GPS 所測的幾何高 h 轉換為正高 H 。進行 GPS 高程轉換要考慮 WGS-84 橢球和本地參考橢球的差異以及大地水準面相對本地參考橢球的高差，即大地水準面高程（大地起伏值 N ）。WGS-84 橢球和本地參考橢球的關係可以用數學公式表達，它們之間的差異可用坐標轉換的方法解決。

但是大地水準面是與靜止海水面相重合的一個重力等位面，其與地球內部質量分部有關，因此精確求得大地起伏值 N 比較困難。目前的做法有三（楊明清等，1999），一是斯托克斯公式採用重力法求 N ，須有一定精度、分布良好的重力數據和地形模型，這在許多地區難以滿足。二是用地球重力場模型求 N ，但是地球重力場模型只反映大地水準面的長波變化，還只能是趨勢數據，要達到以 GPS 精密測定的幾何高精度為時過早。三是採用擬合法，在一個測區內用 GPS 測量相當數量的控制點，求出 GPS 控制點的 WGS-84 坐標，並求出 WGS-84 坐標系到本地參心坐標系的轉換參數，把測區中全部 GPS 點的 WGS-84 地心坐標轉換為本地參考橢球的參心作標，求出基於該橢球的幾何高，在測區中的一些 GPS 點上施測直接水準測量，獲得這些點的正高，如果忽略垂線偏差的影響，同一點的幾何高減去該點的正高即得該點的大地起伏 N 。把測區的大地水準面假定為平面、多項式曲面或其他數學曲面去擬合已知大地起伏的點。再根據擬合的曲面內插其他 GPS 點的大地起伏，已轉換為本地橢球的幾何高減去內插的大地起伏，就可以把 GPS 高程轉換為正高。這種方法對大地水準面作了某種人為的假設，可能出現數學模型誤差。

經實驗證明，採用以下數學模型（二次曲面擬合法）來求大地起伏 N ，效果比較好（胡伍生等，2001）：

$$N(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (1)$$

式中 x, y 為點位的平面坐標， $N(x, y)$ 為該點位對應的大地起伏， $a_0 \cdots a_5$ 為 6 個代定係數。

神經網路（Artificial Neural Network，人工神經網路或類神經網路）是由一些簡單的神經元（節點），按一定的方式連結構成的非線性網路，具有平行處理和分布式資訊儲存機制，並具有自組織與自適應等功能（靳藩等，1992）。它能通過學習自動抽取學習樣本之間的關係，其非線性映射能力和無模型估計的特徵受到人們的重視。

BP 神經網路（即多層前饋神經網路）為神經網路的算法之一，因其採用誤差反向傳播算法（Error Back-Propagation，即 BP 算法）而得名。BP 算法結構簡單、易於實現，在人工神經網路的實際運用中，80%—90% 的神經網路模型是採用 BP 神經網路或它的變化形式，目前主要用於模式識別與分類、函數逼近、數據壓縮及預測等領域（蘭雪梅等，2003）。

BP 神經網路的結構，分為輸入層、隱層（隱層可以是一層或多層）和輸出層，它能以任一精度逼近任何非線性連續函數，並具有較強的聯想記憶和推廣能力。BP 神經網路的層與層之間採用全互連方式，同一層的神經元（節點）之間則不存在相互連結。

楊明清等（1999）利用已知樣本點集 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 對 BP 神經網路作訓練，其中：

$$P_i = (x_i, y_i, H_{iGPS}, H_{iortho}) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

BP 神經網路對樣本集 P 進行學習，以建立輸入層與輸出層之間的映射關係：

$$H_{ortho} = Geoid(x, y, H_{GPS}) \quad (3)$$

式中 x, y 為點位的平面坐標， H_{GPS} 為 GPS 高程， H_{ortho} 為正高。公式(3)蘊含於 BP 神經網路的結構中，並由程式來實現。以 BP 神經網路轉換 GPS 高程的具體步驟為：(1) 轉換輸入數據，如 $P_i = (x_i, y_i, H_{iGPS}, H_{iortho}) \quad i = 1, 2, \dots, n$ 為學習樣本，(2) 對樣本數據用 BP 算法學習，(3) 如果學習誤差滿足要求，則轉入工作階段，輸入待轉換高程的 GPS 點的坐標和 GPS 高程，就可以獲得該點的正高。

