

國立政治大學應用數學系

數學教學碩士在職專班

碩士學位論文

新北市九年級學生數學解題能力差異之研究

The difference of the 9th graders'
math problem solving ability
in New Taipei city.

碩專班學生：謝易達 撰

指導教授：呂秋文 博士

中華民國 102 年 1 月 8 日

摘要

本研究在探討新北市九年級的學生在七、八年級的數學課程內容上，有哪些解題上的差異(參考本文第一章第三節名詞解釋)。依據民國 97 年教育部修訂之九年一貫課程綱要數學能力指標，設計 15 題計算題，並隨機抽樣新北市五所學校九年級學生進行施測，經統計答題結果並輸入統計軟體 TESTER for Windows 2.0 版與 SPSS 15.0 中文版，得出結論歸納如以下五點：

- 一、不同的性別，在解題能力上，男生的答題表現明顯優於女生的只有在以下三個部份：關於價格打折的折數比例概念、複雜的乘法公式計算，以及空間圖形概念，其餘的部分沒有顯著差異。整體而言，男生的解題能力只比女生略好一點點，但並未發現有顯著的差異。
- 二、看起來計算複雜的題目，若需要善用解題技巧(特別是乘法公式)才容易解的出來，學生的答題表現會相當的不好。
- 三、解方程式的題目，學生的答題表現較佳，特別是二元一次聯立方程式的題目，會比一元一次方程式和一元二次方程式來的更好。
- 四、在國中七、八年級的數學課程內容，學生的答題表現最差的在於以下兩點：
 - (一) 將等差數列、等差級數的公式活用，解決生活上相關的問題。
 - (二) 利用特殊三角形的性質，找出三角形全等的條件，證明出題目所要求的邊或角。
- 五、同樣都是幾何的題目，學生們對勾股定理的答題表現，會比利用特殊三角形的性質求角度，以及利用三角形全等求邊或角這兩種題目，表現得更好。

Abstract

The purpose of this study is to discuss what different ways the 9th graders use on solving the seventh and eighth's math questions in New Taipei City. According to Competence Indicators or Benchmarks of math in "Grade 1-9 Curriculum", the researcher designed 15 questions and random sampled 9th graders from five schools in New Taipei City. By analyzing these data through statistic software, TESTER for Windows 2.0 and SPSS 15.0, the researcher drew conclusions from evidence as follows:

1. About the ability to solve problems, boys just did a little better than the girls but the statistic result didn't achieve significant difference. However, the result showed that boys actually did better than girls on three parts of the math problems – discount ratio concept, complex multiplication formula, and spatial concept.
2. Students couldn't do very well on those problems along with complicated calculation, especially when they need to use the multiplication formula.
3. Questions about equation, students could have better performance. Besides, they could do better on linear equation in two variables than first degree polynomial in one variables and quadratic equation.
4. In math curriculums of the 7th and 8th grade, students did the worst on the following two points:
 - (1) Solve the associated problems in their life by making good use of the formula of arithmetic progression and arithmetic series.
 - (2) Find out conditions of congruent triangles by using the character of special triangle and prove the triangle side or angle what the question asks for.
5. When it comes to geometric questions, compared with these two kinds of questions - getting the angle by using the character of special triangles and getting a triangle side or the angle by congruent triangles, students can do better on answering Pythagorean theorem.

目 錄

第一章 緒論.....	3
第一節 研究動機.....	3
第二節 研究目的與研究問題.....	3
第三節 名詞解釋.....	4
第二章 文獻探討.....	6
第一節 數學能力指標.....	6
第二節 S-P 表.....	7
第三節 性別與數學能力.....	12
第三章 研究設計與實施.....	15
第一節 研究設計.....	15
第二節 研究樣本.....	24
第三節 研究工具.....	25
第四節 研究步驟.....	25
第四章 分析與討論.....	28
第一節 各題統計分析.....	28
第二節 性別與數學解題能力.....	105
第三節 能力指標與數學問題.....	108
第四節 新北市不同分區學校的解題能力...	121

第五章 結果與建議.....	123
第一節 結論.....	123
第二節 建議.....	123
參考文獻.....	126
中文部分.....	126
英文部分.....	127
附錄一、測驗試題.....	129
附錄二、國中階段數學能力指標.....	131
附錄三、七八年級數學領域分年細目.....	136



第一章 緒論

第一節 研究動機

在國民中學擔任了幾年的數學教師，因民國九十九年筆者成為任職學校的數學科召集人，代表學校參加了新北市(當年還是台北縣)七年級數學能力檢測成果發表會(由於新北市每年六月中旬都會針對全市七年級舉辦一個數學能力檢測，內容為七年級所學過的所有概念，題型為選擇題，共 25 題)。該場會議主要是發表了新北市的學生在七年級數學能力檢測上，各區的學生每一題的答題情形，且在分區座談後，也在各區的小組會議上，顯現了各校的答題情形。最後，更讓每一個學校，將該校學生每一題的答題情況資料帶回學校，供學校教學的參考，作為學校改進教學模式或方向的資料。雖然新北市本來就存在明顯的城鄉差距，各區學生的答題表現當然會有所不同，但對於學校來說，更重要的，是本校學生對什麼樣的題目，答題表現較不會犯錯，會比較好；而對什麼樣的題目，答題表現會比較差。因此筆者就想到，如果可以做個研究，來探討新北市的學生，在國中數學不同的章節問題下，有哪些概念是比較有問題、不容易學習的，而哪些概念是大家都比較熟的、能夠活用的，這些研究結果就可以用來幫助老師們在教學時，特別強調與提醒學生較容易犯錯之觀念，以免屆時又發生相同的錯誤。

第二節 研究目的與研究問題

(一) 研究目的

數學教師在教學時，常會根據自己的教學經驗，去判斷學生在某個章節的學習上，大概會遇到什麼樣的問題與困難，再從這些學生的問題上，去加強說明學生常犯的錯誤，而這些經驗，由於是教學生涯遭遇的累積，大多數也都是正確的，不過仍有極少數的地方，學生的表現和教師所預想的，有著一段差距。這個差距或許是因教師沒有仔細去研究，所沒有辦法發現的。而對於一個剛進入教育界的

數學教師，或許他有滿懷的熱忱，但因為缺乏教學經驗，可能需要教個好幾年，才能慢慢摸索學生對於問題所能掌握的程度。反觀自己也曾經經歷過這一段時期，因此便想著，如果我能設計一份國中內容的測驗試題，來讓不同的學生做測試，並從學生所回答的答案來探討，到底學生在哪些章節，哪些概念是比較不容易了解，不容易學會的，而哪些章節，卻是比較容易理解，甚至能把概念活用在題目上的。這樣一來，便能讓其他的教師們做個參考。對於資深教師們，就可以比對自己的經驗是否與研究的結果相同；而對於新進教師們，就能讓他們在教學上，有個參考的依據，同時在教到學生比較不容易理解的概念與章節時，就可以再把觀念說明得更清楚，並多舉學生比較不熟悉的題型當作範例來講解；而對於自己，也能讓自己在往後的教學生涯中，更加注意學生所不容易理解的概念與章節，並適時的補充學生比較無法銜接的觀念，引導學生將自己所學的知識活用在問題的解法當中。

另外，剛好藉由這個研究，探討一個許多人，也包括我自己都很想知道的問題，那就是性別對於國中數學的解題能力，到底有沒有差異？利用研究資料的數據，可以來看看數據顯示的答案是什麼。

(二) 研究問題

根據此研究目的，提出研究問題：

新北市九年級學生，在七、八年級的數學課程，哪些數學概念是較不容易學會的？

而哪些概念是較容易學會的？

第三節 名詞解釋

一、解題差異：本研究中所指的解題差異，主要分成四個部分：

(一)正確解法上的差異：雖然解法和過程都是正確的，但同一個題目的解題方法卻可能有很多種，因此本研究會針對每一個測驗試題，去探討學生們所出現不同的解法。

(二)錯誤解法上的差異：學生們沒有答對答案，可能是因為在過程中計算發生了部分的錯誤，或是概念上的錯誤，甚至是完全不會而空白。本研究會針對每一個測驗試題，去探討學生們所發生的錯誤，進而找出這些錯誤所占的比例，以作為往後教學上的參考。

(三)不同的問題，答題表現上的差異：各個測驗試題目包含了不同的能力指標，當然每一題學生的答對比例也會有所不同，本研究也會針對每一個測驗試題，來比較學生們的答題狀況。

(四)性別對解題能力上的差異：不同的性別，在每個測驗試題答對的比例也不見得差不多都一樣，而本研究將針對每一個測驗試題，將不同性別答題表現的數據，利用統計原理與統計程式分析，性別對於該題的解題能力，是否有著顯著的差異。

二、解題能力：本研究中所指的解題能力，代表的是對於本次測驗各試題的答對率，解題能力高的為答對率較高；解題能力低的為答對率較低。

三、數學能力指標：本研究中所提到的數學能力指標，指的是在民國 92 年，教育部頒布了九年一貫課程綱要，其中數學領域內，分段的能力指標，而因為在民國 97 年有修訂了部分的指標內容，於一百學年度開始實施。而本研究中所題的能力指標，指的是已經修訂過後新的能力指標。

第二章 文獻探討

本章的內容，是蒐集學者的研究文獻、著作、政府的公告資料、網站的宣導內容，所匯集而成。以下，我們將分成三個小節，分別來了解數學能力指標、S-P 表的相關內容與涵義、性別對解題能力是否有影響。

第一節 數學能力指標

依據民國 97 年教育部所頒布的國民中小學數學課程綱要第四階段(國中一至三年級)中，要求學習目標為：

- 1.在數方面：能認識負數與根號數之概念與計算方式，並理解坐標表示的意義。
- 2.代數方面：要熟練代數式的運算、解方程式，並熟悉常用的函數關係。
- 3.幾何方面：要學習三角形及圓的基本幾何性質，認識線對稱與圖形縮放的概念，並能學習簡單的幾何推理。
- 4.統計方面：能理解統計與機率的意義，並認識各種簡易統計方法。

課程目標可以培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力，能應用問題的解題方法等。

能力指標依數學內容分為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」等五大主題。前四項主題的能力指標以三碼編排，其中第一碼表示主題，分別以字母 N、S、A、D 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題；第二碼表示階段，分別以 1、2、3、4 表示第一、二、三、四階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。指標雖以主題與階段來區分，仍有若干能力指標採跨主題方式同時編列，如「數與量」、「幾何」，以強調其連結，此類指標皆以相關連結編碼註記。第五個主題「連結」亦以三碼編排，第一碼以字母 C 表示主題，第二碼分別以字母 R、T、S、C、E 表示察覺、轉化、解題、溝通、評析；第三碼流水號，表示該細項下指標的序號。如：

N-4-03 表示能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。

S-4-05 能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。

詳細第四階段的數學能力指標請見附錄二(P.125~P.129)。

而分年細目與能力指標相同，亦採三碼編排，第一碼表示年級，分別以 1、...、9 表示一至九年級；第二碼表示主題，分別以小寫字母 n、s、a、d 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」四個主題；第三碼則是分年細目的流水號，表示該細項下分年細目的序號。如：

8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。

7-n-07 能熟練數的運算規則。

詳細七八年級數學領域的分年細目請見附錄三(P.130~P.136)。

第二節 S-P 表

一、S-P 表分析的研究緣起

所謂的 S-P 表，係指英文 Student(即學生)的 S，以及 Problem(即問題)的 P 兩個字母的簡稱，全稱「S-P 表」乃指英文 student-problem score table 或 student-problem chart(即學生問題表)之意。S-P 表分析技術，是由日本學者佐藤隆博(Takahiro Sato)於一九七〇年代所創(Sato,1969,1971)，是一種將學生在試題上的作答反應情形予以「圖形化」分析的方法，其目的在獲得每位學生的學習診斷資料，以提供教師實施有效的學習輔導之參考。

至於國內對 S-P 表分析的研究，首先由彰化師範大學的陳騰祥教授(1986，1988)，於民國七十二年赴日本進修後，引進介紹到國內。後由政治大學呂秋文教授(1987)、臺灣師範大學何英奇教授(1989)、饒達欽教授(1988)、台北護理專校陳漢瑛教授(1991)等人的推廣應用研究，現在已在國內逐漸發展，受到重視。台灣省教育廳及台北市教師研習中心等機構，也先後舉辦多場學術研討會，亦有不少有關 S-P 表的論文發表(何景國，1992；翁上錦，1993)。至今，國內亦有多份電腦軟體程式發展出來(如：何英奇，1989；何景國，1992；陳騰祥，1988 等)。余民寧教授(1997)也先後發展兩個程式：TESTER for DOS 程式 1.0 版和 TESTER

for Windows 程式 2.0 版。本研究即採用 TESTER for Windows 程式 2.0 版作為輔助分析的工具。

二、S-P 表的製作

假設教師從任教班集中收集到一筆 N 名學生在 n 個試題上的反應資料，經過評分(即答對者給 1，答錯者或未作答者給 0)之後，得到一個未經任何處理的 $N \times n$ 階的原始得分矩陣資料，稱作「S-P 原始資料表」，簡稱「S-P 原表」，如表 2-1 所示。

表 2-1 S-P 原表

S	P	試題號碼										總分
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
學生 編 號	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	5
	2	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	6
	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	3
	4	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	7
	5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	9
	6	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	5
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
	8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
	9	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	8
	10	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	6
	11	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	4
	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	13	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	5
	14	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	5
	15	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	4
答對人數		8	12	11	9	6	7	10	4	8	5	80

接下來，可按照每位學生得分總分之高低，將學生的整個反應組型及其總分，由上(即總分最高者排在最上面)往下(即總分最低者排在最下面)依序排列，遇到有學生總分相同時，則按照各學生未答對各試題(即對應於「0」之試題)之答對學生總人數之和的大小順序(即總分較小者排在較上端)，由上往下排列，如表 2-2 所示。例如，編號為 1、6、13、14 的學生，其總分都是 5 分，但其個別

未答對試題之人數和為 $8+9+6+7+4=34$ 、 $11+7+10+4+8=40$ 、 $8+6+10+8+5=37$ 、及 $6+7+4+8+5=30$ ，所以這四位學生的排列順序依次為 14、1、13、6；同理，編號為 2 和 10 號的學生，其總分都是 6 分，其個別未答對試題之人數和皆為 27，因此，哪一位學生(2 號或 10 號)排在上面皆可。為了簡便起見，遇得分相同的學生，亦可以其學號或編號之小大順序排列之。

表 2-2 將 S-P 原表按學生總分高低，由上往下依序排列

S	P	試題號碼										總分	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	
	5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	9		
	9	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8		
	4	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	7	
學生 編 號	10	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	6	
	2	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	6	
	14	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	5	
	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	5	
	13	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	5	
	6	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	5	
	15	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	4	
	11	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	4	
	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	3	
	8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	
	12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	
	答對人數		8	12	11	9	6	7	10	4	8	5	80

接著，按照每道試題答對學生人數之多寡，將試題的整個反應組型及其答對學生人數，由左(即答對人數最多之試題排在最左端)往右(即答對人數最少之試題排在最右端)依序排列，遇到有答對人數相同之試題時，則以各試題學生未答對之學生總分之和的大小順序(即總分較小者排在較左端)，由左往右排列，如表 2-3 所示。例如，試題 1 和試題 9 兩題答對的人數均為 8 人，其個別未答對學生的總分之和分別為： $5+6+3+8+6+1+5=34$ 及 $5+2+4+1+5+5+4=26$ ，所以這二道試題的

排列順序依次為：9、1。為了簡便起見，遇得分相同的試題，亦可以其試題題號之大小大順序排列之。

表 2-3 依表 2-2，按試題答對人數多寡，由左往右依序排列)

S	P	試題號碼										總分
		2	3	7	4	9	1	6	5	10	8	
7		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
5		1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9
9		1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	8
4		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7
10		1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6
2		1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	6
14		1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	5
1		1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	5
13		1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	5
6		1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	5
15		0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4
11		1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	4
3		1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3
8		0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2
12		0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
答對人數		12	11	10	9	8	8	7	6	5	4	80

最後，依據每位學生所得總分(即「1」的個數)，從左端往右端數起，數出和其總分相同的試題個數，並在其右邊畫一條直線(即分界線)，如此，由高分往低分分別畫出與每位學生總分相對應的分界線來，並在這些分界線的下方以直線連接起來，以形成一個階梯狀的曲線，該曲線即稱作「S 曲線」，如表 2-4 中的粗體線所示。同樣的道理，再依據每道試題之答對學生人數(即「1」的個數)，從上往下數起，數出和其答對學生人數相同的學生個數，並在其下邊畫一條直線(即分界線)，如此，由左端往右端分別畫出與每道試題之答對學生人數相對應的分界線來，並在這些分界線的右方以直線連接起來，以形成一個階梯狀的曲線，該區線即稱作「P 曲線」，如表 2-4 中的細體線所示。畫出 S 曲線和 P 曲線之後，該表即為完整的 S-P 表。

表 2-4 依表 2-3，畫出 S 曲線(以粗體線表示)和 P 曲線(以細體線表示)

S	P	試題號碼										總分		
		2	3	7	4	9	1	6	5	10	8			
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	S 曲線	
	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9		
	9	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	8		
	4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7		
學生編號	10	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	6		P 曲線
	2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	6		
	14	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	5		
	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	5		
	13	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	5		
	6	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	5		
	15	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4		
	11	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	4		
	3	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3		
	8	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2		
	12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1		
	答對人數		12	11	10	9	8	8	7	6	5	4	80	

三、S-P 表的判讀方法及其意涵

由表 2-4 來看，S 曲線是指學生得分的累加分布曲線，他是用來區別學生答對與答錯的分界線。在 S 曲線以左上方的部分(或區域)，其大多數的數值都是 1，代表在這區域範圍內的學生反應大多是「答對」試題；而在 S 曲線以右下方的部分(或區域)，其大多數的數值都是 0，代表在這區域範圍內的學生反應大多數是「答錯」試題。相同的道理，P 曲線是指試題答對人數的累加分布曲線，它是用來區別試題答對與答錯人數的分界線。在 P 曲線以上的部分(或區域)，其大多數的數值都是 1，代表在這區域範圍內的學生反應大多數是「答對」試題；而在 P 曲線以下的部分(或區域)，其大多數的數值都是 0，代表在這區域範圍內的學生反應大多數是「答錯」試題。由此可見，排列愈在 S-P 表的左上方者，即代表能力愈高學生在愈簡單試題上的作答結果，大多數是被期望「答對」試題，所以這個區域應該出現大多數的「1」；而排列愈在 S-P 表的右下方者，即代表能力愈低

