國立政治大學校務發展研究計畫

校務基金自籌財源投資理財之規劃

研究計畫主持人：

政大財管系　顏錫銘教授

研究助理：

政大財管系研究生　張埕語

政大財管系研究生　林東伯

研究期間：民國九十四年十一月至民國九十五年六月

國立政治大學校務發展研究計畫

校務基金自籌財源投資理財之規劃

研究計畫主持人：

政大財管系　顏錫銘教授

研究助理：

政大財管系研究生　張埕語

政大財管系研究生　林東伯

研究期間：民國九十四年十一月至民國九十五年六月

摘　要

本研究摒棄傳統上假設金融資產的報酬率呈現常態分配或 t 分配，而以定態拔靴法的方式來模擬真實報酬率的分配，配合最小要求報酬限制模型，在既定風險下追求校務基金的報酬極大。本研究使用由下而上的資產配置方式，透過某些篩選機制挑選出優異的十檔股票、四檔債券型基金、三檔公債和定存形成投資組合，並以 1998 年 3 月到 2006 年 2 月共 96 筆月資料進行分析，決定最適資產配置。此外為檢驗最適資產配置的結果和績效，分別以不同的最小要求報酬 R_L（0、-5%、-10%）、不同的時間長度（月、季、半年、一年）為調整期間以及考慮實際交易費用與否來進行樣本外測試，做法為從 1998 年 3 月開始，每次皆以五年共 60 個月的資料來對下一年（12 個月）資產配置的報酬進行測試，依此方式每次去掉第一個月（一季、半年、一年），再補上新一個月（一季、半年、一年）來測試最佳的資產配置方式。實證結果顯示在考慮交易成本之後，最小要求報酬為 0（即不損失）的投資組合其 Sharpe ratio 皆為負數，代表投資組合的績效不如定存，還不如將錢都放在定存。因此本文建議使用 R_L 為-5%或-10%資產配置方式，同時一個月調整一次投資組合，將可獲得較佳的投資績效。

Abstract

In this study, we implement the simulation of the real distributions of financial assets by means of the stationary bootstrap method instead of assuming normal distribution or t distribution. With the assistance of minimum required return model, we pursue the maximum profit under finite risk. We use the bottom-up asset allocation and select excellent investments by some criteria to form the portfolio, including four bond funds, ten stocks, three bonds and a time deposit. We use 96 monthly data from March 1998 to February 2006 to decide the best way for asset allocation . Besides, to make sure the asset allocation is practical, we also take transaction costs into account and conduct an out-of-sample test with different minimum required returns (0, -5%, -10%) and different holding periods (a month, a quarter, half a year, a year) to decide the best way for asset allocation. Starting from March 1998, we conduct an out-of-sample test with a solid 60-month data each time to test the return of the following year under specified asset allocation decisions. This is then done repeatedly by replacing the 1st-month data(1st-quarter data, 1st-half year data, 1st-year data) with new monthly data(quarterly data, semi-annual data, annual data) to find the best asset allocation. The Empirical result shows that after transaction costs are taken into account, the Sharpe ratios of the portfolio with the R_L equals to zero are negative and the return are worse than the interest rate of the time deposit. Therefore, the asset allocation with R_L equals to -5% or -10% will be recommended. Besides, monthly portfolio adjustment is better.

壹 序論

基金之成立皆有其目的，一般校務基金之收支、保管及運用，主要是以提昇教育品質，增進教育績效為目的。大專院校一般支出除學雜費收入不足以支應，或是校區建築及工程興建所需財源及其他重大支出外，基本上是不可以去動用到校務基金的，蓋因校務基金乃是一間學校能否永續經營的基礎財源，所以過去絕大多數的校務基金基於保本的考量，多將基金存放於銀行的定存。然而近年來由於利率不斷的走低，造成存款利息的收入不斷的減少，在教育部補助款又日益減少的情況下，校務基金的投資項目可能就有需要做適度的放寬，以尋求更高收益的投資報酬。