GPS 的應用已越來越普遍，但是，我們日常生活所用的高程系統，大部份採用正高系統，因此，如何發展一種方便又有效的 GPS 高程轉換系統，將 GPS 所測的幾何高轉換為正高，便有其必要性。此外，基於神經網路來轉換 GPS 高程是一種自適應的映射方法，沒做假設，理論上比較合理，能避開未知因素的影響，減少模型誤差，應能提高 GPS 高程轉換

精度。因此，本計畫將針對以 BP 神經網路轉換 GPS 高程的相關議題加以研究。

(二) 研究目的

本研究計畫的主要目的，是嘗試發展一套 BP 神經網路算法，利用已知 GPS 高程與正高的點位做學習樣本，訓練此一神經網路，一旦學習誤差滿足要求，則可轉入工作階段，輸入待轉換高程的 GPS 點的坐標和 GPS 高程，就可以獲得該點的正高。

因此，本研究計畫的主要目的，是探討用 BP 神經網路將 GPS 高程轉換成正高的相關議題：(1) 建立 GPS 高程與正高的非線性映射關係，構建 BP 神經網路；(2) 確定 BP 神經網路隱層的層數；(3) 確定輸入層、隱層、輸出層等各層神經元數目；(4) 用學習樣本訓練 BP 神經網路，探討學習率、學習誤差等初始值等的設定與神經網路收斂的關係；(5) 用神經網路轉換 GPS 高程的精度與二次多項式曲面擬合法的精度比較；(6) 用 BP 神經網路方法來探討二次多項式曲面擬合法的數學模型誤差；(7) 發展即時處理 GPS 數據的神經網路，以便直接給出定位的坐標和正高。

(三) 文獻探討

在利用神經網路執行 GPS 高程轉換的研究方面，楊明清等 (1999) 提出用神經網路方法轉換 GPS 高程為正高或正常高，給出一種改進了 BP 神經網路拓朴結構和算法，並用在 10 平方公里的測區 GPS 的實際定位資料構成 43 個樣本集作了計算分析，估算的精度達到公分級；在轉換精度上，神經網路方法優於二次多項式曲面擬合法，而且精度比較穩定。胡伍生等 (2001) 用 BP 神經網路方法來探討二次多項式曲面擬合法的數學模型誤差，實驗證明二次多項式曲面擬合法存在數學模型誤差，利用 BP 神經網路方法可以減少二次多項式曲面擬合法的數學模型誤差，提高 GPS 高程的轉換精度，精度大約可以提高 20%。胡伍生等 (2003) 對 BP 神經網路算法進行了改進，提出了誤差分級迭代法，通過實例分析，該方法確能提高收斂速度，克服初始權值的影響。

在 BP 神經網路的設計研究方面，戚德虎、康繼昌 (1998) 對 BP 神經網路設計中的隱層節點數、初始權值、學習率等參數的選擇進行研究，分別給出若干經驗公式。伍春香等 (1998)，針對三層 BP 神經網路隱層節點數的理論依據和現有做法進行了研究，提出了一種三層 BP 神經網路隱層節點數的雙向確定法。孫佰清等 (2001)，針對如何提高 BP 神經網路訓練速度研究。張清良、李先明 (2002)，針對神經網路結構確定中隱層節點數的問題，提出了一種確定神經網路隱層節點數的新方法。陳小宇等 (2002)，將 BP 神經網路應用於物理實驗中的幅頻特性曲線擬合，在 MATLAB 下通過訓練和仿真驗證了應用 BP 神經網路擬合實驗曲線的優越性。

MATLAB 是 Math Works 公司開發的一種科技應用軟體，它將數學計算、算法開發、建模與仿真、數據分析及可視化、科學及工程繪圖和應用開發集成於一個非常友好的環境中。尤其是 MATLAB 中包括了各種專業性比較強的工具箱，在此環境下，使用者不必再編寫自己學科範圍內的基礎程式，可通過修改原始程式來構成新的專用工具箱，從而避開了比較繁雜的副程式的編寫任務。

在利用 MATLAB 神經網路工具箱建立 BP 神經網路的研究方面，王佳斌 (1998) 及王佳斌、康賜榮 (2001)，利用 MATLAB 神經網路工具箱建立 BP 神經網路，並用這一網路控制倒立擺，結果表明 MATLAB 不但在控制系統的仿真上有強大的功能，在神經網路的訓練上也大有作為。侯北平、盧佩 (2001)，將 MATLAB 中的神經網路工具箱和 Simulink 有

