

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

# 多重遞減遞增生命表方法之研究(I)

Study on the Multiple Increment-Decrement Life Table Methods

(期中進度報告)

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 89-2412-H-004-027

執行期間：89年8月1日至90年7月31日

個別型計畫：計畫主持人：陳信木

執行單位：國立政治大學社會學系

中華民國九十年五月二十日

# 第一章 研究背景及目的

一九七〇年代以後，多重遞增遞減生命表（multiple increment-decrement life tabl）方法，在人口學研究領域日益展靈光芒，到了一九八〇年代，結合事件史分析等長期貫時性研究資料與方法，更進一步晉級成爲當前人口研究的主流工具之一。迄今，多重遞增遞減生命表方法，不但廣泛應用至眾多人口研究領域，諸如勞動力參與行爲、健康餘命（health expectancy）、或是家庭人口學等等，此一生命表方法的本身的方法論，亦有長足發展。

然而，多重遞增遞減生命表方法，目前仍是存在若干亟待解決的課題——尤其，正是因爲此一方法已經是人口研究的重要工具，因此，對於這些課題之解決，更是迫切需求。本研究的目的，就是以兩年的研究期間，依續解決以下幾項多重遞增遞減生命表方法所面臨課題：

- (1) 設計一套普及、具有一般性且實用性之計算程式，除了可以簡化目前既有之計算程式繁複問題，亦能跨越這些程式的限制（特別是狀態空間之規模、時間間距設定、以及估算定常人口函數之方法等）。當然，更重要者，此一計算程式，即將能夠結合普遍流行之統計套裝軟體，以利進行各種相關之統計分析。
- (2) 研擬有效途徑，探討多重遞增遞減生命表函數之抽樣分配特性，藉以進行統計推論與假設檢定。由於多重遞增遞減生命表的方法，無法對於生命表函數導衍其抽樣分配理論，然而，人口研究對於生命表分析結果之統計推論的需求增加，因此，研擬有效途徑建立生命表函數之抽樣分配特性，實爲當務之急。本研究試圖援引 Bootstrapping resampling 策略，建立可行之模擬途徑。
- (3) Chiang's  $a$ （終壽區間平均存活成數）之檢討；以臺灣的實證死亡資料（死因登記檔）作爲基礎，重新估算 Chiang's  $a$  值，並對於 Chiang's  $a$  值的抽樣分配特性有所瞭解。倘若能夠對於 Chiang's  $a$  值深入理解，以 Chiang 之估算方法，更能合理估計定常人口函數而完備建構生命表。
- (4) 探討多重遞增遞減生命表之「遺失壽命」的來源：針對特定人口年輪所進行之傳統單一遞減生命表，一旦擴大成爲多重遞增遞減生命表時，將會產生壽命（life expectancy）遺失短缺現象，因此，極有必要探討造成此一壽命遺失的原因，以合理修正多重狀態生命表估算結果。

總之，正是由於多重遞增遞減生命表方法已經成爲人口研究的重要主流方法，解決這些課題，不但是當務之急，對於提昇多重狀態生命表方法之應用，更是具有重大貢獻。

## 第二章 多重遞減遞增生命表方法發展現況

生命表方法 (life table method)，在人口學研究領域當中，可以說是歷史悠久。早在三百餘年前，John Graunt (1662) 和 Edmund Halley (1693) 即出版史上第一個生命表。基本上，生命表乃是反映人口學研究的一個中心關切主題，亦即，一個出生年輪 (cohort) 歷經生平歲月的生命事件經驗。由於生命表主旨在於表達某一特定年輪面臨「損耗」(attrition) 的風險模式，當然，所謂的風險事件並不侷限於死亡，可以擴及其他任何具有「歷時耗損」性質的事件，所以，自 Grant 或是 Halley 最早所建構的死亡表 (mortality table) 開始，生命表方法逐漸擴大應用至探討諸般特定年輪之人、事、或物之特定損耗風險模式。嗣後，人口學家進一步發現，事件的損耗風險，可能是一種競爭性的，因此，乃將傳統之單一遞減 (single-decrement) 的生命表擴大成爲多重遞減 (multiple-decrement) 模式；此種複生命表的最佳代表就是死因表 (causes-of-death life table)。<sup>1</sup>