學生在愈困難試題上的作答結果，大多數是被期望「答錯」試題，所以這個區域應該出現大多數的「0」。

就每一位學生而言，在 S 曲線左邊答錯(即「0」)的個數，會等於其右邊答對(即「1」)的個數；亦即，答錯和答對的個數，對 S 曲線而言，是呈現「對稱的」(symmetric)分布。就每一道試題而言，在 P 曲線上方答錯(即「0」)的個數，會等於其下方答對(即「1」)的個數；亦即，答錯和答對的個數，對 P 曲線而言，亦是呈現「對稱的」分布。這種對稱性分布的特性，對後續 S-P 表分析而言很重要，特別是當學生人數或試題個數增加時，使用手工方式來畫 S 曲線和 P 曲線，很容易因為眼花撩亂而畫錯該二曲線的位置，而不對稱的曲線形狀將使得後續進行 S-P 表分析所要計算的指標，陷於錯誤和不精確的地步，間接影響到對學生與試題的診斷分析和判別結果的正確性。因此，這種對稱性分布的特性，可以幫助讀者檢查所畫的 S 曲線和 P 曲線是否正確、有無畫錯位置和形狀，以降低因計算錯誤而導致推論不正確的事情發生。

第三節 性別與數學能力

「性別平等」課題近來備受重視，男女生學習成就差距為國際間教育界所關注，一些國際性的學生學習成就調查研究，如：Trends in Mathematics and Science Study[TIMSS]和 Programme for International Student Assessment [PISA]，都專章或專節報告男女生差異的分析結果，反觀國內性別學習差異之研究則較受忽略(盧雪梅、毛國楠，2008)。

在各學科中，男女生之數學成就差異研究是最受關注的(Fan, Chen & Matsumoto, 1997)。一般傳統觀點大多認為男生在數理科方面的表現優於女生，而女生則在語文方面的表現優於男生，而實際情形則必須透過研究進行檢定才能明瞭。接下來，統合分析國內外學者針對性別差異為研究變項，來探討性別差異與數學能力之間關係的研究結果。

Fennema 與 Sherman(1978)、Kurshan與Williams(1984)他們的研究結果指出男生在數學方面的解題表現優於女生。Leinhardt, Seewald與Engel(1979)也根據研究結果指出教師在數學課給予男學生的教學指導多於女學生,此即表示在課堂上男學生與數理教師的互動多於女學生與數理教師的互動。Kellogg(1995)指出男女生在學習上的差異主要表現在三個方面:語文能力(verbal abilities)、空間視覺能力(visual-spatial abilities)及數學計算能力(mathematical computation abilities)。

Maccoby 與 Jacklin(1974)對1500餘篇兩性差異實徵研究進行統合分析,指出男女差異主要在語言能力、數學能力、視覺空間能力和攻擊性四範疇,除語言能力外,其餘三個範疇皆是男性高於女性。Friedman(1989)對98篇1974年之後出版的兩性數學表現實徵研究進行統合分析,他指出近年來性別在數學方面的表現差異有縮小的趨勢。Hyde、Fennema 與 Lamon(1990)對100篇數學性別研究進行統合分析,其研究結果:就年齡來說,在小學和中學階段,女生表現略優於男生;在高中和大學階段,男生表現優於女生。就認知層次來說,女生在計算表現較佳,男生在問題解決的表現較佳,男女生在數學概念理解則無明顯差距。

在國內的學者研究方面,陳濱興(2001)研究國小四年級學童,女生在數學解題歷程之理解題意上優於男生。蕭美琪(2003)研究國小二年級學童,發現男女學童在乘法解題各歷程中與整合認知能力等方面的表現沒有差異。簡茂發曾計畫主持「國民教育階段學生基本學習成評量研究」,因此曾與一群學者在進行研究考驗後討論男女學生在數學方面表現之差異情形,以下為他們的研究結果。簡茂發等人(1995)以小五學童男女共約3600餘人為樣本,研究結果顯示:在數學內容方面,男生機率的平均數顯著高於女生;但在算術運算、數的關係、幾何、度量、統計、類型與關係、代數等項目則無顯著性別差異;在數學歷程方面,女生的數學解題平均數顯著高於男生,但在數學溝通、數學推理和數學聯結等項目則無顯著性別差異。簡茂發等人(1996)以國中二年級男女生近4200餘人為樣本,研究結果顯示:在數學內容方面,男生在幾何、測量和代數的平均數顯著高於女生,但

在算術運算、數的關係、統計、機率、類型與關係等項目上則無顯著性別差異；在數學歷程方面，男生的數學解題平均數顯著高於女生，不過在數學溝通、數學推理和數學聯結等項目則無顯著性別差異。簡茂發等人(1999)以小三學童男女共約3600餘人為樣本，研究結果顯示：在所有的數學內容項目：估算、算術運算、數的關係、幾何與度量、統計、機率、類型與關係，女生平均數都顯著高於男生；在所有數學歷程項目：數學溝通、數學推理和數學聯結，女生平均數也都顯著高於男生。洪義德(2002)在其研究中指出小六學童的數學能力與性別在解題表現上有顯著的交互作用，但女生的解題表現略優於男生。

在數學成就測驗上，因男、女性別而產生的差異表現，一直是教育及心理研究者關心的議題。許多研究聚焦在試題本身特徵對受試者的影響，其重點在於受試者在受測過程中的認知運作是否相同(Ryan & Chiu, 2001)。有部分研究結果發現某些因素(如試題的內容、形式、認知背景等)對不同性別受試者有不同的影響，如：Harris & Carlton(1993)、Lane, Wang & Magone(1996)等人發現代數題對女生較有利。

由於男女的解題能力差異在不同的樣本下會有不同的結果，且研究若能統計大量的數據，會有較精準的結果。因此，若要探討性別與解題能力是否有所差異，TIMSS和PISA等大型研究測驗結果，會比較有代表性。雖然本研究的研究樣本並不大，但本研究將順便利用分析的數據資料，看看男女性別的差異，是否對解題能力有所影響。

第三章 研究設計與實施

本研究主要探討新北市九年級的學生，對於七、八年級的數學題目，在解題上，有什麼樣的差異。而這其中的差異，包括了解法上的差異，以及解題能力上，所該具備的能力差異。本章，將針對研究的設計、樣本、工具與研究步驟加以說明。

第一節 研究設計

由於國中階段的數學題目相當的多，因此若要找個適當的評量依據，一定必須要有普遍的接受度。況且，目前各個學校使用的教科書版本並不一定相同，在內容上仍有些許的差異。正因如此，目前的國中基本學力測驗，採取「考綱不考本」的模式，而這個「綱」，即為教育部所訂定的數學能力指標，只要指標上所訂定的能力達到了，就可以把以此指標所設計的問題解決。因此，如果要設計在新北市不同的學校所要測驗的問題，將一定得根據數學能力指標來設計問題，如此來測驗學生也比較不會有爭議。

而測驗的內容，考量到各校進度或許有所差異，且也考量到施測的時間點，是在上學期初，因此，才決定測驗的內容為七、八年級所有的內容，如此一來，就可以確定該生一定已經學過這些觀念。但教育部民國 97 年所修訂的數學課綱中能力指標，單從七、八年級的指標來看，數與量就有 14 條(N-4-01~N-4-14)、幾何有 14 條(S-4-01~S-4-13、S-4-19)、代數有 17 條(A-4-01~A-4-16、A-4-20)。以上這三項主題，能力指標就已經有 45 條，以每題包含 1~3 個指標來算，如果這些指標都要考到，題目至少要有二、三十題，而如果考的都是選擇題，也不易發現學生在解題方法上，有著什麼樣的差異。因此，如果考的是計算題，要考慮到學生的作答時間。目前國中一節課 45 分鐘，測驗時間如果超過一節課，學生就會想要下課，同時專注力將大為下降，如此測驗出來的結果也將大打折扣。所以如果以一節課 45 分鐘來考量，加上這又是考計算題，比起基測一題平均作答可花 2 分鐘，要再稍微多一點。在種種考量下，最後決定施測 45 分鐘，題目共

15 題，測驗題型為計算題，內容為七、八年級部分的數學概念。但如此勢必無法將所有的能力指標都考到，必須有所取捨。而從國中的章節來看，第一冊有 3 章：

第一章 整數的四則運算

第二章 分數的運算

第三章 一元一次方程式

第二冊有 5 章：

第一章 二元一次聯立方程式

第二章 平面直角坐標系

第三章 比與比例

第四章 函數及其圖形

第五章 不等式

第三冊有 4 章：

第一章 乘法公式與多項式

第二章 平方根與勾股定理

第三章 因式分解

第四章 一元二次方程式

第四冊有 4 章：

第一章 數列與等差級數

第二章 簡單幾何圖形

第三章 三角形的性質

第四章 平行四邊形

四冊總共 16 章，若以一章大約選擇 1~3 個能力指標來測驗，比較接近能把主要觀念都測驗到的目標。因此，在與學校資深老師、指導教授討論後，確定了測驗試題(如附錄一)。每一個測驗的問題，都有與其對應的能力指標，而由於能力指

標所代表的能力範圍仍然相當廣，因此也往下更確立了所對應到的分年細目，茲列如下：

[問題1] 有一題數學題目：「 $2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})$ 」的正確答案應該是 a，但大雄錯把題目中間的「 \div 」看成「 \times 」，結果算出來的答案是 b。如果大雄除了看錯題目的運算符號之外，沒有計算的錯誤。求 a 是 b 的幾倍？

對應能力指標

A-4-13 能熟練乘法公式。

N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。

N-4-09 能認識指數的記號與指數律。

分年細目

8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。(A-4-13)

7-n-07 能熟練數的運算規則。(N-4-08)

7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。(N-4-09)

[問題2] 某麵包店推出週年慶優惠，買 100 元的商品就送 50 元的商品抵用券 1 張，但商品抵用券必須要下次消費 100 元起，才能抵用 1 張 50 元的商品抵用券，並且不再贈送商品抵用券。以多次消費合併來看，這間麵包店的優惠方式，相當於最多打到幾折？

對應能力指標

N-4-03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。

分年細目

7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。(N-4-03)

[問題3] 解一元一次不等式 $5 - \frac{2-5x}{3} < \frac{5x-3}{2}$ ，並在數線上畫出解的範圍。

對應能力指標

A-4-08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。

分年細目

7-a-17 能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。(A-4-08)

[問題4] 媽媽帶著一張 500 元的鈔票到銀行換錢，打算將 500 元全部換成 20 元和 50 元的硬幣(2 種都要有)。若 20 元的硬幣有 a 個，50 元的有 b 個，但因為媽媽的零錢包很小，所以 $a+b$ 必須小於 15。求 $|a-b|=?$

對應能力指標

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-09 能理解二元一次方程式的意義。

分年細目

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

[問題5] 有間歷史悠久的學校舉辦校慶，請來歷任校長的其中 3 位，已知這 3 人中任 2 位的年齡總和分別為 168 歲、179 歲、175 歲。求這 3 位校長當中，年齡最大的與年齡最小的差幾歲？

對應能力指標

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-06 能理解解題的一般過程，知道解出方程式或不等式後，還要驗算其解的合理性。

A-4-12 能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。

分年細目

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。
(A-4-12)

[問題6] 一次函數 $3x = 4y + k$ 的圖形通過 $(-\frac{4}{3}, 2)$ ，求此函數圖形與 $3x - 2y = 0$ 及 x 軸所圍出的三角形面積是多少？

對應能力指標

A-4-11 能在坐標平面上，畫出一次函數或二元一次方程式的圖形。

A-4-12 能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。

S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。

分年細目

7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。(A-4-11)

7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。(A-4-12)

8-s-19 能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。(S-4-04)

[問題7] 快樂中學 舉辦畢業旅行，晚上包下 台灣大飯店，全部的同學都住在裡面。若全部的房間每間都住 4 人，則還有 10 位同學沒有房間住。若全部的房間每間都住 5 人，則還剩 1 間空房間沒人住，且住人的房間中，有一間只住了 3 個人。求全部的學生總共有多少人？飯店總共有幾間房間？

對應能力指標

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題

中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-05 能理解等量公理的意義，並做應用。

A-4-07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。

A-4-06 能理解解題的一般過程，知道解出方程式或不等式後，還要驗算其解的合理性。

分年細目

7-a-03 能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。(A-4-03、A-4-06、A-4-07)

7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。(A-4-05、A-4-07)

7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。(A-4-07)

[問題8] 在天文學上，1AU，即 1 天文單位，指的是太陽到地球的平均距離， $1\text{AU} \doteq 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 。而最近很常討論的奈米，其實也是長度單位， $1 \text{ 奈米} = 10^{-9} \text{ m}$ 。如果太空中有 2 個星球的距離是 20AU，若把 1AU 當成 $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ ，則這兩個星球的距離是多少奈米？(請用科學記號表示)

對應能力指標

N-4-09 能認識指數的記號與指數律。

N-4-10 能認識科學記號。

分年細目

7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。(N-4-09)

7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。(N-4-09)

7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。(N-4-10)

[問題9] 小天西元 1990 年出生，今年 2010 年剛好年滿 20 歲。試利用乘法公式，

$$\text{計算 } 2010 \frac{20}{1990} \times 1990 \frac{20}{2010} = ?$$

對應能力指標

A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。

A-4-13 能熟練乘法公式。

分年細目

8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。(A-4-13)

[問題10] 喬巴找到一個長方體的寶藏盒，已知長方體兩兩相鄰的三個面面積分別為 $9x^2 - 1$ 、 $3x^2 - 8x - 3$ 、 $3x^2 - 10x + 3$ ，且 $x > 3$ 。求這個長方體寶藏盒的體積是多少？

對應能力指標

A-4-14 能認識多項式，並熟練其四則運算。

A-4-16 能用因式分解或配方法，解出二次方程式，並用來解題。

分年細目

8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。(A-4-14)

8-a-06 能理解二次多項式因式分解的意義。(A-4-16)

8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。(A-4-16)

[問題11] 解一元二次方程式 $x^2 = 5624 + 2x$

對應能力指標

A-4-16 能用因式分解或配方法，解出二次方程式，並用來解題。

分年細目

8-a-10 能利用因式分解來解一元二次方程式。(A-4-16)

8-a-11 能利用配方法解一元二次方程式。(A-4-16)

[問題12] 有間會議室的座位是這樣安排的：第一排和第二排的座位都是 9 個，第三排和第四排的座位都是 11 個，第五排和第六排的座位都是 13 個，往後以此類推，即每往後 2 排，每排的座位數會增加 2 個。已知全部共有 449 個座位，求座位總共有幾排？

對應能力指標

N-4-13 能辨識數列的規則性。

N-4-14 能熟練等差數列與等差級數的樣式、記法與公式，並解決相關問題。

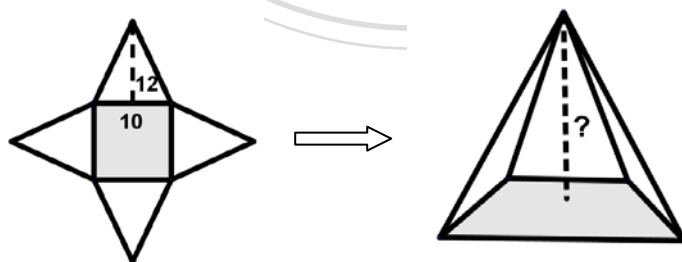
分年細目

8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。(N-4-13)

8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。(N-4-13、N-4-14)

8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。
(N-4-13、N-4-14)

[問題13] 有一個正四角錐，側面的等腰三角形高是 12，底面的正方形邊長是 10。求此錐體的高(從立體圖上方的頂點到底面的距離)是多少？



對應能力指標

A-4-15 能理解畢氏(勾股)定理，並做應用。

S-4-05 能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。

N-4-12 能理解根式的四則運算。

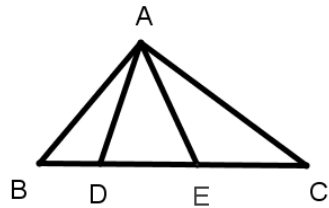
分年細目

8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。(同

8-s-08)(A-4-15、S-4-05)

8-a-02 能理解簡單根式的化簡及有理化。(N-4-12)

[問題14] 如下圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{BE}$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$ ， $\angle BAC = 102^\circ$ 。求 $\angle DAE = ?$



對應能力指標

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-09 能理解二元一次方程式的意義。

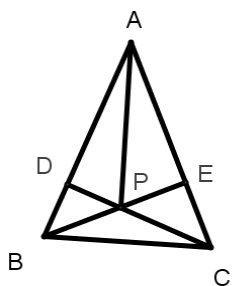
S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。

分年細目

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

8-s-10 能理解三角形的基本性質。(S-4-12)

[問題15] 如下圖， $\angle BAC = \angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$ ，若 $\overline{AP} = 10$ ，求 $\overline{BC} = ?$



對應能力指標

S-4-09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。

S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。

S-4-19 能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。(同 A-4-20)

分年細目

8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。(S-4-12)

8-s-17 能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。(S-4-19)

第二節 研究樣本

本研究預定的施測對象，是新北市九年級的學生，但由於新北市的國中生人數相當多，根據新北市教育局網站

http://www.ntpc.edu.tw/_file/2052/SG/25532/D.html 民國 99 年 8 月 1 日統計資料顯示，新北市國中總數有 87 所，九年級學生總數為 43657 人。這樣的人數，要實施普測，幾乎是不可能的，於是必須採取抽樣調查。