機結合起來，實現了神經網路控制系統的計算機仿真，實驗證明 MATLAB 是進行人工神經網路計算機仿真的有效工具。王強等（2002），利用 Cybenko 理論論述了用一種單隱層的前饋神經網路模型在一定條件下可以逼近任何定一在 $C([0,1]^n)$ 上的函數的問題，並給出一個一維非線性函數的仿真實例，取得了良好效果。陳揚等（2002），介紹了 MATLAB6.0 版本內神經網路工具箱中 BP 網路 5 種訓練算法的基本思想及其對應的訓練函數，結合例子對它們的應用進行了介紹，並給出了簡單比較。蘭雪梅等（2003），介紹如何利用 MATLAB6.1 版本提供的神經網路工具箱實現 BP 網路的設計，並給出了一個 BP 網路的設計實例。

（四）研究方法

本研究計畫的主要目的，是探討用 BP 神經網路將 GPS 高程轉換成正高的相關議題，因此，具體的研究方法包含：（1）利用 MATLAB 中的神經網路工具箱構建適合於台灣地區 GPS 高程轉換的 BP 神經網路；（2）利用向內政部地政司衛星測量中心申請的基本控制測量成果（含 GPS 高程、正高等資料），一部份成果當作樣本點集對 BP 神經網路訓練，另外一部份資料當作檢核點用以評估 GPS 高程轉換的精度；（3）將訓練完成的 BP 神經網路，用相同地區對相同檢核點作高程轉換，再與使用二次多項式曲面擬合法以及大地起伏模型所轉換的高程精度比較，以確認 BP 神經網路的優越性。

（五）結果與討論

（5-1）實驗區資料

內政部於西元 2000 年至 2003 年間，在台灣全島埋設 2067 個一等水準點，並於各水準點上實施水準、GPS 及重力等測量工作，建立台灣新的高程基準。從 2067 個點中選取中部分地區（含台中縣市及南投縣）283 個一等水準點資料，當作已知控制點來訓練神經網路，實驗訓練方法如上所述。由於這些水準點上均有正高與 GPS 高程兩種，故其大地起伏值可以精確求得。再將另外於台中地區施測的 78 個點位當作檢核點，由於這些水準點上也有進行直接水準和 GPS-RTK 測量，故其大地起伏值可以準確求得，分別以二比一、三比一之比例加入原先中部地區 283 個水準點中，以作為實驗小地區加密控制點之檢驗精度數據。

（5-2）實驗方法

本案實驗資料主要由內政部提供的台灣地區 2065 個水準點的正高資料與 GPS 測量資料。經處理後，可求得 2065 個水準點的平面坐標與大地起伏值，將其中 1033 個點作為控制點用來訓練神經網路；另外 1032 點作為檢核點，來評估大地起伏估計精度。圖一所示為台灣地區 2065 個水準點的分佈圖。因此，可藉此圖分析 E 坐標最大最小值以及 N 坐標最大最小值，取得全島地區的縱線坐標差和橫線坐標差。有了縱線坐標差和橫線坐標差後，可大致上決定出涵蓋全島範圍規則網格的大小與數目。經檢查後全省 2065 個水準點皆位於上述建立的網格涵蓋範圍內。另由其中所選出之中部部分地區 283 個水準點資料，可依相同模式訓練神經網路。

利用全台灣地區所有一等水準點的直接水測量成果與 GPS 測量成果，以神經網路方法建立台灣地區網格式大地起伏模式的具體步驟如下：

(1) 準備內政部提供的 2065 個水準點的平面坐標與大地起伏值 (由水準測量的正高 H 與 GPS 高程 h 求得) 檔案, 將其中 1033 個點作為控制點, 用來訓練神經網路; 另外 1032 點作為檢核點, 用來評估大地起伏估計精度。

(2) 分析全島 2065 個水準點的分佈情形, 建立一個涵蓋全島範圍的規則網格, 並決定所採用之網格邊長, 由此產生規則網格所有節點的縱橫線坐標檔案。

(3) 利用步驟 1 訓練好的神經網路, 把步驟 2 決定的所有網格點的縱橫線坐標當作輸入值, 由神經網路估算每一網格點所對應的大地起伏, 建立台灣地區網格式大地起伏模式。