然而，人口學事件除了可能面臨「損耗」的風險，亦有可能經驗「增添」(accession) 之風險，於是，生命表方法再次擴展成爲多重遞增遞減生命表，亦稱多重狀態生命表 (multi-state life table) 或是結合式生命表 (combined life table)。此種類型的生命表，最早出現於 1912 年，是由 DuPasquier 所提出，探討失能保險相關議題。至於最爲典型之人口學研究，則是 Seymour L. Wolfbein 在 1947 年探討現今所謂的工作生命表 (working life table)。不過，整體而言，由於多重遞增遞減生命表方法過於複雜，尤其必須進行繁冗的計算過程，因此在人口學研究中並未受到特別重視——直到一九七〇年代開始，計算機 (電腦) 成爲研究輔助工具後，人口學家逐漸興趣於此一方法，而且，正由於此一方法更合適於描述人口事件的轉移風險模式，且更爲貼近於事實，所以，到了一九八〇年代以後，多重遞增遞減生命表方法，儼然成爲人口學研究的主要標準工具之一。

當然，在此同時，有關多重遞增遞減生命表方法的研究，更是蓬勃發展。其中，Robert Schoen (1975, 1977, 1978, 1979, 1988a, 1988b)、Frans J. Willekens (1980, 1987; Willekens, *et al.*, 1982)、以及 Andrei Rogers (1973, 1975, 1985, 1986, 1995; Rogers and Ledent, 1976) 等人，以矩陣代數作爲基礎，闡述多重遞增遞減生命表的數理邏輯，可說是居功厥偉。一九八〇年時，《*Environment and Planning*》期刊所出版的專刊 (第 12 卷 5 期)，以及 Kenneth C. Land and Andrei Rogers (1982) 集結會議論文所出版的專書《*Multidimensional Mathematical Demography*》，正式揭開多重遞增遞減生命表方法在人口學界的重要地位。

除此之外，一九〇八年代裡，社會學與人口學量化研究方法論另一重大突破，則是事件史分析法 (event history analysis) 的茁壯成長 (Blossfeld and Hamerle, 1989; Collett, 1994; Cox and Oakes, 1984; Petersen, 1991, 1993; Trussell, Hankinson, and Tilton, 1992)。事件史分析法，尤其是所謂的「proportional hazards model」，在人口研究領域中的發展里程碑，就是 David R. Cox 在 1972 年發表的論文——在此論文的標題中，Cox 明確指出，其企圖就是運用迴歸方法以分析生命表 (Cox, 1972, 1984)。正就是由於事件史分析法與多重遞增遞減生命表之結合 (Guilkey and Rindfuss, 1987; Teachman,

<sup>1</sup> 一九六〇年代前後，人口學家曾經廣泛地將複生命表方法應用於探討避孕行爲 (Namboodiri and Suchindran, 1987)。例如，R. G. Potter 即以著名的「臺中實驗」之 IUD 使用效果爲主題，運用複生命表方法分析之。

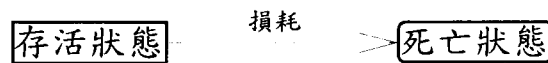
1983)，人口學家幾乎無遠弗屆地將多重狀態生命表方法運用至各種研究議題——其中，尤其是探討勞力市場進退行為（例如，Hayward, Friedman, and Chen, 1996, 1998）、家庭人口學（Bongaarts, Burch, and Wachter, 1987; Van Imhoff, *et al.*, 1995）、或是人口健康議題及健康餘命（參見《*Journal of Aging and Health*》於 1998 年出版之第 10 卷第 2 期專論）等等領域，展現高度繁榮景像。<sup>2</sup>

總之，多重遞增遞減生命表方法已經是人口研究的重要、標準工具之一。然而，此一生命表方法，雖然是日正當中，卻也存在若干有待解決的課題——本研究的主旨，就是針對其中一些課題，試圖提出可行的解決辦法。在此，我們首先論述多重遞增遞減生命表方法的基本數理關係，然後討論其所面臨有待解決課題。

### 一、多重遞增遞減生命表的基本架構

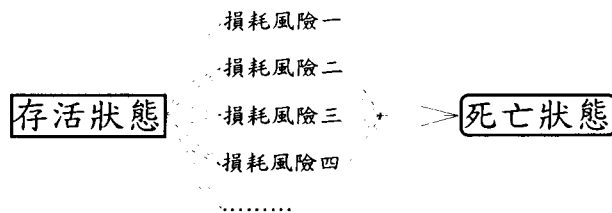
在傳統的單一遞減生命表當中，狀態空間（state space）是由一個「存活狀態」與另一個「死亡狀態」組成。在此狀態空間裡，事件轉移過程只有單一方向的損耗風險，也就是由「存活狀態」出發，經由損耗過程，終結進入「死亡狀態」。