由於一般關於資產配置的研究幾乎都是以指數（如股價指數、公債指數）為標的來求解最適資產配置，純粹停留在理論上的探討，而無法運用到實際的投資上。本研究基於嘗試為校務基金尋求更高的報酬率，將透過由下而上的資產配置方式，先運用某些篩選機制挑選出優異的股票、債券型基金、公債和定存投資標的，再經由兩階段資產配置的最適化，實際進行投資組合的建構，替校務基金尋求在有限風險下比定存更高的報酬率，以發揮龐大校務基金應有的效益。

此外，一般資產配置的研究多數只根據假設資產的報酬分配不同進行最適資產配置的求解，並沒有針對資產配置的結果作進一步的測試，其資產配置最適權重的可靠性也有待商榷。基於上述的原因，為了瞭解當運用在實際投資時是否真能替校務基金謀取比定存更高的獲利，本文將進行樣本外測試，並且比較不同調整投資組合的期間（一個月、一季、半年和一年）、不同最小要求報酬（0、-5%、-10%）何者為最佳之資產配置方式。最後依照測試的結果提出投資的建議以及後續研究的方向，以供校務基金財務運作參考。

資產配置的理論最早由 Markowitz（1952）提出，其理論是建立在投資人追求自我效用極大的前提下。但是由於效用函數過於抽象無法量化，即使理論基礎完備但實務上卻難以應用。此外，根據 Kahneman, Knetsch, and Thaler（1991）對於投資人風險趨避行為的研究發現，投資人對於同等金額的獲利和損失其感受是不對稱的，也就是說投資人對於損失的重視更甚於對獲利的渴望。因此，針對下方風險設計的模型也就應運而生。Leibowitz and Kogelman(1991)將最低要求限制條件應用於投資組合的建構，其觀念是在投資組合的報酬比最小要求報酬低的機率小於等於某一個機率的限制下，去追求投資組合的報酬極大。

然而，多數的學者在探討資產配置的問題時，如 Leibowitz and Kogelman（1991）；Lucas and Klaassen（1998）；Campbell, Huisman , and Koedijk（2001）等，都是假設金融資產的報酬率呈現常態分配或是 t 分配。然而近年來的實證研究卻發現金融資產的報酬率多數並非呈現常態分配或者 t 分配，而是呈現偏態、厚尾的情形，因此本文將捨棄對資產報酬分配的假設，改以定態拔靴法（Stationary Bootstrap）去模擬資產報酬率的真實分配，配合最小要求報酬限制模型，來進行資產配置的分析。

貳 文獻探討

一、 Markowitz的平均數/變異數模型

諾貝爾經濟學獎得主Markowitz(1952)最早提出了「平均數—變異數投資組合模型」(Mean—Variance Portfolio Model)（以下簡稱M－V模型），開創了現代投資組合理論。他認為，投資組合之中個別證券的風險，必定小於或等於其單獨持有之風險，也就是說個別證券的風險可以透過多角化來分散，

投資人只需承擔不可分散的風險。因此投資人為了追求效用極大，應該要尋求一個在可承受的風險下，使預期報酬率最大之投資組合。

Markowitz 的 M－V 模型是假設所有的投資人皆為風險趨避者，亦即在風險固定的情況下，投資人會選擇報酬率最高的投資組合;而在報酬率相同的情況下，則會選擇風險最低的投資組合，依此特性形成所謂的效率前緣(Efficient Frontier)，此效率前緣就是一組最小變異投資組合機會的集合(minimum variance portfolio opportunity set)。其做法是假設過去資產報酬率為未來預期報酬率之不偏估計值，利用各項資產的期望報酬率、標準差及資產間的相關係數，經由分析 M－V 模型的變異數－共變異數矩陣(Variance－Covariance Matrix)，進而推導出報酬率及標準差構面下之效率前緣。

然而，在決定效率前緣之後，我們無法立刻決定那一個投資組合是最適合投資人的，理論上是運用經濟學中無異曲線的觀念來處理，透過個別投資人的無異曲線和效率前緣的相切得出該投資人效用達到最高的最佳投資組合解A點。如圖1所示：