在這 87 所學校當中，先隨機抽取 5 個學校，分別為 A 校、B 校、C 校、D 校及 E 校，有效抽樣人數如下表 3-1。總抽樣學校的九年級學生總數 4032 人占全新北市九年級學生總數 43657 人的 9.24%。再從各校中抽樣施測，每校抽樣 2 個班，有效抽樣樣本數占五所抽樣學校九年級學生總數的 5.58%。

表 3-1 各校抽樣人數表

	抽樣男學生數	抽樣女學生數	合計抽樣人數	該校九年級學生數
A 校	18	20	38	1320
B 校	14	15	29	1129
C 校	27	24	51	905
D 校	32	28	60	621
E 校	26	21	47	57
合計	117	108	225	4032

第三節 研究工具

本研究所使用的工具依測驗前、後主要分成兩大部分，第一部分為測驗前所準備，主要是與學校資深教師、指導教授討論，並依據教育部訂定之數學能力指標(民國 97 年修訂版)所設計之測驗試題(如附錄一，實際測驗版面為 B4 大小)，共 15 題。第二部分是測驗後，所需的相關統計軟體部分，共計有 Microsoft Excel 2003 版、統計軟體 SPSS15.0 中文版、余民寧教授編著的教育測驗與評量—成就測驗與教學評量一書所附加的 TESTER for Windows 2.0 版統計軟體(主要跑 SP 表)。

第四節 研究步驟

本研究之步驟，主要分成施測前之資料蒐集與相關文獻探討、設計施測題目、正式施測、施測後之資料統整、結果分析等，將逐一說明如下：

一、施測前之資料蒐集與相關文獻探討

從網站、國家圖書館、學校圖書館蒐集相關論文資料與新北市學校資料，並進行相關的文獻探討後，與教授討論，決定出研究的主題與方向。

二、設計施測題目

依據教育部訂定九年一貫數學能力指標(民國 97 年修訂版)，蒐集坊間相關測驗卷、參考書、講義、AMC 歷屆相關試題，挑選合適之問題加以修改情境、

數字，設計出大部分的試題，再針對剩餘的章節自行設計問題，最後將問題的順序加以調整、排版，完成要給予學生施測的試題。

三、正式施測

從新北市的學校抽樣五所測驗學校後，排定施測的時間為上學期 9 月~10 月，由於測驗的內容為 1~4 冊的內容，所以選定該校九年級的學生，可以確定該生已經學過所要測驗的內容。五所學校中，每校抽樣兩個班，請該校的任課老師幫忙，利用一節課 45 分鐘的課堂時間，對學生進行施測。同時也向學生說明，測驗題型為計算題，共 15 題，請學生把所有的計算算式都寫在測驗卷上。

四、施測後之資料統整

在五所施測學校測驗後，將有效之測驗卷整理出來(淘汰完全未作答，以及雖然有內容，但是跟問題毫無相關的內容，例如：寫詩、塗鴉、每一題都列一個算式答案皆為他自己的座號.....等)，依學校分組，對每一個學生，針對每一個問題的每一項能力指標，探討是否有達到標準，並記錄在 Microsoft Excel 2003 表格中，並記錄每一題答案的答對與否，與其解答的方式。最後統計每一題每一項能力指標，有達到的人數結果，與各題的答對人數、答錯人數(包含作答但答錯與空白未作答兩種)，將統計結果輸入統計軟體 SPSS 15.0 與余民寧教授編著之教育測驗與評量—成就測驗與教學評量一書所附加之 TESTER for Windows 2.0 版軟體，利用電腦程式可跑出相關數據與表格，從數據與表格可分析相關結論。

五、結果分析

統計每一位學生解題情形，並針對該題所對應的能力指標與分年細目加以統計達到人數，再從答題狀況思考如何加強往後教學的方向，讓未來教師在教此類型的題目時，可以參考相關結論。利用統計軟體 SPSS 15.0 裡的獨立樣本 T 檢定，可分析出各題的答對率與全部題數的總答對率，是否與性別有顯著關係。另外也可順便利用單因子 ANOVA，看看學校所在新北市不同的分區，與解題能力是否有顯著差異。而 TESTER for Windows 2.0 版軟體，可將各校學生的答題表現，以

及各題的能力指標是否達到情形，跑出 SP 報表，從 SP 報表中，可看出每一位學生在每一個試題，以及每一個能力指標的掌握程度如何，也可看出該位學生在哪些章節，在什麼能力指標上是比較需要加強的。相對地，也可從問題的角度來看，哪些問題與能力指標是大部分學生比較能掌握的，而哪些問題卻是學生們比較不會回答，哪些能力指標所標註的能力是學生們比較不足的。以上相關的結果探討，將於第四節的資料分析與討論中，加以說明。



第四章 分析與討論

首先，是將本測驗結果輸入 TESTER for Windows 2.0 程式，所得出的相關統計數據，資料如下：

表 4-1 測驗統計相關數據表

項目	數值	項目	數值
總答對題數(Sum)	814	平均每人得分(Average)	3.62
最小值(Minimum)	0	最大值(Maximum)	13
變異數(Variance)	8.59	變異數(樣本)	8.55
標準差(SD)	2.93	標準差(樣本)	2.92
偏態(Skewness)	0.74	峰度(Kurtosis)	-0.07
平均答對人數	54.27	受試者總數	225
平均答對率	0.24	問題總數	15
內部一致性係數	0.77	差異係數	0.38

接下來，將先就各題加以統計分析。然後，針對測驗統計的結果，進行兩項分析討論，第一是性別對於解題能力究竟會不會有影響？第二是在測驗的問題中，有哪些能力指標是學生們比較無法掌握的？而哪些又是學生們比較容易學得會，比較能了解的能力？最後，順便利用數據資料，看看在新北市不同分區的學校，學生的解題能力是否有所差異。

第一節 各題統計分析

本節，將對每一個測驗問題，把學生們的答對的解法類型，與錯誤的種類加以統計，並針對該題所對應的能力指標與分年細目加以統計達到人數，再從答題狀況思考如何加強往後教學的方向，讓未來教師在教此類型的題目時，可以參考相關結論。最後，針對該題男女生的答題狀況，分析該題的答題能力與性別是否

有顯著差異。以下，為 15 個測驗题目的相關分析資料：

[問題 1] 有一題數學題目：「 $2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})$ 」的正確答案應該是 a，但大雄錯把题目中間的「 \div 」看成「 \times 」，結果算出來的答案是 b。如果大雄除了看錯题目的運算符號之外，沒有計算的錯誤。求 a 是 b 的幾倍？

(一) 解法

(1) 一般常見的解法，是把 a 和 b 直接相除，其中 2010^2 和 $-\frac{123}{456}$ 即可直接約掉，剩下 $\frac{1}{999^2}$ ，再利用乘法公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，把 999 看成 $1000-1$ ，展開計算答案，即

$$\frac{a}{b} = \frac{2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})}{2010^2 \times 999 \times (-\frac{123}{456})} = \frac{1}{999^2} = \frac{1}{(1000-1)^2} = \frac{1}{1000^2 - 2 \times 1000 \times 1 + 1^2} = \frac{1}{998001}$$

(2) 當然，也可以直接把 a 和 b 算出來，再去相除，只是數字會非常大，需要耗費相當多的時間。

(二) 能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-13 能熟練乘法公式。

N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。

N-4-09 能認識指數的記號與指數律。

對應的分年細目為

8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。(A-4-13)

7-n-07 能熟練數的運算規則。(N-4-08)

7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。(N-4-09)

補充說明：

(1) 本題有些能力指標雖然沒達到，但仍能把答案解出來。如：8-a-01，有些人並沒有用乘法公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 來解 $\frac{1}{999^2}$ ，反而是直接用直式的乘法來算，雖然仍可以算出答案，但較容易算錯，也較耗時。在答對的 14 人當中，有 3 人即未運用乘法公式，直接用直式計算出答案。

(2) 不熟練能力指標 7-n-07 能熟練數的運算規則的人，常會發生可以約分的沒約掉，不能約分的卻約掉了，或是把運算規則認為

$$\div 999 \times \left(-\frac{123}{456}\right) = \div [999 \times \left(-\frac{123}{456}\right)]。$$

(3) 不熟悉 7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律的人，較常發生的錯誤

是 $\frac{a}{b} = \frac{2010^2 \div 999 \times \left(-\frac{123}{456}\right)}{2010^2 \times 999 \times \left(-\frac{123}{456}\right)}$ 約完竟然剩下 2010^4 ，或 $\frac{1}{1998}$ ，或 $\frac{1}{999}$ ，或 $\left(\frac{1}{999}\right)^2 \times \left(-\frac{123}{456}\right)^2$ 等情形。

表 4-2 問題 1 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-13	N-4-08	N-4-09
	8-a-01	7-n-07	7-n-11
男生有達到指標人數	11	33	35
占全部男生 117 人比例(%)	9.40	28.21	29.91
女生有達到指標人數	3	27	29
占全部女生 108 人比例(%)	2.78	25.00	26.85
合計全部有達到指標人數	14	60	64
占全部 225 人比例(%)	6.22	26.67	28.44

(三) 答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

(1) 已經把 $\frac{1}{999^2}$ 計算出來了，但可能因不知如何展開，或覺得數字太大而未再加以計算，就直接以 $\frac{1}{999^2}$ 當成答案。這樣的人，計有男生 15 位，女生 16 位，共 31 位，占總答錯人數 211 人的 14.69%，占有答題的但答錯這 131 人的 23.66%。

(2) 已經把 $\frac{1}{999^2}$ 計算出來了，但展開後卻計算錯誤，有的少寫一個 0，變成 $\frac{1}{99801}$ ；有的少了一個 9，變成 $\frac{1}{98001}$ ；有的最後少抄了一個 1，變成 $\frac{1}{99800}$ ；也有減法計算錯誤，寫成 $\frac{1}{997001}$ 。展開計算錯誤這樣的人，計有男生 6 位，女生 2 位，共 8 位，占總答錯人數 211 人的 3.79%，占有答題的但答錯這 131 人的 2.29%。

(3) 把 a 和 b 的角色搞錯，計算成 b 是 a 的幾倍，因此答案變成 $999^2 = 998001$ 。這樣的人，計有男生 2 位，女生 2 位，共 4 位，占總答錯人數 211 人的 1.90%，占有答題的但答錯這 131 人的 3.05%。

(4) a 和 b 的角色沒搞錯，但算出 $\frac{a}{b} = \frac{2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})}{2010^2 \times 999 \times (-\frac{123}{456})} = \frac{1 \div 999 \times 1}{1 \times 999 \times 1}$ 後，變成

$999^2 = 998001$ 。這樣的人，計有男生 5 位，女生 1 位，共 6 位，占總答錯人數 211 人的 2.84%，占有答題的但答錯這 131 人的 4.58%。

(5) 算出 $\frac{a}{b} = \frac{2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})}{2010^2 \times 999 \times (-\frac{123}{456})} = \frac{1 \div 999 \times 1}{1 \times 999 \times 1}$ 後，因不了解數字的運算規則，答

案變成 $\frac{1}{1998}$ ，此情形有男生 1 人；也有答案寫成 1998，此情形有男生 1 人；

也有答案寫成 $\frac{1}{999}$ ，此情形有男生 1 人，女生 2 人。像這樣不了解數字運算

規則的人，計有男生 3 位，女生 2 位，共 5 位，占總答錯人數 211 人的 2.37%，占有答題的但答錯這 131 人的 3.82%。

(6) 想把 a 和 b 算出來，但因數字較大較複雜，算到一半就放棄了。這樣的人，計有男生 17 位，女生 18 位，共 35 位，占總答錯人數 211 人的 16.59%，占有答題的但答錯這 131 人的 26.72%。

(7) 以為 $\div 999 \times (-\frac{123}{456}) = \div [999 \times (-\frac{123}{456})]$ ，所以答案才變成 $\frac{1}{999^2} \times (-\frac{123}{456})^2$ 。這樣的人，計有男生 2 位，共 2 位，占總答錯人數 211 人的 0.95%，占有答題的但答錯這 131 人的 1.53%。

(8) 空白未作答，這樣的人，計有男生 36 人，女生 44 人，共 80 人，占總答錯人數的 37.91%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

(1) 此題答錯一個很重要的原因，在於學生們對於 $\frac{1}{999^2}$ 不知如何化簡。學校在教乘法公式時，幾乎都是用在整數，很少有像此題是乘法公式出現在分母的情況。往後老師在教學的過程，也應提到若發生在分母，要如何運用乘法公式來化簡，對於老師來說，可能這只是發生在分子情形的倒數，但對於學生來說可能卻是很陌生的。

(2) 雖然這是第 1 題，但卻有高達 80 位同學未作答，比例高達全部學生的 35.56%，顯示學生看到計算複雜的題目，第一個念頭就是放棄！因此，老師在往後的教學，應該多鼓勵學生從中找尋解題的線索與條件，或許從中可以找出不像想像中這麼複雜的解題方法。而不是看到題目就跳過。當然，我相信這也是每一位數學老師一直在努力的目標。

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率只有 6.2%，在 225 個學生當中，只有 14 個答對，其中男生有 9 人，

女生有 5 人。以男女生的答題狀況來看，男生的答對率，略比女生稍微好一點，男女的答題統計如下：

表 4-3 問題 1 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	9	5	14
答錯人數	108	103	211
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	7.69	4.63	
答錯占比例(%)	92.31	95.37	

(六) 答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.948，t 值小於 2，p 值為 0.344，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 2] 某麵包店推出週年慶優惠，買 100 元的商品就送 50 元的商品抵用券 1 張，但商品抵用券必須要下次消費 100 元起，才能抵用 1 張 50 元的商品抵用券，並且不再贈送商品抵用券。以多次消費合併來看，這間麵包店的優惠方式，相當於最多打到幾折？

(一) 解法

此題主要讓思考打折的定義與概念，了解折數=實際付出的金額÷所拿到的價值金額。因此，此題若第一次消費 100 元，送了 50 元的商品抵用券 1 張，到了第二次消費，又消費 100 元，但因為可以使用抵用券 50 元，實際付出金額僅 50 元，但卻拿到了 100 元的商品。合併兩次的消費，實際花了 150 元，卻拿到了 200 元的商品，折數即為 $\frac{150}{200} = 0.75$ ，相當於打了七五折。

(二) 能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

N-4-03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。

對應的分年細目為

7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。

(N-4-03)

表 4-4 問題 2 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	N-4-03
	7-n-13
男生有達到指標人數	34
占全部男生 117 人比例(%)	29.06
女生有達到指標人數	13
占全部女生 108 人比例(%)	12.04
合計全部有達到指標人數	47
占全部 225 人比例(%)	20.89

(三) 答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 沒注意到抵用券下次消費才能使用，所以認為 100 元的消費可以直接抵用 50 元，因此是答案為五折。這樣的人，計有男生 16 人，女生 14 人，共 30 人，占總答錯人數 175 人的 17.14%，占有答題的但答錯這 72 人的 41.67%。
- (2) 以為下次消費 100 元起，才能抵用 1 張 50 元的商品抵用券的意思是下次消費了 100 元後，還要再消費 50 元，但這 50 元是可以抵用券折抵的，所以實際花了 $100+100=200$ 元，但拿到商品價值為 $100+100+50=250$ ，因此折數為 $\frac{200}{250}=0.8$ 。這樣的人，計有男生 4 人，女生 4 人，共 8 人，占總答錯人數 175 人的 4.57%，占有答題的但答錯這 72 人的 11.11%。
- (3) 搞不清楚折數的算法，直接用 $\frac{100}{50}=2$ ，答案就寫 2 折。這樣的人，計有男生 1 人，女生 2 人，共 3 人，占總答錯人數 175 人的 1.71%，占有答題的但答錯這 72 人的 4.17%。
- (4) 也有知道實際是花了 150 元，且拿到 200 元的商品，但以為折數是少付的錢的比例，所以以為答案是 $\frac{50}{200}=0.25$ ，以為折數叫做打了二五折。這樣的人，計有男生 2 人，女生 1 人，共 3 人，占總答錯人數 175 人的 1.71%，占有答題的但答錯這 72 人的 4.17%。
- (5) 不清楚實際花費與實際拿到的商品價值是多少，所以出現了 $\frac{100}{150}=0.666\dots$ (六七折)(有女生 1 位)； $\frac{150}{250}=0.6$ (六折)(有女生 1 位) 等錯誤的答案。這樣的人，計有女生 2 人，共 2 人，占總答錯人數 175 人的 1.14%，占有答題的但答錯這 72 人的 2.78%。
- (6) 空白未作答，這樣的人，計有男生 45 人，女生 58 人，共 103 人，占總答錯人數的 58.86%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

- (1) 本題的設計，是筆者觀察到社會上目前有許多商店紛紛採取類似的促銷手

法，像此題的買多少就送多少的商品抵用券，但是必須在下次消費多少才能使用，這類的行銷策略就常發生在麵包店或百貨公司，而第幾件幾折，或是買幾送幾等，就常發生在便利商店。對於折扣的計算，學生們其實並不了解究竟到底是花了多少錢，而拿到多少價值的商品，也因此當然就不知道折數到幾是幾折。老師們在教到比例的概念時，其實更應該把現實生活中這常常會遭遇到的數學問題，讓學生們了解清楚，才是真正讓學生把所學的知識應用在日常生活中。

- (2) 本題是第 2 題，有高達 103 位同學未作答，比例高達 45.78%，將近一半的學生未作答，是在第一面的試題(1~7 題)中，未作答的比例最高的！因為此題或許學生都未在課本、參考書裡看過，在看了一兩遍題目卻還沒有具體的想法後，就出現了先放著等一下再回來想的念頭。但一旦後面寫完卻沒時間回過頭來思考，這題就空白了。從此題的答題狀況，筆者也思考了一個問題，雖然老師們都是教學生在寫考卷的時候，沒看過不太會的先跳過，先把會寫的寫完再回過頭來想，但這樣的策略就一定是正確的嗎？學生們會寫的，常是比較基本的代數運算題目，但若是計算能力和速度沒那麼好的學生，寫完這些題目，可能就剩下沒多少時間了，這樣一來，要把所學的知識靈活運用在其它題目的時間就更少了。而這樣的測驗，有達到它實際的效果嗎？或許，老師們在命題時，可以多增加一些和日常生活有相關的，但是概念和算式卻是很簡單的，不過這些題目可能要有原創性，學生們在參考書上可能不容易看到，這樣的測驗，才能真正檢驗學生是否將所學的知識，靈活運用在日常生活所遭遇到的數學問題。