如果已知待定點的平面座標(N_p, E_p), 則可以將所建立的台灣地區網格式大地起伏模式, 利用下列方程式估計該點的大地起伏 (Lin, 1998):

$$N^p(N_p, E_p) = \sum_{i=1}^4 W_i(X_p, Y_p) \times N^i \quad (4)$$

式中(N_p, E_p)為待定點的坐標; N^p 為待定點的大地起伏估值; $i=1,2,3,4$ 為待定點所坐落網格之 4 個節點, 以每一網格之右上角為第一節點, 依序逆時鐘方向編號; N^i 為第 i 個節點的大地起伏值 (由步驟 3 所產生); 節點 3 之坐標為(N_1, E_1), 為該網格內坐標之極小值; 節點 1 之坐標為(N_2, E_2), 為該網格內坐標之極大值; W 為權函數 (Junkins et al., 1973) 由下列方程式定義:

$$W(X, Y) = X^2 Y^2 (9 - 6X - 6Y + 4XY) \quad (5)$$

$$W_1(X, Y) = W(X, Y) \quad (6)$$

$$W_2(X, Y) = W(l - X, Y) \quad (7)$$

$$W_3(X, Y) = W(l - X, l - Y) \quad (8)$$

$$W_4(X, Y) = W(X, l - Y) \quad (9)$$

$$\Delta E_p = E_p - E_l \quad (10)$$

$$\Delta N_p = N_p - N_l \quad (11)$$

$$X_p = \frac{\Delta E_p}{E_2 - E_1} = \frac{\Delta E_p}{\text{網格在E方向上的邊長}} \quad (12)$$

$$Y_p = \frac{\Delta N_p}{N_2 - N_1} = \frac{\Delta N_p}{\text{網格在N方向上的邊長}} \quad (13)$$

(5-3) 實驗結果與討論

首先, 將本研究所提出之大地起伏估計方法和其他方法加以比較比較, 利用相同實驗區資料, 以二次曲面擬合法與內政部大地起伏估算程式, 估算大地起伏的檢核點精度統計表, 如表 1 所示。表中, BP 神經網路, 指的是依照上述步驟的實驗結果 (訓練函數為 trainbr, 隱層的節點數為 15); 二次曲面擬合法, 為利用公式(1)來估算大地起伏; 內政部大地起伏估算程式, 利用內政部所提供的大地起伏估算程式來估算大地起伏。圖 2 至圖 4, 分別表示以神經網路、二次曲面擬合法及內政部大地起伏估算程式所計算各檢核點的大地起伏剩餘誤差值 (ΔN)。從表 1 及圖 1 至圖 3 的結果顯示, 利用 BP 神經網路來估算大地起伏的精度, 優於二次曲面擬合法等方法。

就訓練函數而言 MATLAB 神經網路工具箱提供相當多種，在此固定 BP 神經網路隱層的節點數為 15，以 trainbr 等 4 種訓練函數，估算大地起伏，其結果比較表如表二，在兼顧精度與運算速度的情形下，可採用 trainbr 訓練函數來轉換 GPS 高程。

在固定採用 trainbr 訓練函數，網格邊長固定 1000 公尺與 1500 公尺情況下，改變隱層的節點數（從 5 改變至 50），估算大地起伏，實驗結果顯示，隱層的節點數與檢核點的精度大小近乎成反比的關係。從表 3 與表 4 的結果顯示，隱層的節點數多寡與檢核點的精度好壞近乎成反比的關係；並且由實驗結果顯示，當節點數達到某一數值時，如 30 時，檢核點的精度改變不大，約在 0.049 公尺。此外，從表 3 與表 4 結果也顯示出網格的邊長越短，則檢核點的精度也就越高。

為了實驗在小地區，進行控制點加密，並將其結果與利用全台灣地區所建立起的網格式大地起伏模式加以比較，於台中地區施測的 78 個點位當作檢核點，由於這些水準點上也有進行直接水準和 GPS-RTK 測量，故其大地起伏值可以準確求得，因此可作為精度檢核的依據。從 78 點中選取二分之一、三分之一的水準點加入台中部分地區 283 個原有水準點中，比較在不同情形下的檢核精度變化情形。同時也探討在同樣情形下，於全台 2065 個水準點中，加入同樣比例的水準點，來探討於小地區實施控制點加密，是否能有效提升精度。其結果比較表如表 5 至表 8。由表 5 至表 8 之結果可知，在改變不同控制點、檢核點比例，網格邊長，收斂次數，於中部部分地區實施控制點加密，對於中部部分地區（含台中縣市及南投縣），其涵蓋面積範圍，在縱線與橫線方向各佔約 103 公里與 116 公里，精度最高可達 2.5 公分左右；於相同條件下，以全台灣地區所有 2065 個水準點進行數據分析，精度約可達 4 公分左右。