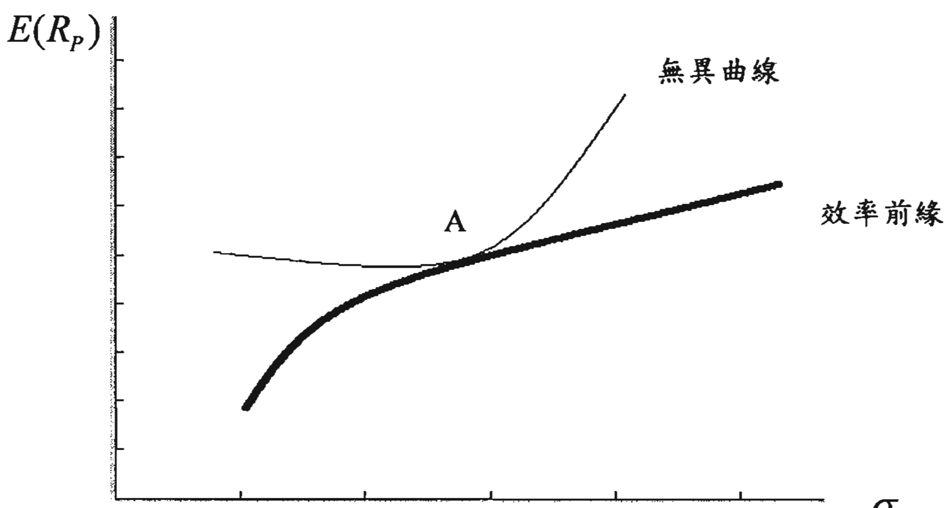

圖 1 最適投資組合解：A點

建構效率前緣是在既定的風險之下追求投資組合的期望報酬率最大，假定在不可放空及借貸的情況，數學式如下：

$$\text{Maximize} \quad E\left(\sum_{i=1}^{N} x_i R_i\right) \tag{1}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij} = \overline{\sigma}^2 \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

$$x_i \geq o \text{ ,} \quad i = 1,2\ldots\ldots,N$$

其中 $\overline{\sigma}^2$ ：給定投資組合的風險

R_i ：第 i 種資產的期望報酬率

x_i ：第 i 種資產的權重

σ_{ij} ：第 i 種資產和第 j 種資產的共變異數

因為假設不能放空與借貸，因此各資產的投資權重都必須大於等於零，同時權重的和必須為一。然而，從無異曲線的觀念來選擇最適投資組合，執行起來有其實務上的困難，因為無異曲線中的效用難以量化。因此 Leibowitz and Kogelman（1991）提出以限制下方風險的方式來求解最適投資組合。

二、 古典拔靴法

實務上，許多金融商品的報酬率並非呈現學者常假設的常態分配或者是t分配，實際的分配情形往往是未知的，而且常常具有厚尾的特性。Lucas and Klaassen (1998)指出假設資產報酬為常態分配，將是個嚴重的錯誤，因為常態分配的尾端成指數遞減，與大部分的金融資產的實際現象不符。因此 Lucas and Klaassen (1998) 建議在進行資產配置時，使用具有高狹峰(leptokurtic)的分配代替常態分配，可獲得較謹慎的投資組合。也就是說一般認為常態的報酬率分配假設下的最適資產分配模型，將比實際具有厚尾特性的報酬有較高的風險。而Jorion（1996）提出可以直接用古典拔靴法來模擬資產報酬率的分配，而不需要再對資產的分配做往往是不真實的假設。

古典拔靴法是一種無母數的抽樣方法，由Efron (1979)所提出，最初是使用在標準差的估計。此法的優點是不需要對母體的分配做事先的假設，而且Bootstrap利用電腦來執行其整個過程，可以省掉理論上繁瑣的計算。

古典拔靴法的優點在於當樣本數很少的時候，我們仍然可以透過對有限樣本的重複抽樣來模擬出母體的真實分配。作法是隨機的抽取這些有限的樣本，抽出後必須放回，也就是允許這些觀察值可以被重複的抽取，每個觀察值被抽出的機率都相等，並且可以抽出比原先樣本數更多的觀察值，目的是希望觀察值夠多，則其所形成的分配就會比較趨近母體的分配情形。一旦估計出母體的分配，那麼研究者所需要的各種統計量自然也就能計算得出，也可以運用到資產配置的決定上。