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率只有 22.22%，在 225 個學生當中，有 50 個答對，其中男生有 37 人，女生更只有 13 人。以男女的答題狀況來看，男生的答對率，比女生高很多，

男女的答題統計如下：

表 4-5 問題 2 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	37	13	50
答錯人數	80	95	175
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	31.62	12.04	
答錯占比例(%)	68.38	87.96	

從數據顯示，雖然現今社會中，女生購買東西的次數比男生來的多，但男生比起女生對於折扣的比例觀念，卻還要來的更清楚。

(六) 答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 3.617，t 值大於 2，p 值為 0.000，小於 α 值 0.05，落入拒絕區，故拒絕虛無假設，接受對立假設，即男生與女生在本題的解題能力有顯著差異。

[問題 3] 解一元一次不等式 $5 - \frac{2-5x}{3} < \frac{5x-3}{2}$ ，並在數線上畫出解的範圍。

(一) 解法

本題大致上的解法都大同小異，主要的方法，大概可分一開始是先同乘以 6 讓分母消失，或是先移項通分這兩種做法。

(1) 不等式兩邊先同乘以 6

$$30 - 2(2 - 5x) < 3(5x - 3)$$

再去括號展開

$$30 - 4 + 10x < 15x - 9$$

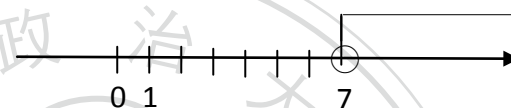
移項後同類項合併

$$30 - 4 + 9 < 15x - 10x$$

$$35 < 5x$$

$$7 < x$$

圖形



(2) 直接移項，通分化簡

$$\begin{aligned} 5 &< \frac{5x-3}{2} + \frac{2-5x}{3} \\ 5 &< \frac{3(5x-3)}{6} + \frac{2(2-5x)}{6} \\ 5 &< \frac{15x-9+4-10x}{6} \end{aligned}$$

再把不等式兩邊同乘以 6

$$30 < 15x - 9 + 4 - 10x$$

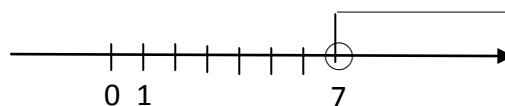
最後移項同類項合併求解

$$30 + 9 - 4 < 15x - 10x$$

$$35 < 5x$$

$$7 < x$$

圖形



(二) 能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。

對應的分年細目為

7-a-17 能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。(A-4-08)

補充說明：

- (1) 本測驗出一元一次不等式的題目，而沒有出單獨解一元一次方程式的題目，是因為能解出一元一次不等式的範圍，就一定具備有解一元一次方程式的能力，但解得出一元一次方程式的人，或許會在解一元一次不等式的過程當中，忽略了同乘或同除一個負數時，不等式必須要變號，或者是原本不等式不包含等號，到最後卻加了等號；也可能是原本不等式包含等號，到最後卻漏寫了等號。所以，在測驗題目有限的情形下，筆者選擇了以一元一次不等式來檢驗學生們的解題能力。
- (2) 題目後面加註在數線上畫出解的範圍，是要看學生是否能將代數的解，轉化在數線坐標上。這一題也是所有題目中，學生感到最熟悉的，一方面屬純代數的題目，一方面也不需做過多的思考即可以解答，因此也可以順便檢驗，有多少的學生在解題時，是沒有看清楚題目就直接作答。

表 4-6 問題 3 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-08
	7-a-17
男生有達到指標人數	39
占全部男生 117 人比例(%)	33.33
女生有達到指標人數	42
占全部女生 108 人比例(%)	38.89
合計全部有達到指標人數	81
占全部 225 人比例(%)	36.00

(三) 答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 在 $30 - 2(2 - 5x) < 3(5x - 3)$ 的式子中，要將 -2 乘入 $(2 - 5x)$ ，前面記得變號，但在 $(-2) \cdot (-5x)$ 時，卻沒有把 (-2) 的負號也一起乘進來，忘了變號，所以變成 $-4 - 10x$ ，最後解出答案 $\frac{7}{5} < x$ 。這樣的人，計有男生 4 人，女生 3 人，共 7 人，占總答錯人數 153 人的 4.58%，占有答題的但答錯這 77 人的 9.09%。
- (2) 在計算過程中，有將等式兩邊同乘以 -1 ，但卻沒有將不等式變號，最後解出答案 $x < 7$ 。這樣的人，計有男生 2 人，女生 1 人，共 3 人，占總答錯人數 153 人的 1.96%，占有答題的但答錯這 77 人的 3.90%。
- (3) 不等式兩邊同乘以 6 時，分數的式子都記得乘，但 5 卻沒有乘以 6，最後解出答案 $x > 2$ ，這樣的人計有 C 校男生 1 位；D 校女生 1 位。這樣的人，計有男生 1 人，女生 1 人，共 2 人，占總答錯人數 153 人的 1.31%，占有答題的但答錯這 77 人的 2.60%。
- (4) 不等式的解 $x > 7$ 寫對了，但圖形的範圍方向畫反了，畫成 $x < 7$ 的圖形。這樣的人，計有男生 4 人，女生 4 人，共 8 人，占總答錯人數 153 人的 5.23%，占有答題的但答錯這 77 人的 10.39%。
- (5) 不等式的解 $x > 7$ 寫對了，但沒有畫圖形。這樣的人，計有男生 2 人，女生 5 人，共 7 人，占總答錯人數 153 人的 4.58%，占有答題的但答錯這 77 人的 9.09%。
- (6) 不等式的解 $x > 7$ 寫對了，也畫了圖形，但圖形的範圍並不是標在 7 上面，差了好幾個單位。這樣錯誤的人計有 C 校有男生 1 位；D 校女生 1 位；E 校女生 1 位。總計男生共有 1 位，女生有 2 位。這樣的人，計有男生 1 人，女生 2 人，共 3 人，占總答錯人數 153 人的 1.96%，占有答題的但答錯這 77 人的 3.90%。
- (7) 空白未作答，這樣的人，計有男生 39 人，女生 37 人，共 76 人，占總答錯

人數的 49.67%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

- (1) 本題作答但答錯的人數有 77 人，占總測驗人數的比例為 34.22%，未作答的人數有 76 人，占總測驗人數的比例為 33.78%，從數據顯示，約有三分之一的人在計算上還是有概念不清楚的地方，而最後約三分之一的人，連作答的動力都沒有，即使該題已經是最不需要動腦筋特別思考的題目，仍然還是有許多學生選擇放棄。但是這種分數型的方程式或不等式，是不能放棄的，所有版本的課本都有列出這種型式的題型。因為有了這樣解題能力，在往後的國中、高中理科內容，是經常會用到這部分的觀念。這就好像加減乘除的運算在數學中，扮演不能或缺的角色，是一樣的道理。這是個基本能力，在往後的學科內容，甚至畢業後創業投資做生意，都可能會運用到這一方面的知識。
- (2) 在有作答但做錯的學生當中，發生老師比較熟悉的單一錯誤類型(像以上所提到的錯誤原因)的，其實為數並不多，大部分錯誤的學生，都是有兩三種以上錯誤的觀念結合在一起。所以往後若要提升學生的方程式、不等式解題能力，在一開始測驗的試題，就必須只有簡單的一個或兩個觀念，不過可以出很多題用到不同觀念的題目，讓學生們完全了解各個概念後，再出現比較多概念聯結的題目。

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率為 32%，在 225 個學生當中，有 72 個答對，男女生剛好各有 36 人。以男女的答題狀況來看，男生和女生的答對比例沒什麼差異，男女的答題統計如下：

表 4-7 問題 3 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	36	36	72
答錯人數	81	72	153
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	30.77	33.33	
答錯占比例(%)	69.23	66.67	

(六) 答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 -0.410，t 的絕對值小於 2，p 值為 0.682，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 4] 媽媽帶著一張 500 元的鈔票到銀行換錢，打算將 500 元全部換成 20 元和 50 元的硬幣(2 種都要有)。若 20 元的硬幣有 a 個，50 元的有 b 個，但因為媽媽的零錢包很小，所以 $a+b$ 必須小於 15。求 $|a-b|=?$

(一) 解法

常見的方法有兩種，一種是去找出 a 和 b 的範圍，再去求解，另一種則是直接找出所有的可能，再把不在範圍內($a+b \geq 15$)的捨去

(1) 列出一個方程式和一個不等式

$$\begin{cases} 20a + 50b = 500 \\ a + b < 15 \end{cases}$$

將方程式化簡並移項，以 a 來表示 b

$$\begin{aligned} 20a + 50b &= 500 \\ 2a + 5b &= 50 \\ 2a &= 50 - 5b \\ a &= \frac{50 - 5b}{2} \end{aligned}$$

再帶入不等式中求解

$$\begin{aligned} a + b &< 15 \\ \frac{50 - 5b}{2} + b &< 15 \end{aligned}$$

$$50 - 5b + 2b < 30$$

$$50 - 30 < 5b - 2b$$

$$20 < 3b$$

$$6\frac{2}{3} = \frac{20}{3} < b$$

再找出 a 的範圍

$$\frac{-100}{3} > -5b$$

$$50 - \frac{100}{3} > 50 - 5b$$

$$8\frac{1}{3} = \frac{25}{3} > \frac{50 - 5b}{2} = a$$

從範圍中找到唯一的一組解

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 8 \end{cases}$$

所以

$$|a - b| = |5 - 8| = |-3| = 3$$

(2) 直接找出 $20a + 50b = 500$ 的所有正整數解

a	20	15	10	5
b	2	4	6	8

再把 $a + b \geq 15$ 的捨去，最後只剩下

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 8 \end{cases}$$

所以

$$|a - b| = |5 - 8| = |-3| = 3$$

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-03 能用 x 、 y 、...符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-09 能理解二元一次方程式的意義。

對應的分年細目為

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

補充說明：

- (1) 用上述第二種解法的同學，就很少寫出方程式和不等式。但心中應還是會列方程式和不等式，所以最後才能解出答案來。
- (2) 有許多同學並未把所有解找出來再把不合的刪掉，而是只有直接出現一組解，或是只寫出兩組解然後把不合的那組刪掉，因此也很難判別究竟學生是只找到一組合理的解就停止了，還是真的有把解都檢驗，不合的都刪除。由於這樣的人數相當多，合計男生有 46 人，女生有 40 人，共 86 人，占答對總人數 124 位的 69.35%。這是筆者設計題目上，可以再加強的地方。

表 4-8 問題 4 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-03、A-4-09
達標人數與比例	7-a-06
男生有達到指標人數	60
占全部男生 117 人比例(%)	51.28
女生有達到指標人數	42
占全部女生 108 人比例(%)	38.89
合計全部有達到指標人數	102
占全部 225 人比例(%)	45.33

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 已經把方程式和不等式列出來，也解出了 a 或 b 的範圍，但接下來卻不知道該怎麼做。這樣的人，計有男生 3 人，女生 2 人，共 5 人。占總答錯人數 101 人的 4.95%，占有答題但答錯這 56 人的 8.93%。
- (2) 已經把方程式和不等式列出來了，但一個是方程式，一個是不等式，不知如何結合在一起運算。所以找不出 a 或 b 的範圍。這樣的人，計有男生 11 人，女生 3 人，共 14 人。占總答錯人數 101 人的 13.86%，占有答題但答錯這 56 人的 25%。
- (3) 沒注意到題目有規定 2 種都要有，所以多出了一組解 $\begin{cases} a = 0 \\ b = 10 \end{cases}$ ，因此 $|a - b|$ 的答案變成 10。這樣的人，只有女生 1 人。占總答錯人數 101 人的 0.99%，占有答題但答錯這 56 人的 1.79%。
- (4) 沒注意到 $a + b$ 必須小於 15 這個條件，所以把所有的可能都列出來，使得答案變成四個。這樣的人，只有女生 1 人。占總答錯人數 101 人的 0.99%，占有答題但答錯這 56 人的 1.79%。

(5) 空白未作答，這樣的人，計有男生 18 人，女生 27 人，共 45 人，占總答錯人數的 44.55%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

- (1) 此題的答題方法，以筆者提出的第一種解法的人，只有 4 位男生，2 位女生。總人數才只有 6 人。而使用第二種方法的人數，卻有 17 位男生，15 位女生。全部共計 32 人。從此題的表現來看，雖然第一種方法可以嚴謹的把範圍找出來，但對於學生來說，解這類的不等式需要花費不少時間，反而找全部的正整數解相對來的快許多，因此往後在教這方面的類題，可以朝這方向說明，學生的接受度會比較高。
- (2) 本題的答對率有五成以上，在這份試卷中，是屬於比較簡單的題目，也因為題目是用「錢」當例子，同學們比較熟悉，許多最後只答對一、兩題的同學，都是在這一題答對。因此往後在教學的內容中，多多善用「錢」當作例子，學生們的接受度會比較高。

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率有 55.11%，在 225 個學生當中，有 124 個答對，其中男生有 66 人，女生有 58 人。以男女的答題狀況來看，男生的答對率，和女生沒有多大的差別。男女的答題統計如下：

表 4-9 問題 4 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	66	58	124
答錯人數	51	50	101
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	56.41	53.70	
答錯占比例(%)	43.59	46.30	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.406，t 值小於 2，p 值為 0.685，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 5] 有間歷史悠久的學校舉辦校慶，請來歷任校長的其中 3 位，已知這 3 人中任 2 位的年齡總和分別為 168 歲、179 歲、175 歲。求這 3 位校長當中，年齡最大的與年齡最小的差幾歲？

(一)解法

此題學生的解法，大約分成兩大類，一種是把三個人的歲數都求出來，再去求年齡最大的與年齡最小的差距；另一種是直接從總和的三個量，可以直接求出最大的與年齡最小的差距。

解法一、

假設三人的年紀，由小到大分別為 a 歲、 b 歲、 c 歲，由於兩兩相加的年齡和有三種可能，所以加起來最小的 168 歲一定是最小的兩個相加；加起來最大的 179 歲一定是最大的兩個相加，而剩下的 175 歲則是最大的與最小的相加。因此可列出方程式

$$\begin{cases} a+b=168 \\ b+c=179 \\ a+c=175 \end{cases}$$

在解方程式的方法，大概又分成三種：

(1) 此種方法比較特殊，儘適用於極少數的題型。將三個式子相加，可得

$$2a+2b+2c=168+179+175=522$$

將式子除以 2，可得

$$a+b+c=261$$

將此式減掉题目的三個式子，就可以分別得到 a 、 b 、 c

$$(a+b+c)-(a+b)=c=261-168=93$$

$$(a+b+c)-(b+c)=a=261-179=82$$

$$(a+b+c)-(a+c)=b=261-175=86$$

(最後一式的 b 值可不用求出來)

則最大與最小的差距即為 $c-a=93-82=11$ (歲)

(2) 將列出的三個式子其中兩個相減，可消掉其中一個未知數：

$$(a+b)-(b+c)=a-c=168-179=-11$$

再與剩下的另一個式子去解二元一次聯立方程式：

$$\begin{cases} a-c=-11 \\ a+c=175 \end{cases}$$

兩式相加

$$(a-c)+(a+c)=2a=-11+175=164$$

$$a=82$$

再代入一開始列出的第一式求 b ，第三式求 c (其實 b 可以不用求出來)：

$$82 + b = 168$$

$$b = 168 - 82 = 86$$

$$82 + c = 175$$

$$c = 175 - 82 = 93$$

則最大與最小的差距即為 $c - a = 93 - 82 = 11$ (歲)

(3) 用代入消去法的觀念解題：

從列出的第一個方程式移項，可用 b 來表示 a

$$a + b = 168$$

$$a = 168 - b$$

從列出的第二個方程式移項，可用 b 來表示 c

$$b + c = 179$$

$$c = 179 - b$$

再將上面的兩個式子代入一開始列出的第三式，即可將式子化簡為一元一次方程式，可求出 b

$$a + c = 175$$

$$(168 - b) + (179 - b) = 175$$

$$347 - 2b = 175$$

$$2b = 172$$

$$b = 86$$

再代入前面以 b 表示 a 和 c 的式子，即可求出 a 和 c

$$a = 168 - 86 = 82$$

$$c = 179 - 86 = 93$$

則最大與最小的差距即為 $c - a = 93 - 82 = 11$ (歲)

在解法一的第 1 種解方程式的方法，各校中，計有 A 校有男生 9 人，女生 12 人；B 校有男生 10 人，女生 7 人；C 校有男生 2 人，女生 2 人；D 校有男生 4 人，女生 3 人；E 校有男生 3 人，女生 4 人。總計男生有 28 人，女生有 28 人，共 56 人。

在解法一的第 2 種解方程式的方法，各校中，計有 A 校有女生 1 人；B 校有

女生 1 人；C 校有男生 2 人，女生 2 人；D 校有男生 2 人，女生 1 人；E 校有男生 1 人，女生 2 人。總計男生有 5 人，女生有 7 人，共 12 人。

在解法一的第 3 種解方程式的方法，各校中，計有 C 校有男生 1 人，女生 1 人；D 校有男生 1 人；E 校有男生 1 人，女生 1 人。總計男生有 3 人，女生 2 人，共 5 人。

解法二、

由於三個人的年齡兩兩相加的和有三種可能，所以加起來最小的 168 歲一定是最小的兩個相加；加起來最大的 179 歲一定是最大的兩個相加，而剩下的 175 歲則是最大的和最小的相加，所以直接算出 179 歲與 168 歲的差距，即是年齡最大的與年齡最小的差距。因此算式只有一個：

$$179 - 168 = 11(\text{歲})$$

用這者種解法的學生，各校中，計有 A 校有男生 2 人，女生 1 人；B 校有男生 1 人，女生 2 人；C 校有男生 9 人，女生 3 人；D 校有男生 10 人，女生 12 人；E 校有男生 9 人，女生 3 人。總計男生有 31 人，女生有 21 人，共 52 人。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-03 能用 x 、 y 、...符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-06 能理解解題的一般過程，知道解出方程式或不等式後，還要驗算其解的合理性。