三、參考文獻

1. 王佳斌 (1998)，用 MATLAB 訓練 B-P 網絡控制倒立擺，瀋陽工業大學學報，第 20 卷，第 4 期，第 97-100 頁。
2. 王佳斌、康賜榮 (2001)，MATLAB 中神經網絡工具包的應用，泉州師範學院學報 (自然科學)，第 19 卷，第 2 期，第 80-83 頁。
3. 王強、余岳峰、張浩炯 (2002)，利用人工神經網絡實現函數逼近，計算機仿真，第 19 卷，第 5 期，第 44-47 頁。
4. 伍春香、劉琳、王葆元 (1998)，三層 BP 網隱層節點數確定方法的研究，武漢測繪科技大學學報，第 24 卷，第 2 期，第 177-179 頁。
5. 李永朴 (1999)，GPS 高程應用的理論基礎及分析，地礦測會，第 10-14 頁。
6. 李迎春、申東日、陳義俊 (2003)，基于神經網絡的非線性系統建模方法，石油化工自動化，第 1 期，第 27-30 頁。
7. 胡伍生、華錫生、吳中如 (2001)，用神經網絡方法探測數學模型誤差，大壩觀測與土工測試，第 25 卷，第 4 期，第 13-16 頁。
8. 胡伍生、沙月進 (2003)，神經網絡 BP 算法的誤差分級迭代法，東南大學學報 (自然科學版)，第 33 卷，第 3 期，第 376-378 頁。
9. 侯北平、盧佩 (2001)，基于 MATLAB 中的 BP 神經網絡建模及系統仿真，自動化與儀表，第 16 卷，第 1 期，第 34-36 頁。
10. 孫佰清、潘啟樹、馮英浚、張長駐 (2001)，提高 BP 網絡訓練速度的研究，哈爾濱工業大學學報，第 33 卷，第 4 期，第 439-441 頁。
11. 張清良、李先明 (2002)，一種確定神經網絡隱層節點數的新方法，吉首大學學報 (自

- 然科學版)，第 23 卷，第 1 期，第 89-91 頁。
12. 陳春盛、李振燾、高書屏，高速鐵路沿線以高精度 GPS 測量測高之可行性評估，第二十三屆測量學術及應用研討會，第 369-372 頁。
 13. 陳小宇、喬翠蘭、汪瑞祥 (2002)，基于 BP 算法神經網絡的物理實驗曲線擬合，物理實驗，第 22 卷，第 9 期，第 10-13 頁。
 14. 陳楊、王茹、林輝 (2002)，MATLAB6.0 版本中神經網絡工具箱訓練算法的使用與比較，電腦與信息技術，第 3 期，第 1-6 頁。
 15. 戚德虎、康繼昌 (1998)，BP 神經網絡的設計，計算機工程與設計，第 19 卷，第 2 期，第 48-50 頁。
 16. 靳藩、範俊波、譚永東 (1992)，神經網路與神經計算機原理、應用，儒林圖書有限公司，395 頁。
 17. 楊明清、靳藩、朱達成、陳現春 (1999)，用神經網絡方法轉換 GPS 高程，測繪學報，第 28 卷，第 4 期，第 301-307 頁。
 18. 蘭雪梅、朱健、黃承明、董德存 (2003)，BP 網絡的 MATLAB 實現，微型電腦應用，第 19 卷，第 1 期，第 6-8 頁。
 19. Demuth, Howard. and Beale, Mark, 2002, *User's Guide of Neural Network Toolbox For Use with MATLAB*, Version 4, The MathWorks.
 20. Junkins, J.L., Miller, G.W. & Jancaitis, J.R., 1973, A weighting function approach to modeling of irregular surfaces. *Jurnal of Geophysical Research*, Vol. 78, No. 11, April, 1794-1803.
 21. Lin, L.S., 1998, Real-time estimation of ionospheric delay using GPS measurements, UNISURV S-51, Reports from School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, Sydney, NSW, Australia.
 22. Naser El-Sheimy, 1999, Digital Terrian Modelling, Department of Geomatics Engineering The University of Calgary, Canada.