圖 1：單一遞減生命表之狀態空間



相對於單一遞減生命表，多重遞減生命表的狀態空間仍是由兩個狀態組成，不過，損耗的過程，可能是經由一組互斥之競爭性風險途徑之一而終結進入死亡狀態。

圖 2：多重遞減生命表之狀態空間

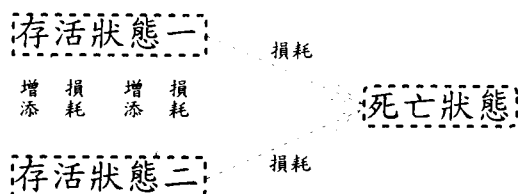


至於多重遞增遞減生命表，其狀態空間則是迥然不同——至少由兩個以上的存活狀態和另一個死亡狀態組成，而且，其中只有一個狀態（也就是「死亡狀態」）扮演『黑洞』角色（absorbing），亦即，任何成員一旦進入此一狀態則是「永不復生」不能脫逃；除了此一黑洞狀態以外，其他的存活狀態，經常扮演「暫時過客」

<sup>2</sup> 國內的人口研究，從一九八〇年代以後，也出現許多以生命表方法作為基礎的論著。舉例言之，楊文山（1993, 1996, 1997）長期以來致力於複生命表（死因表）方法及相關議題的研究；涂肇慶則運用家庭狀態生命表方法，探討臺灣人口轉型過程之親屬結構變化（涂肇慶, 1987; Tu, Freedman, and Wolf, 1993）；陳寬政、陳昭榮、涂肇慶（1993）探討健康餘命問題；陳俊全、李美玲（1997）分析婚姻表。此外，內政部統計處也曾在 1998 年前後組成專案小組，針對國民生命表編算方法進行改進研究。

(transient) 角色，也就是成員可以自由地進出此一狀態。因此，多重狀態生命表當中，可以存在損耗的風險，亦能出現增添的風險，於是構成遞增與遞減併存現象。

圖 3：多重遞增遞減生命表之狀態空間



一般而言，多重遞增遞減生命表的數理基礎，衍生自單一遞減生命表，不過，由於狀態空間擴大，而且，同時存在損耗及增添風險，因而變成更為複雜。

### 1. 多重遞增遞減生命表函數

① 存活函數  $l_i(x)$ ： $x$  足歲年齡時存活於第  $i$  存活狀態的生存人數。

② 區間定常人口（人年）函數  $L_i(x)$ ：在  $[x, x+n)$  年齡區間內存活於第  $i$  存活狀態之人年數。

③ 遞減函數  $d_{ij}(x)$ ：在  $[x, x+n)$  年齡區間內，從第  $i$  狀態遞減轉移至第  $j$  狀態之人口數。

④ 平均餘命：「population-based life expectancy」為  $e_i(x)$ ，是指  $x$  足歲時所有存活人數（也就是  $\sum l_i(x)$ ），剩餘平均存活於第  $i$  狀態的人年數；「status-based life expectancy」為  $e_{ij}(x)$ ，是指  $x$  足歲時存活於第  $i$  狀態者，剩餘歲月中存活於第  $j$  狀態的平均人年數。

### 2. 多重遞增遞減生命表建構方法

① orientation-equations：我們假定，生命表之定常人口所經驗的年齡別損耗及增添風險模式，等同於實際觀測之人口的年齡別風險模式，也就是

$$M_{ij}(x) = m_{ij}(x) = \frac{d_{ij}(x)}{L_i(x)}$$

——其中  $M_{ij}(x)$  是指實際人口在  $[x, x+n)$  區間內自  $i$  狀態轉移至第  $j$  狀態的風險，至於  $m_{ij}(x)$  則是生命表死亡率。

② flow equations： $x+n$  時的存活人數為  $x$  足歲之存活數扣減  $[x, x+n)$  區間損耗人數，亦即  $l(x) = l(x) - d(x, n)$ 。