A-4-12 能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。

對應的分年細目為

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方

程式。(A-4-03、A-4-06)

7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。(A-4-12)

補充說明：

(1) 本題的設計，主要是要看學生用什麼樣的解法，雖然答案用很多方法都可以求的出來，但解題的速度就相差很多。如果是依照上述解法一的方法，在解題的過程中也未發現只要求出 $c - a$ 即可，不需算出 c 和 a 分別的值這樣的話，就必須要想辦法去解出三元一次聯立方程式。而這當中，就有人會用加減消去法解題，有人會用代入消去法解題，甚至是像此題有更特殊的解法來解題。從數據上來看，A 校和 B 校兩校的學生用特殊解法解題的相對多很多，而 CDE 三校用特殊解法和一般用加減消去法及代入消去法的人數卻相差無幾。若將使用代入消去法與加減消去法的人數比較，也可看出使用加減消去法的學生比較多，顯示一般學生最後還是比較習慣用加減消去法來解題。

(2) 本題的設計，是參考 96 年第二次國中基測數學第 22 題改編而成，該題的題目為：

小亞 有紅牌 16 張，黑牌 18 張，混合後分成甲、乙兩堆。若甲堆比乙堆多 12 張，且甲堆中的紅牌比乙堆中的黑牌多 5 張，則甲堆中的黑牌比乙堆中的紅牌多幾張？

當年主要考的觀念，不要學生解複雜的方程式，也不需要列出一堆未知數，只要學生發現所求其實只是兩個量之間的差，就可以輕易的算出答案為 $12 - 5 = 7$ (張)。

基測的試題裡有 4 個未知數，即甲堆的紅牌、甲堆的黑牌、乙堆的紅牌、乙堆的黑牌。若要列出式子，對習慣解只有兩個未知數之二元一次聯立方程式的國中生而言，要從四個未知數中去求得題目的答案，並非如此容易，但這並不是題目所希望的。而筆者在設計此題時，將此題要測驗的觀念保留，但

未知數減少為 3 個，也可以順便檢驗學生若是要解方程式，解題的方法為何？

- (3) 在下列各能力指標的達到人數表，可以看出要解出此題，並不需要每一個能力指標都達到，而從各能力指標的人數，也可以大略看出各校學生的解題情形。

表 4-10 問題 5 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-03	A-4-06	A-4-12
達標人數與比例	7-a-06		7-a-08
男生有達到指標人數	70		61
占全部男生 117 人比例(%)	59.83		52.14
女生有達到指標人數	66		53
占全部女生 108 人比例(%)	61.11		49.07
合計全部有達到指標人數	136		114
占全部 225 人比例(%)	60.44		50.67

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 只列出方程式，或許是三元一次方程式，但不知要如何解方程式。接著就沒再作答。這樣的人，計有男生 10 人，女生 14 人，共 24 人。占總答錯人數 97 人的 24.74%，占有答題但答錯這 57 人的 42.11%。
- (2) 列出方程式了，也寫了解題的算式，但最後未能把方程式的解求出來。這樣的人，計有男生 6 人，女生 6 人，共 12 人。占總答錯人數 97 人的 12.37%，占有答題但答錯這 57 人的 21.05%。
- (3) 列出方程式了，也求出了三個未知數的答案，但沒看清楚題目問的，有的直接把最大和最小的兩個值寫出來，有的只寫了一個。這樣的人，計有男生 2

人，女生 1 人，共 3 人。占總答錯人數 97 人的 3.09%，占有答題但答錯這 57 人的 5.26%。

(4) 空白未作答，這樣的人，計有男生 20 人，女生 20 人，共 40 人，占總答錯人數的 41.24%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

從本題學生的解法來看，可以發現 A、B 兩個位於都會區市中心的學校，學生遇到這種三元一次聯立方程式的題目，解題的技巧是比 C、D、E 三校來的好，但是都會區學校學生比起其他學校的學生練習了更多的解方程式題目，但長久下來，造就了 A、B 兩校的學生可能看到題目的思考模式就是看到題目就列方程式求解，並未去探討是否有更快或其他不同的解法，結果反而須花更多的時間和技巧來解這樣的題目。相對的 C、D、E 三校的學生，或許在學解方程式的單元時，沒有像 A、B 兩校的學生寫了大量的題目來演練，但卻因此更能思考是否有更快、不需解方程式就能求出答案的方法，所以反而能想出比較快且比較好的方法來。此外，由於這份試卷並不容易，中下程度的學生普遍表現不佳，但許多答對一兩題的學生，都答對了這一題。這告訴了我們老師們一個警訊：是否我們在教解方程式這個單元時，把學生訓練成了解題的機器，只會循著既定的模式來解題，但卻忽略了數學解題的一個重要過程—思考！等於是把學生越教越笨！這一點值得我們老師們深思！

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率在本測驗所有題目中最高的，答對率有 56.89%。在 225 個學生當中，有 128 個答對，其中有 68 位男生，60 位女生。以男女的答題狀況來看，男女的表現幾乎沒有什麼差別。男女的答題統計如下：

表 4-11 問題 5 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	68	60	128
答錯人數	49	48	97
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	58.12	55.56	
答錯占比例(%)	41.88	44.44	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.368，t 值小於 2，p 值為 0.700，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 6] 一次函數 $3x = 4y + k$ 的圖形通過 $(-\frac{4}{3}, 2)$ ，求此函數圖形與 $3x - 2y = 0$ 及 x 軸所圍出的三角形面積是多少？

(一)解法

此題的解法比較固定，必須先求出 k 值，然後再求出三條直線兩兩的交點坐標，最後求出此三點所圍出的三角形面積。

首先，由於 $3x = 4y + k$ 的圖形通過 $(-\frac{4}{3}, 2)$ ，於是把 $(-\frac{4}{3}, 2)$ 代入 $3x = 4y + k$ ，可

求出 k 值：

$$\begin{aligned}
 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) &= 4 \times 2 + k \\
 -4 &= 8 + k \\
 k &= -12
 \end{aligned}$$

再求出三條直線 $3x = 4y - 12$ 、 $3x - 2y = 0$ 及 x 軸(即 $y = 0$)兩兩直線的交點坐標：

$$\begin{cases} 3x = 4y - 12 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

第一式代入第二式

$$\begin{aligned}
 4y - 12 - 2y &= 0 \\
 2y &= 12 \\
 y &= 6 \\
 3x &= 4 \times 6 - 12 = 12 \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

第一個交點坐標為 (4,6)

$$\begin{cases} 3x = 4y - 12 \\ y = 0 \end{cases}$$

第二式代入第一式

$$\begin{aligned}
 3x &= -12 \\
 x &= -4
 \end{aligned}$$

第二個交點坐標為 (-4,0)

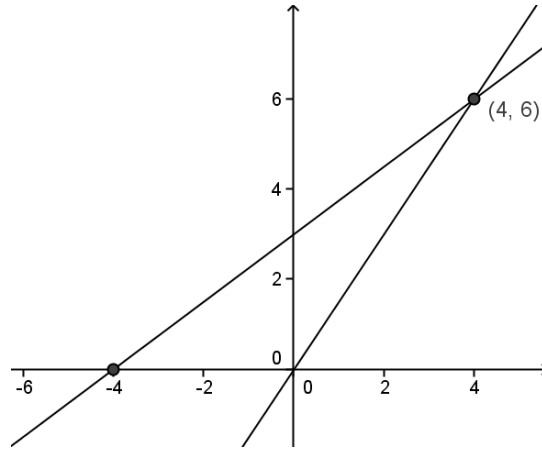
$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

第二式代入第一式

$$\begin{aligned}
 3x &= 0 \\
 x &= 0
 \end{aligned}$$

第三個交點坐標為 (0,0)

三個坐標即為三角形的三個頂點，因此可畫出圖形



從圖形可看出三角形的底為 $(0,0)$ 和 $(-4,0)$ 的距離，即 $0 - (-4) = 4$ ，高為 $(4,6)$ 到 x 軸的距離，即為 6 ，因此面積為

$$4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12 (\text{平方單位})$$

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-11 能在坐標平面上，畫出一次函數或二元一次方程式的圖形。

A-4-12 能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。

S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。

對應的分年細目為

7-a-13 能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。(A-4-11)

7-a-14 能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。(A-4-12)

8-s-19 能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。(S-4-04)

補充說明：

設計此題，主要要測驗學生是否能將好幾個能力結合，才能解出此題的答案。首先，必須要先知道直線通過某個坐標，即代表這個坐標的值代入方程式，能讓方程式的等號成立，也因此可以求出未知係數 k 。再來，必須要能了解二元一次聯立方程式解所代表的幾何意義，即兩直線的交點坐標，然而，便能在直角

坐標平面上描繪出二元一次方程式的圖形，最後就可計算出三條直線所圍成的三角形面積。程度很好的學生，有極少數並未將圖形畫出來，而是在腦中描繪圖形，直接算出三角形底和高的長度。這樣的人總計有男生 4 位，女生 1 位，共 5 位。

表 4-12 問題 6 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-11	A-4-12	S-4-04
	7-a-13	7-a-14	8-s-19
達標人數與比例			
男生有達到指標人數	24	28	26
占全部男生 117 人比例(%)	20.51	23.93	22.22
女生有達到指標人數	14	18	18
占全部女生 108 人比例(%)	12.96	16.67	16.67
合計全部有達到指標人數	38	46	44
占全部 225 人比例(%)	16.89	20.44	19.56

(三) 答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 將 $(-\frac{4}{3}, 2)$ 代入 $3x = 4y + k$ 求 k 值時，因為解一元一次方程式移項的觀念不熟，而計算錯 k 值。這樣的人，計有男生 4 人，女生 2 人，共 6 人。占總答錯人數 183 人的 3.28%，占有答題但答錯這 94 人的 6.38%。
- (2) k 值為 -12 有計算出來，但接下來不知如何計算。這樣的人，計有男生 25 人，女生 20 人，共 45 人。占總答錯人數 183 人的 24.59%，占有答題但答錯這 94 人的 47.87%。
- (3) 有算出 k 值，進而有找出 $3x = 4y + k$ 與 x 軸的交點 $(-4, 0)$ ，但未能求出其他的交點坐標。這樣的人，計有男生 8 人，女生 6 人，共 14 人。占總答錯人數 183 人的 7.65%，占有答題但答錯這 94 人的 14.89%。

- (4) 沒將題目看清楚，以為是常考的 $3x = 4y + k$ 與兩軸所圍出的三角形面積，所以算錯了交點坐標變成了(0,3)，因此最後答案變成了 $4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6$ (平方單位)。這樣的人，計有男生 6 人，女生 11 人，共 17 人。占總答錯人數 183 人的 9.29%，占有答題但答錯這 94 人的 18.09%。
- (5) 雖然最後的答案是對的，但在解三個交點坐標時，坐標的正負號搞錯了，例如(-4,0)解成了(4,0)，或是(4,6)解成了(4,-6)，不過最後沒有影響到答案，但解題的內容本質上還是錯誤了。這樣的人，計有男生 2 人，女生 2 人，共 4 人。占總答錯人數 183 人的 2.19%，占有答題但答錯這 94 人的 4.26%。
- (6) 空白未作答，這樣的人，計有男生 44 人，女生 45 人，共 89 人，占總答錯人數的 48.63%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

此題的考試內容，其實在課本都很常見，只是在課本的題目是將此題拆開成三題來考，如果此題只有求 k 值，或是只有求交點坐標，或是只求三個不共線的坐標所圍成的三角形面積，答對的人數將會增加許多，但如果在同一題考了三個觀念，許多學生就無法將所學的知識組合起來，當然也就解不出答案來。因此，我們在教函數圖形的章節時，應該多和前面的直線方程式，以及後面幾何圖形面積觀念多加以結合，讓他們了解在數學的許多觀念，都是互相連貫的，前面許多章節的觀念必須都清楚之後，才能繼續學習往後的單元。

(五) 不同性別的答題情形

本題的答對率只有 18.67%，在 225 個學生當中，只有 42 個答對，其中有 24 位男生，18 位女生。以男女的答題狀況來看，男生的答對率，略比女生好一點點，但沒有多大的差別。男女的答題統計如下：

表 4-13 問題 6 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	24	18	42
答錯人數	93	90	183
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	20.51	16.67	
答錯占比例(%)	79.49	83.33	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.737，t 值小於 2，p 值為 0.462，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 7] 快樂中學 舉辦畢業旅行，晚上包下 台灣大飯店，全部的同學都住在裡面。若全部的房間每間都住 4 人，則還有 10 位同學沒有房間住。若全部的房間每間都住 5 人，則還剩 1 間空房間沒人住，且住人的房間中，有一間只住了 3 個人。求全部的學生總共有多少人？飯店總共有幾間房間？

(一)解法

從學生此題的解法，主要分成以一元一次方程式解題，或列出二元一次聯立方程

式來解題。

(1)一元一次方程式的解題方法：

假設房間共有 x 間，從第一個條件，全部的房間每間都住 4 人，則還有 10 位同學沒有房間住，可以知道全部的學生共有 $(4x+10)$ 人，從第二個條件，全部的房間每間都住 5 人，則還剩 1 間空房間沒人住，表示有 $(x-1)$ 間有住人，而住人的房間中，有一間只住了 3 個人這個條件，表示在 $(x-1)$ 間房間中，有一間只住了 3 個人，同時也代表剩下的 $(x-2)$ 間房間是住滿的，所以全部的學生有 $[5(x-2)+3]$ 人。因此可列出一元一次方程式，並可求出解：

$$4x+10=5(x-2)+3$$

$$4x+10=5x-10+3$$

$$10+10-3=5x-4x$$

$$17=x$$

則學生總共有 $4 \times 17 + 10 = 78$ (人)

(2)二元一次聯立方程式的解題方法：

假設房間共有 x 間，學生總共有 y 人，從第一個條件，全部的房間每間都住 4 人，則還有 10 位同學沒有房間住，可列出

$$4x+10=y$$

從第二個條件，全部的房間每間都住 5 人，則還剩 1 間空房間沒人住，表示有 $(x-1)$ 間有住人，而住人的房間中，有一間只住了 3 個人這個條件，表示在 $(x-1)$ 間房間中，有一間只住了 3 個人，同時也代表剩下的 $(x-2)$ 間房間是住滿的，因此可列出

$$5(x-2)+3=y$$

得出的二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} 4x+10=y \\ 5(x-2)+3=y \end{cases}$$

可直接用代入消去法解，接下來的算式其實就和一元一次方程式一樣：

$$4x + 10 = 5(x - 2) + 3$$

$$4x + 10 = 5x - 10 + 3$$

$$10 + 10 - 3 = 5x - 4x$$

$$17 = x$$

則學生總共有 $4 \times 17 + 10 = 78$ (人)

以一元一次方程式來解題並答對的人，總計男生有 37 位，女生有 25 位，共 62 位，占答對人數 79 人的 78.48%；以二元一次聯立方程式來解題並答對的人，總計男生有 8 位，女生有 9 位，共 17 位，占答對人數 79 人的 21.52%。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-03 能用 x 、 y 、...符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-05 能理解等量公理的意義，並做應用。

A-4-06 能理解解題的一般過程，知道解出方程式或不等式後，還要驗算其解的合理性。

A-4-07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。

對應的分年細目為

7-a-03 能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。(A-4-03、A-4-06、A-4-07)

7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。(A-4-05、A-4-07)

7-a-05 能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。(A-4-07)

補充說明：

(1) 設計此題的想法，是把學生一般常見的最後一間沒住滿，改成有一間空房間沒人住，且有住人的房間中，有一間只住了 3 個人。這樣的改變主要是要測

驗學生是否真的了解學生的總數與房間數的關係，並且設計這個數字，是要讓許多列錯等式的學生，仍然能算出一個漂亮的整數答案，若算出來是一個非整數的答案，他可能就會去思考是否有哪裡是錯誤的。如此，就比較難判別學生一開始的想法是否有問題。因此，設計了這樣的數字，比較能看出學生是否真正了解題意，進而列出正確的方程式求解。

- (2) 從下列的能力指標統計，可發現學生在解一元一次方程式時，已經不再使用寫得很清楚的等量公理，而是使用等量公理的結論—移項法則來解一元一次方程式。而在列式的方法上，像此題這種比較容易用一個未知數來表是另一個量的題目，同學們還是比較習慣直接以一元一次方程式來解題。

表 4-14 問題 7 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-03	A-4-05	A-4-07
	A-4-06	A-4-07	
	A-4-07		
	7-a-03	7-a-04	7-a-05
男生有達到指標人數	51	0	42
占全部男生 117 人比例(%)	43.59	0.00	35.90
女生有達到指標人數	37	0	27
占全部女生 108 人比例(%)	34.26	0.00	25.00
合計全部有達到指標人數	88	0	69
占全部 225 人比例(%)	39.11	0.00	30.67

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 方程式列對，但解方程式計算錯誤。這樣的人，計有男生 4 人，女生 3 人，

共 7 人。占總答錯人數 146 人的 4.79%，占有答題但答錯這 66 人的 10.61%。

(2) 方程式列錯，而算出不對的答案。列錯較多的有以下幾個：

$$4x + 10 = 5(x - 1) + 3 \text{ (有 5 人為這樣列式)}$$

$$4x + 10 = 5x + 1 - 2 \text{ (有 2 人為這樣列式)}$$

$$4x + 10 = 5x - 6 \text{ (有 2 人為這樣列式)}$$

$$4x + 10 = 5x + 1 \text{ (有 2 人為這樣列式)}$$

$$4x + 10 = 5x - 3 \text{ (有 2 人為這樣列式)}$$

$$4x + 10 = 5x - 1 \text{ (有 2 人為這樣列式)}$$

另外仍有其他錯誤的方程式，只是種類繁多，而且都是只有 1 人是這樣列式，就不再一一列出。總計方程式列錯的人計有男生 12 位，女生 15 位，共 27 位。占總答錯人數 146 人的 18.49%，占有答題但答錯這 66 人的 40.91%。