古典拔靴法不需要對分配做假設，而且能夠包含跳動、厚尾以及非常態的情況，加上它允許重複抽樣，所以可以解決歷史資料不足的困擾。此外因為當某一個時間點的觀察值被抽出時，同時點所有資產的觀察值也會被同時抽出，所以可以兼顧資產間的相關性。但是古典拔靴法也不是沒有缺點，當樣本數太少的時候，抽樣得到的分配將不容易逼近母體的分配。此外由於古典拔靴法採用隨機抽樣，當資料是屬於時間序列的資料時，它獨立重抽的方式將會破壞資料間存在的跨時相關性，所以可能並不適合運用在資產配置上。因此本文在實證時將改用修正後的定態拔靴法，該方法將可有效解決古典拔靴法面臨的問題。

三、 Sharpe ratio

Sharpe ratio 為一經風險調整後之績效指標，由諾貝爾獎得主 Sharpe(1994)提出，用以衡量每單位總風險（以標準差衡量）所得之超額報酬。所謂超額報酬為資產的報酬率超過無風險利率之部分，因此理論上Sharpe ratio數值越高，代表每多一分風險，所提升的報酬越高，也就代表績效越好；相對的，Sharpe ratio越低，代表欲增加一定程度的報酬，所提高的風險程度相對較大。Sharpe ratio 若為正值，代表基金承擔報酬率波動風險有正的回饋；若為負值，代表承受風險但報酬率反而不如無風險利率。公式如下：

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_i - R_f}{\sigma_i} \qquad (3)$$

其中 σ_i 為年化標準差，R_f 為無風險報酬率

叁 研究方法與模型

本文將透過定態拔靴法模擬出資產的報酬分配情形，配合最小要求報酬限制模型決定出最適資產配置。資產配置的決定方式將由下而上分兩階段進行，首先將透過某些機制篩選出的標的去形成下層的債券型基金、公債和股票的投資組合並求解出各標的在各自投資組合中的權重。之後再將定存納進來以這四類資產去決定上層的資產配置方式，最終得到所有標的的最適投資權重。此外也將針對資產配置的結果根據不同長度的調整期間和不同的 R_L 進行樣本外測試，檢驗何者是最佳的資產配置方式。

一、定態拔靴法(Stationary Bootstrap)

為了解決古典拔靴法會破壞時間序列跨時相關的困擾，Politis and Romano（1994）提出了定態拔靴法，一方面可以捕捉資料間跨時的相關性，另一方面也保留了資料定態的特性。作法是在抽樣時每次都抽出一個區塊(一組樣本)，也就是每次抽出相鄰的幾個觀察值，而不是一次只抽一個觀察值，這樣資料間跨時的相關性就可以保存。而區塊的選取仍然採用隨機重複抽取的方式，利用間斷均等分配隨機決定區塊的起始點，再利用幾何分配隨機決定區塊的長度。

比較詳細的做法說明如下。假設$\{Y_k\}$是一組強定態且弱相關的時間序列資料，總共有k個觀察值。如果區塊$B_{i,b}$是一個從Y_i開始，連續b個觀察值的區塊，也就是說 $B_{i,b}=\{Y_i,Y_{i+1},Y_{i+2}....,Y_{i+b-1}\}$。令$L_1,L_2...$是一個跟$Y_1,Y_2....Y_k$獨立的隨機變數數列，其中$L$遵循幾何分配，也就是$\{L_i=N\}$的機率是
$\Pr(\{L_i=N\})=(1-p)^{N-1}.p$，其中$P\in[0,1]$，$N=1,2\cdots$。$L$的期望值為

$$E(L)=\frac{1}{p}\text{。}$$

L的功能在決定區塊的長度，如果p小，則區塊長度的期望值就大；反之，如果p大，區塊長度的期望值就小。由於p值的大小在使用上並無定論，因此本文將使用一般常用的0.1為p值。