四、計畫結果自評

基本上，本研究內容與原計畫大致相符，部分的研究結果已發表於：(1)第二十三屆測量學術及應用研討會 (2004 年 9 月) 及 (2) 第六屆 GPS 衛星科技研討會 (2004 年 11 月)。部分的研究結果將於下列研討會發表：(1)第二十四屆測量學術及應用研討會 (2005 年 9 月)。

表 1、利用台中南投地區水準點資料，以二次曲面擬合法與內政部大地起伏估算程式，估算大地起伏的參考點精度與檢核點精度比較表。

估算大地起伏方法	檢核點精度	ΔN 最大值 (M)	ΔN 最小值 (M)
BP 神經網路	0.0439 M	0.1238	-0.2130
二次曲面擬合法	0.1988 M	0.8286	-0.6033
內政部大地起伏估算程式	0.2007 M	0.4710	-0.3470

表 2、利用台中南投地區水準點資料，隱層的節點數固定為 15，以不同的神經網路訓練函數，估算檢核點的大地起伏的精度統計表。

神經網路訓練函數	終止循環次數 (epochs)	檢核點精度 (M)	ΔN 最大值 (M)	ΔN 最小值 (M)
trainbr	247	0.0439	0.1238	-0.2130
trainlm	20000	0.0342	0.0683	-0.1269
traingcf	733	0.0615	0.1248	-0.4279
traingdx	20000	0.0619	0.1362	-0.1938

表 3、網格邊長 1000M，改變隱層的節點數，估算所對應的大地起伏模式的內插精度。

隱層節點數	檢核點精度	ΔN 最大值 (M)	ΔN 最小值 (M)
5	0.1500	0.7038	-0.7476
10	0.0768	0.6724	-0.2951
20	0.0526	0.6623	-0.2325
30	0.0493	0.6201	-0.2133
40	0.0470	0.6196	-0.2186
50	0.0467	0.6214	-0.2504

表 4、網格邊長 1500M，改變隱層的節點數，估算所對應的大地起伏模式的內插精度。

隱層節點數	檢核點精度	ΔN 最大值 (M)	ΔN 最小值 (M)
5	0.2566	0.9950	-0.7329
10	0.1164	0.7874	-1.0090
20	0.0568	0.6370	-0.5440
30	0.0658	0.6197	-0.9929
40	0.0573	0.6358	-0.7919
50	0.05681	0.6196	-1.5500

表 5、中部部分地區，網格邊長固定 1200M，節點數固定 40，收斂次數 800，控制點數目由 283 點增加到 322 點精度比較表。

控制點數目	檢核點數目	總和	檢核點精度 (M)	ΔN 最大值	ΔN 最小值
283	78	361	0.0385	0.0309	-0.1474
309	52	361	0.0319	0.0759	-0.0899
322	39	361	0.0271	0.0689	-0.0663