(3) 房間數算對了，但在計算學生數時，不小心算錯了。這樣的人，計有男生 2 人，女生 1 人，共 3 人。占總答錯人數 146 人的 2.05%，占有答題但答錯這 66 人的 4.55%。

(4) 空白未作答，這樣的人，計有男生 34 人，女生 46 人，共 80 人，占總答錯人數的 54.79%。

(四) 從答題狀況思考如何加強往後教學的方向

由於此題的列式觀念和一般常見的題目有點不同，題目把一間住了 3 人和有一間空房間這兩個條件合併在一起，不像常見的題目只會出現這兩個條件其中一種，因此學生有些人就無法順利列出方程式。從這個情況看來，也提醒了老師們，在測驗數學的每一個單元時，不要只是教導那些參考書、講義和課本都時常出現的考古題，以免學生到後來都用背的在解題，並未真正了解題目中的含意，老師們也應該多提供條件看起來很類似，但用到的觀念卻有所不同的題目，來讓學生練習，刺激他們的思考，不要讓某些題型限制並僵化了學生的思考方向與模式。

這樣往後面對幾乎沒有看過的題目時，學生自然比較能多去思考，從已知的觀念去組合出解法。

(五)不同性別的答題情形

本題的答對率為 35.11%，在 225 個學生當中，有 79 個答對，其中有 46 位男生，33 位女生，以男女的答題狀況來看，男生的答對率，比女生高了一點，但沒有到非常明顯的差距。男女的答題統計如下：

表 4-15 問題 7 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	46	33	79
答錯人數	71	75	146
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	39.32	30.56	
答錯占比例(%)	60.68	69.44	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 1.375，t 值小於 2，p 值為 0.170，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 8] 在天文學上，1AU，即 1 天文單位，指的是太陽到地球的平均距離，
 $1\text{AU} \doteq 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 。而最近很常討論的奈米，其實也是長度單位，1 奈
米 $= 10^{-9} \text{ m}$ 。如果太空中有 2 個星球的距離是 20AU，若把 1AU 當成
 $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ ，則這兩個星球的距離是多少奈米？(請用科學記號表示)

(一)解法

先算出 20AU 有多少 km

$$20 \times 1.5 \times 10^8 = 30 \times 10^8 = 3 \times 10^9$$

再換算成有多少公尺

$$3 \times 10^9 \times 10^3 = 3 \times 10^{12}$$

再換算成有多少奈米

$$\frac{3 \times 10^{12}}{10^{-9}} = 3 \times 10^{12} \times 10^9 = 3 \times 10^{21}$$

答案即為 3×10^{21} 奈米

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

N-4-09 能認識指數的記號與指數律。

N-4-10 能認識科學記號。

對應的分年細目為

7-n-10 能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。(N-4-09)

7-n-11 能理解同底數的相乘或相除的指數律。(N-4-09)

7-n-12 能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。(N-4-10)

補充說明：

本題的設計，是希望學生能將數學所學的知識，應用在其他相關科目上，如

常見的理化、地科等科目，而本題即是把地科中的天文單位 AU，結合理化科目前最熱門的奈米，利用數學中科學記號的知識，去把兩個單位做連結。

表 4-16 問題 8 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	N-4-09		N-4-10
	7-n-10	7-n-11	7-n-12
達標人數與比例			
男生有達到指標人數	50	43	52
占全部男生 117 人比例(%)	42.74	36.75	44.44
女生有達到指標人數	38	30	38
占全部女生 108 人比例(%)	35.19	27.78	35.19
合計全部有達到指標人數	88	73	90
占全部 225 人比例(%)	39.11	32.44	40

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 沒有把公里換算成公尺，直接把 3×10^9 除以 10^{-9} 而得到答案 3×10^{18} ，這樣的人，計有男生 14 人，女生 13 人，共 27 人，占總答錯人數 178 人的 15.17%，占有答題的但答錯這 78 人的 34.62%。
- (2) 只算出 $20\text{AU} = 3 \times 10^9 \text{ km}$ ，但未繼續往下計算，就直接寫答案為 3×10^9 奈米，這樣的人，計有男生 4 人，女生 4 人，共 8 人。占總答錯人數 178 人的 4.49%，占有答題但答錯這 78 人的 10.26%。
- (3) 有算出 $1\text{AU} = 1.5 \times 10^{20} \text{ nm}$ ，但沒看清楚題目是要求 20AU，就直接把 $1.5 \times 10^{20} \text{ nm}$ 當成答案，這樣的人，計有男生 4 人，女生 1 人，共 5 人。占總答錯人數 178 人的 2.81%，占有答題但答錯這 78 人的 6.41%。
- (4) 在計算 $\frac{3 \times 10^{12}}{10^{-9}}$ 時算錯了，算成 $3 \times 10^{12+(-9)} = 3 \times 10^3$ ，這樣的人，計有男生 1

人，女生 1 人，共 2 人。占總答錯人數 178 人的 1.12%，占有答題但答錯這 78 人的 2.56%。

- (5) 在換算公里變成公尺時，應該是 $3 \times 10^9 \times 10^3$ ，但卻寫成 $3 \times 10^9 \div 10^3 = 3 \times 10^6$ ，導致最後的答案變成 3×10^{15} ，這樣的人，計有男生 2 人，共 2 人。占總答錯人數 178 人的 1.12%，占有答題但答錯這 78 人的 2.56%。
- (6) 除了忘記把公里換成公尺外，另外再把 20AU 換成奈米時，寫出的算式 $\frac{3 \times 10^9}{10^{-9}}$ 竟變成 $3 \times 10^{9+(-9)} = 3 \times 10^0 = 3$ ，這樣的人計有男生 2 人，女生 3 人，共 5 人。占總答錯人數 178 人的 2.81%，占有答題但答錯這 78 人的 6.41%。
- (7) 指數率計算概念有誤，把 $3 \times 10^{12} \times 10^9 = 3 \times 10^{12 \times 9} = 3 \times 10^{108}$ ，這樣的人，計有男生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 178 人的 0.56%，占有答題但答錯這 78 人的 1.28%。
- (8) 以為 1 公里是 100 公尺，所以在最後的答案變成 3×10^{20} 奈米。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人，占總答錯人數 178 人的 0.56%，占有答題但答錯這 78 人的 1.28%。
- (9) 空白未作答，這樣的人，計有男生 43 人，女生 47 人，共 100 人，占總答錯人數的 44.44%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

- (1) 這個題目，其實主要檢驗學生兩大能力，是否已熟練指數律的應用，以及長度單位之間的關係是否已經清楚。然而從此題的表現來看，學生往往容易忽略題目中條件所給的單位是否互相一致，就直接把數字拿來計算，雖然他們的觀念都可能是清楚的，但因一時的疏忽，而答錯了答案。所以老師們在強調數字的運算時，也要多提醒學生加以注意題目所給的單位是否一致。
- (2) 本題未作答的人數高達 100 人，占全部 225 人中的 44.44%，在各題中算是未作答人數相當高的一題，原因是學生看到數字太大，就不想做，雖然這題

的計算相當簡單，但許多學生並不想去思考這類數字很大的題目，因此老師們在教授科學記號這個章節時，應讓學生多加感受到並不是數字大就難以計算，經由科學記號的運算，仍可以把龐大的數字，變成很簡單的算式。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 20.89%，在 225 個學生當中，有 47 個答對，其中男生有 25 人，女生有 22 人，男女的答對比例差不多，答題統計如下：

表 4-17 問題 8 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	25	22	47
答錯人數	92	86	178
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	21.37	20.37	
答錯占比例(%)	78.63	79.63	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.183，t 值小於 2，p 值為 0.855，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 9] 小天西元 1990 年出生，今年 2010 年剛好年滿 20 歲。試利用乘法公式，

$$\text{計算 } 2010\frac{20}{1990} \times 1990\frac{20}{2010} = ?$$

(一)解法

本題約略分成兩種方法，但第二種方法分子的數字相當龐大，沒有學生算對。

解法一、

利用乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 的觀念，將題目乘開：

$$\begin{aligned} 2010\frac{20}{1990} \times 1990\frac{20}{2010} &= \left(2010 + \frac{20}{1990}\right) \times \left(1990 + \frac{20}{2010}\right) \\ &= 2010 \times 1990 + 2010 \times \frac{20}{2010} + \frac{20}{1990} \times 1990 + \frac{20}{1990} \times \frac{20}{2010} \\ &= 2010 \times 1990 + 20 + 20 + \frac{2}{199} \times \frac{2}{201} \\ &= (2000 + 10)(2000 - 10) + 40 + \frac{2 \times 2}{(200 - 1)(200 + 1)} \\ &= 2000^2 - 10^2 + 40 + \frac{4}{200^2 - 1^2} \\ &= 4000000 - 100 + 40 + \frac{4}{40000 - 1} \\ &= 3999940\frac{4}{39999} \end{aligned}$$

解法二、先把兩個分數都化成假分數，再相乘：

$$\begin{aligned} 2010\frac{20}{1990} \times 1990\frac{20}{2010} &= \frac{2010 \times 1990 + 20}{1990} \times \frac{1990 \times 2010 + 20}{2010} = \frac{(2010 \times 1990 + 20)^2}{1990 \times 2010} \\ &= \frac{[(2000 + 10)(2000 - 10) + 20]^2}{(2000 - 10)(2000 + 10)} = \frac{(2000^2 - 10^2 + 20)^2}{2000^2 - 10^2} = \frac{(4000000 - 100 + 20)^2}{4000000 - 100} \\ &= \frac{(4000000 - 80)^2}{3999900} = \frac{4000000^2 - 2 \times 4000000 \times 80 + 80^2}{3999900} = \frac{16000000000000 - 640000000 + 6400}{3999900} \\ &= \frac{15999360006400}{3999900} = \frac{159993600064}{39999} \left(= 3999940\frac{4}{39999}\right) \end{aligned}$$

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。

A-4-13 能熟練乘法公式。

對應的分年細目為

8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。(A-4-13)

補充說明：

本題是在 2010 年設計的，為了要將平方差的觀念融入題目中，才會把題目設計成 1990 年出生，2010 年滿 20 歲，也因此題目才會出現 $2010 \frac{20}{1990} \times 1990 \frac{20}{2010}$ 這種後面分數本來就可以先約掉一個 0 的樣子。而筆者也考量到，如果分數分母分子最後一個 0 保留著，比較容易可以看得出用乘法公式來乘開來約分，因此最後還是決定保留分子和分母最後這個 0。

表 4-18 問題 9 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-02	A-4-13
	達標人數與比例	8-a-01
男生有達到指標人數	34	16
占全部男生 117 人比例(%)	29.06	13.68
女生有達到指標人數	23	5
占全部女生 108 人比例(%)	21.30	4.63
合計全部有達到指標人數	57	21
占全部 225 人比例(%)	25.33	9.33

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

(1) 看到帶分數的運算，就出現故有的計算模式，換成假分數再運算，但算到

$\frac{(2010 \times 1990 + 20)^2}{1990 \times 2010}$ 之後就覺的數字太大算不下去停住了。這樣的人，計有男生 14 人，女生 16 人，共 30 人，占總答錯人數 214 人的 14.02%，占有答題的但答錯這 128 人的 23.44%。

(2) 搞錯帶分數的定義，以為 $2010 \frac{20}{1990} = \frac{2010 \times 20}{1990}$ ， $1990 \frac{20}{2010} = \frac{1990 \times 20}{2010}$ ，以致於相乘後 2010 和 1990 都約掉了，剩下 $20 \times 20 = 400$ 。這樣的人，計有男生 10 人，女生 11 人，共 21 人。占總答錯人數 214 人的 9.81%，占有答題但答錯這 128 人的 16.41%。

(3) 一開始將帶分數化為假分數時，因為沒有用乘法公式直接用直式乘，數字就計算錯，這樣的人，計有男生 5 人，女生 3 人，共 8 人。占總答錯人數 214 人的 3.74%，占有答題但答錯這 128 人的 6.25%。

(4) 在利用乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 乘開時，只剩前後兩項，即 $(a+b)(c+d) = ac + bd$ ，變成 $2010 \frac{20}{1990} \times 1990 \frac{20}{2010} = 2010 \times 1990 + \frac{20}{1990} \times \frac{20}{2010} = 3999900 \frac{4}{39999}$ 這樣的人，計有男生 6 人，女生 3 人，共 9 人。占總答錯人數 214 人的 4.21%，占有答題但答錯這 128 人的 7.03%。

(5) 利用乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 四項乘開後就停住了，即式子停在 $2010 \times 1990 + 2010 \times \frac{20}{2010} + \frac{20}{1990} \times 1990 + \frac{20}{1990} \times \frac{20}{2010}$ 就沒有往下繼續做。這樣的人，計有男生 4 人，女生 2 人，共 6 人。占總答錯人數 214 人的 2.80%，占有答題但答錯這 128 人的 4.69%。

(6) 一直計算到 $4000000 - 100 + 40 + \frac{4}{40000 - 1}$ 都對，但最後不是少抄一個 9，就是相減減錯，這樣的人計有男生 7 人，女生 3 人，共 10 人。占總答錯人數 214 人的 4.67%，占有答題但答錯這 128 人的 7.81%。

(7) 在運算式子 $\frac{2010 \times 1990 + 20}{1990} \times \frac{1990 \times 2010 + 20}{2010}$ 中，把前面分數分子和分母的

1990 和後面分數分子和分母的 2010 都約掉了，結果變成

$(2010 + 20) \times (1990 + 20) = 2030 \times 2010$ 。這樣的人，計有男生 1 人，女生 4 人，共 5 人。占總答錯人數 214 人的 2.34%，占有答題但答錯這 128 人的 3.91%。

(8) 前面運算同(7)，但把中間的乘號寫成加號，變成 $2030 + 2010$ 。這樣的人，計有男生 1 人，共 1 人，占總答錯人數 214 人的 0.47%，占有答題但答錯這 128 人的 0.78%。

(9) 以為 $2010 \frac{20}{1990} = \frac{2010 \times 1990 \times 20}{1990}$ ， $1990 \frac{20}{2010} = \frac{1990 \times 2010 \times 20}{2010}$ ，所以相乘後約完剩下 $2010 \times 1990 \times 20 \times 20$ 。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人，占總答錯人數 214 人的 0.47%，占有答題但答錯這 128 人的 0.78%。

(10) 在算式 $\frac{2010 \times 1990 + 20}{1990} \times \frac{1990 \times 2010 + 20}{2010} = \frac{(2010 \times 1990 + 20)^2}{1990 \times 2010}$ 中亂約分，把分子和分母的 2010×1990 約掉，結果還剩下 $2010 \times 1990 + 20^2 = 4000300$ 。這樣的人，計有女生 2 人，共 2 人，占總答錯人數 214 人的 0.93%，占有答題但答錯這 128 人的 1.56%。

(11) 空白未作答，這樣的人，計有男生 41 人，女生 45 人，共 86 人，占總答錯人數的 38.22%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

(1) 本題其實並不要學生將帶分數化為假分數計算，因為如此一來分子的數字會變得相當龐大，但仍然有許多學生是朝此方向解題，因為他們已經從小習慣分數運算的模式，帶分數相乘，就是化為假分數後，再分開分子和分子相乘，分母和分母相乘。不過此題若是這樣做，會花上相當多的時間，並且很容易計算錯。所以老師們往後在教授分數的乘法時，不要只是強調把分數都換成假分數再計算，而是要先觀察題目是不是可以先用分配律乘開後，會比較好算。如果沒有，再畫為假分數計算。

- (2) 許多國中生到了國三還不清楚帶分數真正的定義，或是仍不清楚在分數運算中，約分的原則，才會出現許多不能約分，但因為學生覺得數字大就覺得可以約的現象，所以老師們在教授分數的約分概念時，必須要再強調式子全為乘法時才能約，而不是有乘也有加但還是約的錯誤觀念。
- (3) 因為本題的答案相對地比起一般題目的答案要長的多，因此本題的答對率只有 4.91%，是本次測驗所有試題中，答對率最低的！由於此題一定要觀念正確加上計算細心才能算得出答案，也因此本題高達 128 位學生有作答計算但是計算錯誤。所以往後遇到這種一定要算一段時間，而且答案比較長的題目，一定要每一個步驟都寫清楚，不要亂跳導致觀念錯誤、混淆，清楚的呈現每一個步驟，才能把錯誤率降到最低。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率只有 4.89%，在 225 個學生當中，只有 11 個答對，其中男生有 9 人，女生只有 2 人，男女的答對比例差了好幾倍，答題統計如下：

表 4-19 問題 9 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	9	2	11
答錯人數	108	106	214
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	7.69	1.85	
答錯占比例(%)	92.31	98.15	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，

可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例, μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作, 得出 t 值為 2.039, t 值大於 2, p 值為 0.043, 小於 α 值 0.05, 落入拒絕區, 故拒絕虛無假設, 接受對立假設, 即男生與女生在本題的解題能力有顯著差異。

[問題 10] 喬巴找到一個長方體的寶藏盒, 已知長方體兩兩相鄰的三個面面積分別為 $9x^2 - 1$ 、 $3x^2 - 8x - 3$ 、 $3x^2 - 10x + 3$, 且 $x > 3$ 。求這個長方體寶藏盒的體積是多少?