因為大部分的統計軟體並沒有提供產生幾何分配亂數的程式，所以我們改用 Vazquez-Abad and Champoux（1998）提出的反函數法來產生亂數。首先先從均等分配[0, 1]中產生亂數u，則$L=floor\left(\frac{\ln(1-u)}{\ln(1-p)}\right)$，其中 floor（・）是指取整數去掉小數的意思，而L就是我們要從幾何分配中得到的亂數。

之後再令$I_1,I_2,...$是跟L,Y獨立的隨機變數數列，I遵循間斷均等分配，表示為{1, 2⋯, K}，I是用來決定區塊的起始點。

接下來詳細說明抽取區塊的方法。首先依上述方法隨機產生$\{I_1,L_1\}$，其中I_1是用來決定第一個區塊的起始點Y_{I_1}，而L_1代表第一個區塊的長度，所以第一個區塊可以表示為$B_{I_1,L_1}=\{Y_{I_1},Y_{I_2},...Y_{I_1+L_1-1}\}$，得到$L_1$個觀察值$\{Y_1^*,Y_2^*,...,Y_{L_1}^*\}$，然後把抽出的樣本放回允許重複抽樣。接著再隨機產生$\{I_2,L_2\}$，所以第二個區塊就表示為$B_{I_2,L_2}=\{Y_{I_2},Y_{I_2+1},...Y_{I_2+L_2-1}\}$，此時得到$L_2$個觀察值，到目前為止已經得到$L_1+L_2$個觀察值。重複上述步驟，直到得到 K 個觀察值為止，也就是說原先有多少樣本點就抽多少個觀察值，每次抽取一個新的區塊的時候就要重新決定區塊的起始點和長度。要注意的是為了使抽出的樣本維持定態的特性，定態拔靴法允許抽出的觀察值可以纏繞，也就是說當區塊的長度超過了第 K 個樣本點時，則自動再由第一個點開始繼續下去直到完成整個區塊。

由於定態拔靴法考慮了資料跨期相關以及定態的特性，相較於古典拔靴法更適合運用在資產配置的決定上。當我們運用定態拔靴法求得了各種資產報酬率的分配之後，就可以利用最小報酬限制模型來求得資產配置的權重。同樣的步驟必須重複執行 2000 次，將 2000 組權重平均之後就可以得到最適資產配置的權重。

二、最小要求報酬限制模型

Markowitz（1952）最適投資組合的理論是建立在投資人追求自我效用極大的前提下，但是效用函數過於抽象無法量化，縱使理論基礎完備但實務上卻難以應用。此外，根據 Kahneman, Knetsch, and Thaler（1991）對於投資人風險趨避行為的研究發現，投資人對於同等金額的獲利和損失其感受是不對稱的，也就是說投資人對於損失的重視更甚於對獲利的渴望。因此，針對下方風險而設計的模型也就應運而生。Leibowitz and Kogelman (1991)將最低要求限制條件應用於投資組合的建構，提出投資人會在投資組合的報酬比最小

報酬低的機率，在小於等於某一個機率的限制下，去追求投資組合的報酬最大。這個觀念也就是本文將運用的最小要求報酬限制模型。主要在強調投資人追求投資組合報酬率最大，但是必須在一定的信賴水準（1-α）之下，投資組合的報酬率不得低於吾人所能接受的最小要求報酬。此處的α是指投資組合低於最小要求報酬率的機率，模型的數學式可表示如下：

$$\underset{x \in R^n}{Max} \quad E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i (1 + R_i)\right) \tag{4}$$

Subject to

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \left(1 + R_i\right) < 1 + R_L\right) \leq \alpha \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \quad ; \quad x_i \geq 0$$

其中 $E(\bullet)$ ：投資組合的期望報酬

x_i ：各資產的權重

R_i ：各資產的期望報酬率

R_L ：所能接受的最小報酬

$x_i \geq 0$ ：假設不能放空資產

上述模型的觀念其實就類似於風險值（VaR）的概念，也就是某一投資組合在某一特定的時間內、某一信賴水準（1-α）%下，由於價格變動所產生的最大損失。而當投資人較趨避風險時，所能接受的最小報酬將較大；反之當投資人較能容忍風險時，可設定較低的最小要求報酬。

傳統上在做資產配置的時候，常常會假設標的資產的報酬率呈現常態分