③ person-year equations：就如同建構傳統之單一遞減生命表一樣，區間定常人口函數 ( ${}_n L_x$ ) 乃是生命表計算工作的關鍵所在。在人口學文獻裡，常見的方法包括線性法 (linear method) 或是精算法、Chiang's  $a$ 、指數法、三次方法等 (Hinde, 1998; Namboodiri, 1991; Namboodiri and Suchindran, 1987; Schoen, 1988a; Smith, 1992; Shryock, Siegel, and *et al.*, 1976)。目前，在人口研究中，計算多重狀態生命表之定常人口函數時，線性法最為經常採用： $L(x, n) = \frac{1}{2} n [l(x) + l(x+n)]$ 。至於蔣慶琅 (Chiang) 所提出

之終壽區間平均存活成數（ $a$  值），雖然最初只是應用於單一遞減生命表，不過，Schoen（1978, 1979）則指出， $a$  值可以從經驗觀測的年齡別死亡率加以估算得知，因此可以應用於計算定常人口函數  $L_t(x)$ 。

## 二、多重遞增遞減生命表有待解決之若干課題

多重遞增遞減生命表方法在當代人口研究領域的重要性，已經使它幾乎成爲一個標準的研究工具。正是因爲如此，應用此一方法時，所面臨的一些有待解決課題，乃是當務之急。

### 1. 多重狀態生命表之電腦程式的實用性

由於多重遞增遞減生命表之建構過程需求繁複冗長計算，因而，實用普遍的電腦程式，乃是必要的輔助工具。目前，人口學界較爲普遍採用的一些電腦程式，包括①位於澳大利亞盧森堡之 International Institute for Applied System Analysis 所出版之「Multistate-Mutiregion Life Tables and Two-Sex Population Projections」，此一程式主要由 Frans J. Willekens 及 Andrei Rogers 等人開發；② Robert Schoen（1988）在出版《Modeling Multigroup Populations》一書時，也開發一些相關計算程式；③ David Smith（1992）先後發展名爲 Survival 之相關程式；④ Andrie Rogers（1995）的 SPACE（Spatial Population Analysis）程式；⑤ Peter Tiemeyer and Glen Ulmer 在 1991 年曾發表 MSLT 程式。這些程式，一般來說，在實際應用時，可能面臨一些難題：

①大多數的既有程式，係是以高階語言（主要是以 FORTRAN 爲主）撰寫，對於現今的很多研究者來說，難以掌握。不過，最大的限制，則是這些獨立的程式語言，很難與流行的統計軟體（諸如 SAS 和 SPSS）結合——其中，尤其是研究者試圖應用事件史分析、或是其他的統計分析時，並不容易整合。

②其中對於狀態空間的狀態數量、或是時間（年齡）間距，有所限制。例如，一般來說，限於二到四個存活狀態，年齡間距則以單一或五歲組固定間距爲主。

③大多數的程式，在導衍  $L_t(x)$  函數時，只以線性法爲唯一估計方法（例如，IIASA、Smith 的 Survival、MSLT 或是 Schoen 的程式皆是如此）。然而，最近一些研究應用上發現，風險分佈的時間模式，可能並非 uniform 分配，尤其，某些短距時間間距內的事件風險更是如此。

總之，既有這些計算程式，在實用性和普遍性上的確有所限制。

### 2. 多重遞增遞減生命表函數之統計推論基礎欠缺

多重狀態生命表函數，係以經驗觀測之年齡別風險模式（亦即  $M_{ij}(x)$ ）作爲基礎，累積計算而得，因此，對於這些函數，並無適切之抽樣分配理論得以描述之，也因而無法進行統計推論和假設檢定。然而，此一統計推論的需求，在人口研究中日益迫切。Land and Schoen（1982）早在一九八〇年代初即已提出籲求，希望研究者重視

統計推論課題。但是，直到目前，研究者仍未正視這個課題。一九八五年時，Malcolm M. Dow 曾提出非參數式矩陣排列組合的策略，試圖瞭解多重狀態生命表函數的抽樣分配理論。Dow 的努力，並未受到人口學界重視，當然，可能涉及此一策略是否適切問題。但是，無論如何，人口學界對於多重狀態生命表函數之統計推論的需求，不斷增加。

### 3. 多重狀態生命表與單一遞減生命表之關聯——「遺失的壽命」

在單一遞減生命表的狀態空間裡，整個年輪的成員，從初始的存活狀態出發，經由損耗過程終結進入黑洞死亡狀態。至於多重狀態生命表當中，進一步區分損耗過程，允許生命表成員在一些存活狀態之間游走，不過，最後仍是「殊途同歸」終結進入黑洞死亡狀態。因此，對於相同的特定年輪來說，從初始存活狀態出發，最後終結進入黑洞死亡狀態過程，其歷經的存活歲月，並不因為區分生平游走不同存活狀態而有所消失。然而，實證的研究發現，對於特定的人口年輪，當研究者分別建構單一遞減生命表、以及進一步區分建立多重遞增遞減生命表之時，平均餘命竟然有所短缺，而且，往往隨著狀態空間擴大，遺失的壽命更加嚴重。舉例言之，Land, Guralnik, and Blazer (1994) 在一份重要的研究中發現，十年期間的遺失壽命可能高達兩年。Crimmins, Hayward, and Saito (1994) 的研究結果，亦是出現類似結論。