(一)解法

本題的解法約略有兩種, 但以下的第一種並沒有學生使用, 都是用第二種解法。

解法一、

由於這三種面積分別是長 \times 寬, 寬 \times 高, 長 \times 高得來的, 而體積是長 \times 寬 \times 高, 所以把這三個面積相乘後再開根號:

體積為

$$\begin{aligned} & \sqrt{(9x^2 - 1)(3x^2 - 8x - 3)(3x^2 - 10x + 3)} \\ &= \sqrt{(3x+1)(3x-1)(3x+1)(x-3)(3x-1)(x-3)} \\ &= \sqrt{(3x+1)^2(3x-1)^2(x-3)^2} \\ &= \sqrt{[(3x+1)(3x-1)(x-3)]^2} \end{aligned}$$

因為 $x > 3$, 所以 $3x+1$ 、 $3x-1$ 和 $x-3$ 皆大於 0

因此

$$\sqrt{[(3x+1)(3x-1)(x-3)]^2} = (3x+1)(3x-1)(x-3) = (9x^2 - 1)(x-3) = 9x^3 - 27x^2 - x + 3$$

體積即為 $(9x^3 - 27x^2 - x + 3)$ 立方單位

解法二、

將三個面積的式子去做因式分解

$$9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1)$$

$$3x^2 - 8x - 3 = (3x+1)(x-3)$$

$$3x^2 - 10x + 3 = (3x-1)(x-3)$$

然後發現長、寬、高剛好分別為 $3x+1$ 、 $3x-1$ 和 $x-3$

因此 $(3x+1)(3x-1)(x-3) = (9x^2 - 1)(x-3) = 9x^3 - 27x^2 - x + 3$

體積即為 $(9x^3 - 27x^2 - x + 3)$ 立方單位

其實第二種做法有個觀念要補充，但是沒有學生有提出來。那就是在因式分解後：

$$9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1)$$

$$3x^2 - 8x - 3 = (3x+1)(x-3)$$

$$3x^2 - 10x + 3 = (3x-1)(x-3)$$

如何能知道 $9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1)$ 就代表長是 $3x+1$ ，寬是 $3x-1$ ？有可能是

$$9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1) = 3(3x+1) \times \frac{1}{3}(3x-1) = \frac{5}{2}(3x+1) \times \frac{2}{5}(3x-1) = \dots$$

長是 $3(3x+1)$ ，寬是 $\frac{1}{3}(3x-1)$ ，甚至其他更多種分解的方法，但因為

$$9x^2 - 1 = (3x+1)(3x-1) = k(3x+1) \times \frac{1}{k}(3x-1)，若長是 $k(3x+1)$ ，寬是 $\frac{1}{k}(3x-1)$ ，$$

在下一個式子的分解中： $3x^2 - 8x - 3 = (3x+1)(x-3) = k(3x+1) \times \frac{1}{k}(x-3)$ ，長被

限制是 $k(3x+1)$ ，高就必須是 $\frac{1}{k}(x-3)$ ，而最後一個式子

$$3x^2 - 10x + 3 = (3x-1)(x-3) = \frac{1}{k}(3x-1) \times \frac{1}{k}(x-3) = \frac{1}{k^2}(3x-1)(x-3) 必須剛好是$$

寬和高相乘，於是 $\frac{1}{k^2}$ 就必須等於 1，且因為 $x > 3$ ，使得 $3x+1$ 、 $3x-1$ 和 $x-3$ 皆

大於 0，所以 k 必須大於 0，因此 k 只能是 1，所以長、寬、高才能剛好分別為 $3x+1$ 、

$3x-1$ 和 $x-3$ 。以上這個概念，並沒有任何一位學生有提到，大家都只是直接觀察

三個分解的式子，就直接判定長、寬、高。但相對地，如果是用解法一的方法，

沒有想到這個部分，卻還是可以直接求出體積，但也沒有學生是用解法一來解題。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-14 能認識多項式，並熟練其四則運算。

A-4-16 能用因式分解或配方法，解出二次方程式，並用來解題。

對應的分年細目為

8-a-04 能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。(A-4-14)

8-a-06 能理解二次多項式因式分解的意義。(A-4-16)

8-a-08 能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。(A-4-16)

補充說明：

本題設計是為了檢驗學生是否會利用乘法公式和十字交乘來做因式分解，和多項式的乘法運算，因此把題目的數字簡化到非常簡單的數字，以方便學生做分解，也才不會讓最後乘出來的體積係數過大容易計算錯。

表 4-20 問題 10 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-14	A-4-16	
	8-a-04	8-a-06	8-a-08
男生有達到指標人數	22	29	31
占全部男生 117 人比例(%)	18.80	24.79	26.50
女生有達到指標人數	19	25	23
占全部女生 108 人比例(%)	17.59	23.15	21.30
合計全部有達到指標人數	41	54	54
占全部 225 人比例(%)	18.22	24	24

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 只將三個式子分解完，就沒有再繼續做下去。這樣的人，計有男生 3 人，共 3 人，占總答錯人數 186 人的 1.61%，占有答題的但答錯這 56 人的 5.36%。
- (2) 分解三個式子正確，也有把長寬高三個式子相乘，但沒有將式子的值乘開。這樣的人，計有男生 3 人，女生 2 人，共 5 人。占總答錯人數 186 人的 2.69%，占有答題但答錯這 56 人的 8.93%。
- (3) 分解三個式子正確，也有把長寬高三個式子相乘，但最後答案乘錯了。這樣的人，計有男生 2 人，女生 4 人，共 6 人。占總答錯人數 186 人的 3.23%，占有答題但答錯這 56 人的 10.71%。
- (4) 分解三個式子正確，但因為題目有 $x > 3$ ，於是他就用 $x = 4$ 代入，算出
$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1) = 13 \times 11 = 143,$$
$$3x^2 - 8x - 3 = (3x + 1)(x - 3) = 13 \times 1 = 13,$$
$$3x^2 - 10x + 3 = (3x - 1)(x - 3) = 11 \times 1 = 11,$$
所以長為 13，寬為 11，高為 1，體積即為 $13 \times 11 \times 1 = 143$ 。這樣的人，計有男生 3 人，女生 1 人，共 4 人。占總答錯人數 186 人的 2.15%，占有答題但答錯這 56 人的 7.14%。
- (5) 學生可能想利用解法一的觀念解題，於是把三個式子相乘，但是沒有利用因式分解的方法，就直接把式子乘開，導致一大串的式子，做不下去。這樣的人，計有男生 1 人，女生 1 人，共 2 人。占總答錯人數 186 人的 1.08%，占有答題但答錯這 56 人的 3.57%。
- (6) 以為題目問的是表面積，直接把題目的三個式子相加再乘以 2。這樣的人，計有男生 2 人，共 2 人。占總答錯人數 186 人的 1.08%，占有答題但答錯這 56 人的 3.57%。
- (7) 只把題目的三個式子加起來就當成答案。這樣的人，計有男生 1 人，女生 1 人，共 2 人。占總答錯人數 186 人的 1.08%，占有答題但答錯這 56 人的 3.57%。

- (8) 把題目的三個式子分別都等於 0 在解方程式，然後沒有一個解是大於 3，所以變無解。這樣的人，計有男生 2 人，女生有 1 人，共 3 人。占總答錯人數 186 人的 1.61%，占有答題但答錯這 56 人的 5.36%。
- (9) 把題目的三個式子兩兩相等在解三個方程式，但解不出三個方程式的共同解，所以就不知如何往下做。這樣的人，計有男生 1 人，女生有 1 人，共 2 人。占總答錯人數 186 人的 1.08%，占有答題但答錯這 56 人的 3.57%。
- (10) 空白未作答，這樣的人，計有男生 62 人，女生 68 人，共 130 人，占總答錯人數的 69.89%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

- (1) 從解法二的補充說明，可以發現學生大部分還是有著一種刻板印象，那就是當多項式 A 分解成多項式 B×多項式 C 時，尤其是 A 是面積， $A = B \times C$ ，A 要分解為長×寬時，學生就認為多項式 B 就一定是長，多項式 C 就一定是寬，他們忘了 A 也是多項式 kB 的倍式(k 為非 0 的常數)，所以多項式 kB 也可能是長，多項式 $\frac{1}{k}C$ 也可能是寬。因此學生這樣的思考模式，會把原本有許多可能的情形，給侷限在某些特定情況，往後老師在教授這個部分的時候，可以多加提醒。
- (2) 本題主要在測驗學生是否能利用乘法公式及十字交乘做簡單的因式分解，而且數字給的也算簡單，但卻有許多學生看到式子比較長就直接放棄未作答，因此才会有高達 130 人未作答，是僅次於最後一題的第二多未作答人數的題目，因此，往後在教授因式分解這個單元時，要讓學生知道因式分解的題目看起來算式的式子一定會比其他的題目來的長，但實際上概念卻都只有基本的多項式加減乘除或因式分解，難度其實比想像的簡單很多，以後不要看到題目沒有思考就直接放棄，應該嘗試去做做看，其實本題有部分程度比較不好的學生，他們有嘗試去作答，而且他們許多都還是有能力能把式子去做因

式分解的，因此不要被較長的式子給嚇壞了。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 17.33%，在 225 個學生當中，有 39 個答對，其中男生有 19 人，女生有 20 人，男女的答對比例差不多，答題統計如下：

表 4-21 問題 10 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	19	20	39
答錯人數	98	88	186
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	16.24	18.52	
答錯占比例(%)	83.76	81.48	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為-0.449，t 的絕對值小於 2，p 值為 0.654，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 11] 解一元二次方程式 $x^2 = 5624 + 2x$

(一)解法

本題的解法約略分成三種，即一般一元二次方程式用的三種解法：十字交乘做因式分解、配方法和公式解。

解法一、十字交乘做因式分解

$$\begin{aligned}x^2 &= 5624 + 2x \\x^2 - 2x - 5624 &= 0 \\(x - 76)(x + 74) &= 0 \\x &= 76 \vee -74\end{aligned}$$

因為 5624 的標準分解式為 $5624 = 2^3 \times 19 \times 37$ ，其中 19 和 37 這兩個質因數並不容易被發現，所以在分解上需要一些時間做試驗。

解法二、配方法

$$\begin{aligned}x^2 &= 5624 + 2x \\x^2 - 2x &= 5624 \\x^2 - 2x + 1 &= 5624 + 1 \\(x - 1)^2 &= 5625 \\x - 1 &= \pm\sqrt{5625} = \pm\sqrt{3^2 \times 5^4} = \pm\sqrt{(3 \times 5^2)^2} = \pm 75 \\x &= 1 \pm 75 = 76 \vee -74\end{aligned}$$

配方法一般適合用在二次和一次項係數很小，但常數項卻非常大的時候，利用配方法時，只要能掌握常數項該加多少，並且會把一個數字開方化簡，答案就容易求的出。

解法三、公式解

利用一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解為 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，將此題的方程式

係數代入公式解：

$$\begin{aligned}
 x^2 &= 5624 + 2x \\
 x^2 - 2x - 5624 &= 0 \\
 x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-5624)}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 22496}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{22500}}{2} \\
 &= \frac{2 \pm 150}{2} = \frac{152}{2} \vee -\frac{148}{2} = 76 \vee -74
 \end{aligned}$$

但若題目的常數項很大時，根號內的數字就會更大，在開方時就容易計算錯。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-16 能用因式分解或配方法，解出二次方程式，並用來解題。

對應的分年細目為

8-a-10 能利用因式分解來解一元二次方程式。(A-4-16)

8-a-11 能利用配方法解一元二次方程式。(A-4-16)

補充說明：

本題設計主要是希望學生用配方法來解題，因為常數項的分解並不是那麼容易，所以利用十字交乘法反而不是那麼順利可以找到一次因式，而本題若利用公式解，根號中的數字又太大，計算上也是需要一點耐心和時間，所以，本題最佳的解法，是利用配方法來解題。但因為學生求學過程中在解一元二次方程式，不是利用十字交乘法做因式分解，就是用公式解，幾乎很少用配方法在解題。因此筆者才出了這麼一題，也可以順便檢視一下學生們使用這三種解法的人數分別有多少，以及學生們遇到不同種類的一元二次方程式，能否用適當的解法來解題。

表 4-22 問題 11 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-16	
	8-a-10	8-a-11
達標人數與比例		
男生有達到指標人數	19	22
占全部男生 117 人比例(%)	16.24	18.80
女生有達到指標人數	12	13
占全部女生 108 人比例(%)	11.11	12.04
合計全部有達到指標人數	31	35
占全部 225 人比例(%)	13.78	15.56

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 利用配方法算，但在最後開根號時，忘了加正負，導致最後只剩下正的答案 76。這樣的人，計有男生 7 人，女生 5 人，共 12 人，占總答錯人數 160 人的 7.5%，占有答題的但答錯這 87 人的 13.79%。
- (2) 利用配方法算，但在用等量公理將等號兩邊同加常數項時加錯，導致答案錯誤。這樣的人，計有男生 3 人，女生 1 人，共 4 人，占總答錯人數 160 人的 2.5%，占有答題的但答錯這 87 人的 4.60%。
- (3) 利用配方法算，但開根號計算 $\pm\sqrt{5625}$ 時算錯，導致答案錯誤。這樣的人，計有女生 2 人，共 2 人，占總答錯人數 160 人的 1.25%，占有答題的但答錯這 87 人的 2.30%。
- (4) 利用配方法算，已算到 1 ± 75 卻寫成 -76 或 74 ，有的則寫成 76 或 74 。這樣的人，計有男生 2 人，女生 1 人，共 3 人。占總答錯人數 160 人的 1.88%，占有答題的但答錯這 87 人的 3.45%。
- (5) 利用十字交乘做因式分解，但因為常數項太大分不出來，於是無法接下去

算。這樣的人，計有男生 22 人，女生 26 人，共 48 人。占總答錯人數 160 人的 30%，占有答題但答錯這 87 人的 55.17%。

- (6) 利用十字交乘做因式分解，但常數項分解錯誤，導致答案錯誤。這樣的人，計有男生 3 人，共 3 人。占總答錯人數 160 人的 1.88%，占有答題的但答錯這 87 人的 3.45%。
- (7) 利用十字交乘做因式分解， x 也求出為 76 或 -74 ，但可能受到應用問題常常答案是負數不合的影響，認為答案 -74 不合，所以只剩下 76 這麼一個答案。這樣的人，計有男生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 160 人的 0.63%，占有答題的但答錯這 87 人的 1.15%。
- (8) 利用公式解求解，但因為可能背錯公式，導致代入係數算出來的答案當然是錯誤的。這樣的人，計有男生 1 人，女生 1 人，共 2 人。占總答錯人數 160 人的 1.25%，占有答題的但答錯這 87 人的 2.30%。
- (9) 利用公式解求解，係數也都沒有代錯，但根號內的數字計算錯誤。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 160 人的 0.63%，占有答題的但答錯這 87 人的 1.15%。
- (10) 利用公式解求解，係數沒有代錯，根號內的數字也都計算正確，但最後根式未化簡，直接寫答案為 $\frac{2 \pm \sqrt{22500}}{2}$ 。這樣的人，計有男生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 160 人的 0.63%，占有答題的但答錯這 87 人的 1.15%。
- (11) 利用公式解求解，已算出 $\frac{2 \pm 150}{2}$ ，但答案卻變成 76 或 74。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 160 人的 0.63%，占有答題的但答錯這 87 人的 1.15%。
- (12) 空白未作答，這樣的人，計有男生 33 人，女生 40 人，共 73 人，占總答錯人數的 45.63%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

本題使用十字交乘法做因式分解並解題正確的人，男生有 18 人，女生有 12 人，共 30 人，占答對總人數 65 人的 46.15%；而使用配方法並解題正確的人，男生有 19 人，女生有 11 人，共 30 人，占答對總人數 65 人的 46.15%；使用公式解並解題正確的人，男生有 3 人，女生有 2 人，共 5 人，占答對總人數 65 人的 7.69%。從數據的結果，可以發現即使常數項這麼大，還是有許多學生第一想法就是利用十字交乘做因式分解來解方程式。(數據顯示，一開始就使用十字交乘的人數，不論最後答對答錯，共 82 人，占有作答人數 152 人的 53.95%，已超過半數)由於國中階段學解一元二次方程式，是為了解之後的應用問題，而絕大部分的應用問題，裡面的一元二次方程式都是利用十字交乘做因式分解，或是無法十字交乘必須使用公式解求解，導致學生到最後都習慣用這兩種解法來解一元二次方程式。即使各版本的課本都有例題類似本題，進而強調配方法的使用時機，是在二次與一次項係數都很小，但常數項卻很大時，不過看來學生還是有很多忘記了課本的內容。因此往後老師在一元二次方程式的三種解法都教完之後，最好能持續強調三種解法的使用時機，讓學生們看到題目時能用最佳、最快的解法來解題。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 28.89%，在 225 個學生當中，有 65 個答對，其中男生有 40 人，女生有 25 人，男生答對的比例，要比女生來的高一些。答題統計如下：

表 4-23 問題 11 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	40	25	65
答錯人數	77	83	160
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	34.19	23.15	
答錯占比例(%)	65.81	76.85	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 1.831，t 的絕對值小於 2，但已經接近 2 了，p 值為 0.068，略大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有到顯著差異，但已略有些微差異，只是未達顯著。

[問題 12] 有間會議室的座位是這樣安排的：第一排和第二排的座位都是 9 個，第三排和第四排的座位都是 11 個，第五排和第六排的座位都是 13 個，往後以此類推，即每往後 2 排，每排的座位數會增加 2 個。已知全部共有 449 個座位，求座位總共有幾排？

(一)解法

本題的正確解法，學生的做法大致上分成兩種，一種是利用等差數列與級數的公

式來解方程式，另一種是直接一項一項慢慢加，加到總和是 449 為止。

解法一、利用等差數列與級數的公式來解方程式

首先，從題目的規律可以觀察到，每兩排的座位個數都是一樣的，所以如果全部有偶數排座位，那麼座位的總個數一定是偶數個，但題目的座位總個數是奇數個，表示全部的排數一定是奇數排。因此，我們假設總共有 $(2n+1)$ 排。若要求前 $2n$ 排的總座位數，我們可以先兩排兩排一組，先拿出每一組的一半出來加，即 $9+11+13+15+\dots$ + 第 n 項，因此就可以知道前 $2n$ 排的總座位數是

$\frac{[2 \times 9 + (n-1) \times 2] \times n}{2} \times 2$ ，而第 $(2n+1)$ 排有幾個座位，其實就是等差數列