表 6、全台灣地區，網格邊長固定 1200M，節點數固定 40，收斂次數 800，控制點數目由 2065 點增加到 2104 點精度比較表。

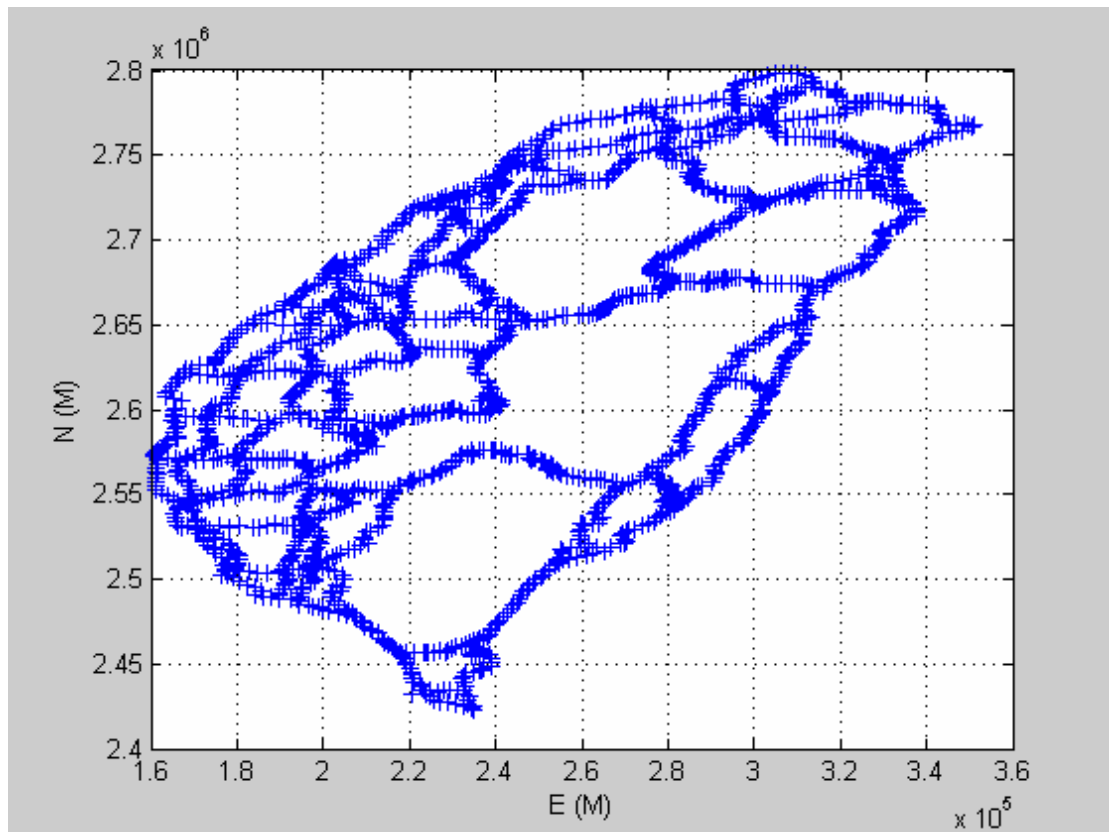
控制點數目	檢核點數目	總和	檢核點精度 (M)	ΔN 最大值	ΔN 最小值
2065	78	2143	0.0486	0.0439	-0.1546
2092	52	2143	0.0428	0.0523	0.1328
2104	39	2143	0.0365	0.0420	-0.1049

表 7、中部部分地區，控制點數目固定 283 點，節點數固定 40，網格邊長由 1500M 依次減少為 500M，精度比較表。

網格邊長	控制點數目	檢核點數目	檢核點精度(m)	ΔN 最大值	ΔN 最小值
1500M	283	78	0.3846	0.0309	-0.1464
1000M	283	78	0.3773	0.0269	-0.1474
500M	283	78	0.3942	0.0359	-0.1504

表 8、中部部分地區，控制點數目固定 322 點，節點數固定 40，網格邊長由 1500M 依次減少為 500M，精度比較表。

網格邊長	控制點數目	檢核點數目	檢核點精度(m)	ΔN 最大值	ΔN 最小值
1500M	322	39	0.0293	0.0409	-0.0914
1000M	322	39	0.0293	0.0379	-0.0924
500M	322	39	0.0253	0.0559	-0.0714