對於多重狀態生命表所產生「遺失壽命」的現象，不論 Land, Guralnik, and Blazer 或是 Crimmins, Hayward, and Saito 等人主要懷疑，之所以造成遺失壽命的緣故，可能是因為他們援用「樣本資料」以估計年齡別風險轉移模式。對於此一懷疑，本研究的研究者，曾經以 Bootstrapping Resampling 方法進行模擬，初步結果顯示，「樣本變異」(sample variance) 並無法解釋此一遺失壽命的現象。也就是說，造成多重狀態生命表遺失壽命的的原因，必須進一步加以追究。

綜合以上的討論，我們可以發現，多重遞增遞減生命表方法，儼然成為人口研究的主流工具。不過，目前，多重狀態生命表方法，尚存一些有待解決的課題。職是之故，本研究即是針對這些課題，試圖探求解決辦法。

### 第三章 臺灣地區生命表之終壽區間 存活成數 (Chiang's ${}_n a_x$ ) 初估

生命表建構的過程中，一個關鍵的步驟，就是估算定常人口函數或是所謂的人年函數 ( ${}_n L_x$ )。事實上，各種的生命表建構方法，其間的主要差別之一，就是針對估算定常人口函數的方式，提出不同的策略途徑。Chiang (蔣慶琅) 在 1960 年時，首先提出所謂「終壽區間存活成數」( ${}_n a_x$ ) 的概念，藉此建議定常人口函數的估算方法，並且，針對生命表的若干函數，證明其相關的抽樣分配理論。

由於 Chiang 的估算方法相當簡單，因此，逐漸受到人口學界的青睞；後來，Keyfitz (1985)、Preston, Keyfitz, and Schoen (1972)、Schoen (1978)、和 Smith (1984) 等人進一步探討此一方法，迄今，Chiang's  $a$  值方法，已經成為人口學界編製生命表的主要途徑之一。

至於在國內的人口研究方面，雖然學者曾經指出有關的建議（例如，內政部統計處，1998；林正祥，1998），截至目前，Chiang's  $a$  方法仍然未被流行採用。當然，最重要的原因，就是國內人口學界尚未以臺灣經驗資料作為依據，估算符合臺灣現況的系列 Chiang's  $a$  值。

本研究有鑑於此，採用臺灣地區的死因資料檔作為基礎，從實證經驗資料試圖估算適宜的 Chiang's  $a$  值，以供日後作為編製生命表的依據，並且，對於所估算的系列  $a$  值加以評估。

#### 壹·基本生命表編算方法

基本的生命表當中，各種函數彼此具有如下的連結關係：

$$l_{x+n} = l_x - {}_n d_x \quad \text{公式(1)}$$

$${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x} \quad \text{公式(2)}$$

$${}_n L_x = \int_x^{x+n} l_{x+t} \partial t \quad \text{公式(3)}$$

$$T_x = {}_n L_x + T_{x+n} \quad \text{公式(4)}$$

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \quad \text{公式(5)}$$

其中，等式(1)指出，存活至  $x+n$  足歲時的人數 ( $l_{x+n}$ )，乃是  $x$  足歲時的人數 ( $l_x$ ) 扣除  $[x, x+n)$  期間的死亡數 ( ${}_n d_x$ )；因此，等式(2)定義  $[x, x+n)$  期間的死亡機率，就是該期間內暴露於風險事件 (population at-risk) 的人數 ( $l_x$ ) 當中所發生的死亡事件數 ( ${}_n d_x$ )；等式(3)定義定常人口函數，也就是人年函數 ( ${}_n L_x$ )，為  $x$  足歲時存活人數 ( $l_x$ ) 在  $[x, x+n)$  期間總共存活的人年數；至於等式(4)是累積人年函數 ( $T_x$ )，指  $x$  足歲時存活的人數 ( $l_x$ )，嗣後餘生總共存活的人年數；最後，等式(5)則是界定，所