圖一、台灣地區 2065 個水準點的分佈圖。

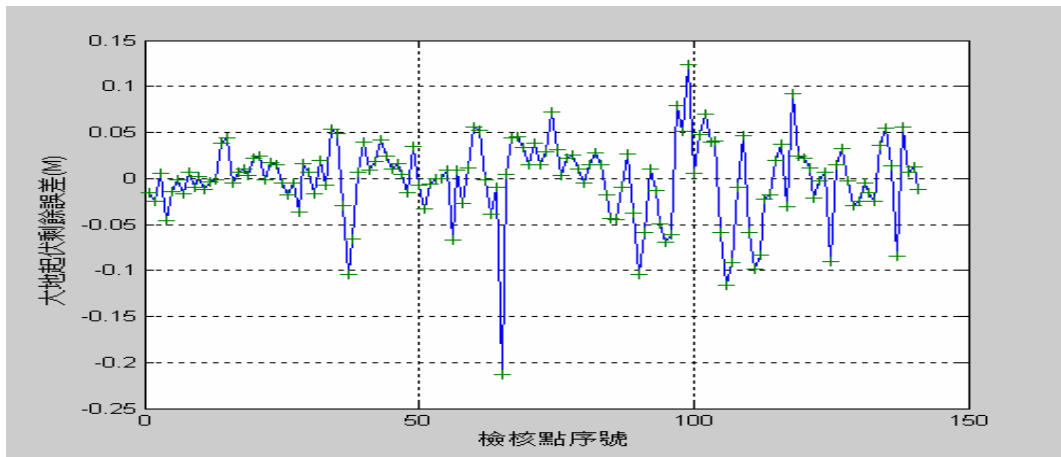


圖 2、利用台中南投地區水準點資料，以神經網路 (trainbr, [15,1]) 計算各檢核點的大地起伏剩餘誤差值 (以+記號表示) (max.=0.1238 m, min.=-0.2130 m)。

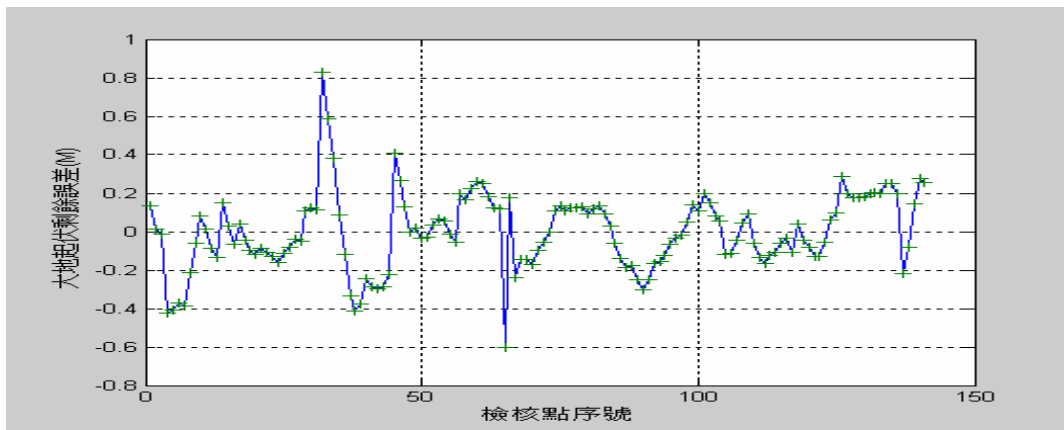


圖 3、利用台中南投地區水準點資料，以二次曲面擬合法估算程式計算各檢核點的大地起伏剩餘誤差值 (以+記號表示) (max.=0.8286 m, min.=-0.6033 m)。

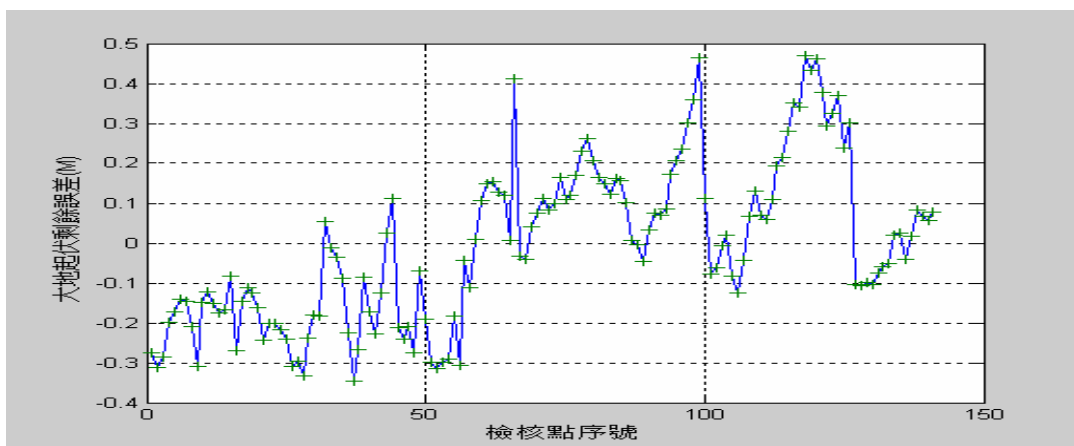


圖 4、利用台中南投地區水準點資料，以內政部大地起伏估算程式計算各檢核點的大地起伏剩餘誤差值 (以+記號表示) (max.=0.4710 m, min.=-0.3470 m)。