$9, 11, 13, 15, \dots$ 的第 $(n+1)$ 項，即第 $(2n+1)$ 排有 $9 + (n+1-1) \times 2 = (9+2n)$ 個座位，因此就可以列出一元一次方程式

$$\frac{[2 \times 9 + (n-1) \times 2] \times n}{2} \times 2 + 9 + 2n = 449$$

$$2n^2 + 16n + 9 + 2n = 449$$

$$2n^2 + 18n - 440 = 0$$

$$n^2 + 9n - 220 = 0$$

$$(n-11)(n+20) = 0$$

$$n = 11 \vee -20$$

$$\because n > 0 \quad \therefore -20 \text{ 不合}$$

所以總共有 $2 \times 11 + 1 = 23$ 排座位

解法二、一項一項慢慢加，加到總和為 449 為止

$$9 + 9 + 11 + 11 + 13 + 13 + 15 + 15 + 17 + 17 + 19 + 19 + 21 + 21 + 23 + 23 + 25 + 25$$

$$+ 27 + 27 + 29 + 29 + 31 = 449$$

級數總共有 23 項，所以總共有 23 排座位

在答對的 17 個學生中，只有 1 位男生是用解法一，利用公式將答案解出來，其餘的 16 位都是利用一項一項慢慢加，看加到哪一項會是 449，來「數」出項數。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

N-4-13 能辨識數列的規則性。

N-4-14 能熟練等差數列與等差級數的樣式、記法與公式，並解決相關問題。

對應的分年細目為

8-n-04 能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。(N-4-13)

8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。(N-4-13、N-4-14)

8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。(N-4-13、N-4-14)

補充說明：

設計此題的目的，是因為筆者在教等差數列與等差級數這個單元時，大部分看到的題目都是只要單單代入等差數列或等差級數的公式即可求出答案，頂多也是先用等差數列或級數其中一個公式求出某個值，再代入另一個等差數列或級數的公式中，可求出答案。但很少看到在一個式子當中，會同時都需要代入等差數列與等差級數兩個公式的題目，並且，題目中的式子也並不是直接就是等差數列的樣子，是需要做點調整才可以看成等差數列。因此，才會利用生活當中電影院座位的例子，來設計這樣的一個題目。看看學生能不能利用所學的等差數列與等差級數兩個公式交互運用，來列出式子解出這一題的答案。

表 4-24 問題 12 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	N-4-13	N-4-14	
	8-n-04	8-n-05	8-n-06
男生有達到指標人數	34	6	2
占全部男生 117 人比例(%)	29.06	5.13	1.71
女生有達到指標人數	12	1	0
占全部女生 108 人比例(%)	11.11	0.93	0
合計全部有達到指標人數	46	7	2
占全部 225 人比例(%)	20.44	3.11	0.89

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 以為答案會剛好是偶數排，不過他們也發現了以兩排兩排的座位數來看，數列的確是公差為 4 的等差數列，因此列出了 $449 = \frac{n[2 \times 18 + (n-1) \times 4]}{2}$ 這樣的式子。但化簡後便算不出合理的 n ，算式也就停在這裡。這樣的人，計有男生 19 人，女生 8 人，共 27 人，占總答錯人數 208 人的 12.98%，占有答題的但答錯這 98 人的 27.55%。
- (2) 想不出公式要怎麼列，於是乾脆一個一個慢慢加想要加到 449 找答案，但是因為加錯了，找不出答案或找到的答案是錯的。這樣的人，計有男生 6 人，女生 7 人，共 13 人，占總答錯人數 208 人的 6.25%，占有答題的但答錯這 98 人的 13.27%。
- (3) 等差級數和的公式背錯了，所以一開始就代錯的公式想要解題，當然也就算不出正確答案。這樣的人，計有男生 3 人，女生 2 人，共 5 人，占總答錯人數人的 2.40%，占有答題的但答錯這 98 人的 5.10%。
- (4) 錯把級數和 449 當成第 n 項的值，因此列出 $449 = 18 + (n-1) \times 4$ ，算出來的

n 值當然也不對。這樣的人，計有男生 3 人，女生 1 人，共 4 人。占總答錯人數 208 人的 1.92%，占有答題的但答錯這 98 人的 4.08%。

(5) 除了錯把級數和 449 當成第 n 項的值，還以為 9 就是首項，2 是公差，因此列出 $449 = 9 + (n-1) \times 2$ ，這樣算出來的 n 值當然也不對。這樣的人，計有男生 2 人，女生 2 人，共 4 人。占總答錯人數 208 人的 1.92%，占有答題的但答錯這 98 人的 4.08%。

(6) 有發現答案一定不會是偶數排，一定會是奇數排，但是列不出適當的方程式來解 n 。這樣的人，計有男生 1 人，女生 1 人，共 2 人。占總答錯人數 208 人的 0.96%，占有答題的但答錯這 98 人的 2.04%。

(7) 空白未作答，這樣的人，計有男生 48 人，女生 62 人，共 110 人，占總答錯人數的 52.88%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

在等差數列與等差級數這個單元，課本上出現了許多題目，都是已經告訴你這數字是代表首項、公差、項數、第 n 項的值，還是級數和的值，因此我們只要會將數字帶入公式，往往就可以輕易地找出答案是多少。但在這樣的教學模式下，學生變得比較不會去判斷那個數字所代表的意義究竟是什麼？如果題目還算單純，判斷得出來，就能直接代入公式算出答案的，或許學生們還不會覺得很困難。但是如果判斷完，發現和以往所建構在腦中的解題概念有所不同時，他們便無法再去思考我們能從現有已經學到的公式，去做怎麼樣的調整，才能用在這題的解法上。而偏偏在生活當中，許多的實際例子並不單純數字的型式就屬於等差數列，而是和等差數列即為類似的數列，不過他們卻可以利用等差的公式做一點點調整，即可應用於這樣的實例當中。並且，我們學習等差數列與等差級數的目的，就是要解決生活當中，可能會遭遇到和等差數列有關的實例。透過觀察出數字的規律，我們就能歸納出公式，利用公式來計算這些在計算上要花比較久的時

間，且容易計算錯的算式。不過我們現今在教授等差數列與等差級數這個章節時，常常沒有讓學生體會到學習等差數列與等差級數的精神，這值得我們在往後的教學生涯中繼續努力。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 7.56%，在 225 個學生當中，只有 17 個答對，其中男生有 7 人，女生有 10 人，因為答對的人數很少，所以男女生答對的比例也沒有差很多。答題統計如下：

表 4-25 問題 12 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	7	10	17
答錯人數	110	98	208
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	5.98	9.26	
答錯占比例(%)	94.02	90.74	

(六)答題能力與性別有無差異

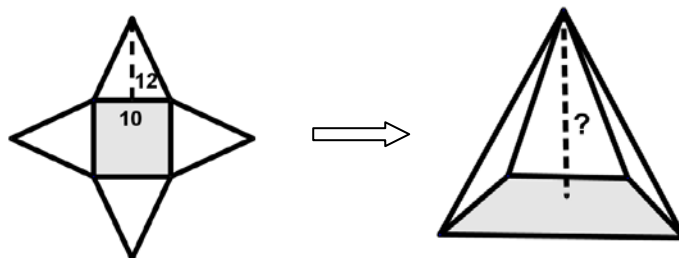
本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為-0.927，t 的絕對值小於 2，p 值為 0.355，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有到顯著差異。

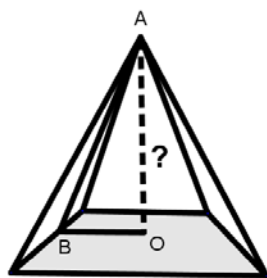
[問題 13] 有一個正四角錐，側面的等腰三角形高是 12，底面的正方形邊長是 10。
求此錐體的高(從立體圖上方的頂點到底面的距離)是多少？



(一)解法

本題的兩種解法，都是利用勾股定理，在已經知道斜邊和其中一個股的長度時，去算出另一個股，即題目所求得的答案。

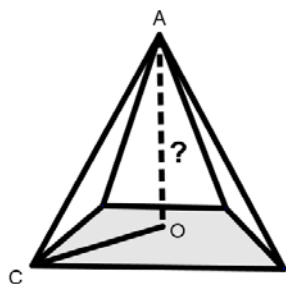
解法一、



在立體圖形中，找出包含我們所要求的 \overline{AO} 那條高的直角 $\triangle ABO$ ，因為 \overline{AB} 就是側面等腰三角形的高 12， \overline{BO} 就是底面的正方形邊長的一半 5，因此就可列出算式：

$$\text{錐體的高是 } \overline{AO} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BO}^2} = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{144 - 25} = \sqrt{119}$$

解法二、



同樣在立體圖形中，去找出包含我們所要求的 \overline{AO} 那條高的直角三角形，但不是 $\triangle ABO$ ，而是 $\triangle ACO$ ， \overline{AC} 就是側面等腰三角形的腰長，長度是 $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ ， \overline{CO} 就是底面的正方形對角線長的一半，長度是 $\frac{1}{2} \times \sqrt{10^2 + 10^2} = 5\sqrt{2}$ ，因此就可列出算式：

$$\text{錐體的高是 } \overline{AO} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CO}^2} = \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{169 - 50} = \sqrt{119}$$

在總答對人數 72 人中，有 48 人是使用第一種解法算出答案，占 66.67%，剩下的 24 人則是使用第二種解法算出答案，占 33.33%。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-15 能理解畢氏(勾股)定理，並做應用。

S-4-05 能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。

N-4-12 能理解根式的四則運算。

對應的分年細目為

8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。(同 8-s-08)(A-4-15、S-4-05)

8-a-02 能理解簡單根式的化簡及有理化。(N-4-12)

補充說明：

由於本題是要在空間中找出直角三角形，利用勾股定理找出這錐體的高，雖然計算上是很簡單，但對於學生來說，要將空間中三度空間的圖形，轉換成平面上二度空間的圖形，並不是那麼的容易。而且，在國中的階段，這樣的題目其實很少，所以筆者才會設計這樣的題目，從他們比較熟悉的錐體，來找出直角三角形，進而求出錐體的高。

表 4-26 問題 13 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-15	N-4-12
	S-4-05	8-a-02
達標人數與比例	8-a-05	8-a-02
男生有達到指標人數	40	41
占全部男生 117 人比例(%)	34.19	35.04
女生有達到指標人數	29	28
占全部女生 108 人比例(%)	26.85	25.93
合計全部有達到指標人數	69	69
占全部 225 人比例(%)	30.67	30.67

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 畢氏數(5,12,13)背太熟了，因此在題目中發現直角三角形有其中兩個邊是 5 和 12，就以為第三個邊一定是 13，所以就把答案寫 13。這樣的人，計有男生 6 人，女生 4 人，共 10 人，占總答錯人數 153 人的 6.54%，占有答題的但答錯這 64 人的 13.79%。
- (2) 誤解了題目的最後一句話「從立體圖上方的頂點到底面的距離」，以為從展

開圖的三角形頂點，到底面正方形的長度 12，就是題目所要求的錐體的高，所以直接把答案寫 12。這樣的人，計有男生 5 人，女生 16 人，共 21 人，占總答錯人數 153 人的 13.73%，占有答題的但答錯這 64 人的 32.81%。

- (3) 以為正方形的邊長 10 就是直角三角形的其中一個股長，因此算成了

$\sqrt{12^2 - 10^2} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$ 。這樣的人，計有男生 4 人，女生 2 人，共 6 人，占總答錯人數 153 人的 3.92%，占有答題的但答錯這 64 人的 9.38%。

- (4) 不太清楚題目展開圖與立體圖之間的組合關係，所以就把 $12 + 10 = 22$ 當成答案。這樣的人，計有男生 2 人，女生 3 人，共 5 人，占總答錯人數 153 人的 3.27%，占有答題的但答錯這 64 人的 7.81%。

- (5) 利用上述的解法二的方法算，但是卻算成

$\sqrt{13^2 + (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{169 + 50} = \sqrt{219}$ 。這樣的人，計有男生 2 人，女生 1 人，共 3 人。占總答錯人數 153 人的 1.96%，占有答題的但答錯這 64 人的 4.69%。

- (6) 計算錯 $\sqrt{12^2 - 5^2}$ 的答案，。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 153 人的 0.65%，占有答題但答錯這 64 人的 1.56%。

- (7) 利用上述的解法二的方法算，但是算正方形對角線長時， $\sqrt{10^2 + 10^2}$ 卻算成了 $2\sqrt{10}$ ，導致最後的答案變成 $\sqrt{13^2 - (2\sqrt{10})^2} = \sqrt{169 - 40} = \sqrt{129}$ 。這樣的人，計有女生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 153 人的 0.65%，占有答題但答錯這 64 人的 1.56%。

- (8) 空白未作答，這樣的人，計有男生 41 人，女生 48 人，共 89 人，占總答錯人數的 58.17%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

學生們在學習純平面上的直角三角形計算，大多學的還不錯，甚至當中有許多畢式數也都背得很熟，因此有些題目不太需要算式，心算答案就可以算得出來

了。但是當平面上的直角三角形放到了空間當中，有些學生的概念就很難建立，他們沒有辦法去思考，這個直角三角形的三邊，分別是在立體圖形的什麼地方，所以，也就沒有辦法去找出直角三角形較好算的其中兩個邊長，當然也就無法進而算出第三邊長。但在高中的課程當中，在空間中的立體圖形裡，找出直角三角形是很常見的題型，特別是在學完三角函數的基礎概念，要做三角測量時，但往往許多學生在這個時候的，數學就已經接近完全放棄狀態了！因為他們覺得從國中到高中，圖形突然從平面直接跳到立體，變得相當複雜，而國中又欠缺這一方面的題目，造成國高中課程上的差異。因此往後我們在教勾股定理時，不妨可以舉一些在空間當中，但試題型和數字卻又是比較簡單的題目讓學生們練習和思考，可以幫助他們對空間的題目不會那麼陌生，也可以降低一些學生們在往後學完了三角函數，對空間圖形的恐懼感。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 32%，在 225 個學生當中，有 72 個答對，其中男生有 45 人，女生只有 27 人，男生答對的比例，明顯的要比女生來的高。答題統計如下：

表 4-27 問題 13 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	45	27	72
答錯人數	72	81	153
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	38.46	25.00	
答錯占比例(%)	61.54	75.00	

(六)答題能力與性別有無差異

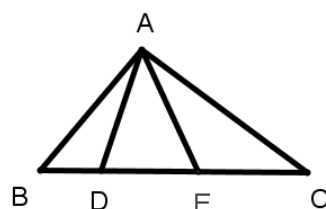
本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 2.176，t 的絕對值大於 2，p 值為 0.031，小於 α 值 0.05，落入拒絕區，故拒絕虛無假設，接受對立假設，即男生與女生在本題的解題能力有顯著差異。

[問題 14] 如下圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{BE}$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$ ， $\angle BAC = 102^\circ$ 。求 $\angle DAE = ?$



(一)解法

本題的解法有非常多種，但大部分的解法，都會用到未知數的概念，而本題中其實有很多角度是不固定的，只有 $\angle DAE$ 才能算出。學生們的解法，主要分成以下幾種：

解法一、

$$\begin{aligned}\angle B + \angle C &= 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ \\ \because \overline{AB} &= \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{CD} \\ \therefore \angle BAE &= \angle BEA = \frac{180^\circ - \angle B}{2}, \angle CAD = \angle CDA = \frac{180^\circ - \angle C}{2} \\ \angle ADE + \angle AED &= \angle CDA + \angle BEA = \frac{180^\circ - \angle B}{2} + \frac{180^\circ - \angle C}{2} \\ &= 180^\circ - \frac{\angle B + \angle C}{2} = 180^\circ - \frac{78^\circ}{2} = 141^\circ \\ \angle DAE &= 180^\circ - (\angle ADE + \angle AED) = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ\end{aligned}$$

解法二、和解法一前面都一樣，只差別在最後兩個步驟

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$$

$$\because \overline{AB} = \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{CD}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA = \frac{180^\circ - \angle B}{2}, \angle CAD = \angle CDA = \frac{180^\circ - \angle C}{2}$$

$$\angle BAE + \angle CAD = \frac{180^\circ - \angle B}{2} + \frac{180^\circ - \angle C}{2} = 180^\circ - \frac{\angle B + \angle C}{2} = 180^\circ - \frac{78^\circ}{2} = 141^\circ$$

$$\angle DAE = \angle BAE + \angle CAD - \angle BAC = 141^\circ - 102^\circ = 39^\circ$$

解法三、用三個未知數，解出當中唯一一個不變的 $\angle DAE$ 。

$$\text{假設 } \angle DAE = a^\circ, \angle ADE = b^\circ, \angle CAE = c^\circ$$

$$\because \overline{AB} = \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{CD} \therefore \angle BAE = \angle BEA = (a + b)^\circ, \angle CAD = \angle CDA = (b + c)^\circ$$

$$\angle BAC = (a + b + c)^\circ = 102^\circ$$

$$\angle DAE + \angle ADE + \angle AED = b^\circ + (b + c)^\circ + (a + b)^\circ = (a + 3b + c)^\circ = 180^\circ$$

$$\text{以上兩式相減， } 2b = 180 - 102 = 78$$

$$b = 39 \Rightarrow \angle DAE = 39^\circ$$

解法四、方法類似解法三，也是利用三個未知數的概念，但列出的式子不太一樣：

$$\because \overline{AB} = \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{CD} \therefore \text{If } \angle BAE = \angle BEA = x^\circ, \angle CAD = \angle CDA = y^\circ$$

$$\text{以 } \angle BAC \text{ 來看， } \angle DAE = x^\circ + y^\circ - 102^\circ$$

$$\text{以 } \triangle DAE \text{ 來看， } \angle DAE = 180^\circ - \angle AED - \angle ADE = 180^\circ - x^\circ - y^\circ$$

$$\text{以上兩式相加， } 2\angle DAE = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$$

$$\angle DAE = 39^\circ$$

解法五、先求出 $\angle BAD + \angle CAE$ ，再求出 $\angle DAE$

$$\text{If } \angle BAD = x^\circ, \angle CAE = y^\circ \Rightarrow \angle DAE = (102 - x - y)^\circ$$

$$\because \overline{AB} = \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{CD}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA = x^\circ + (102 - x - y)^\circ = (102 - y)^\circ$$

$$\angle CAD = \angle CDA = y^\circ + (102 - x - y)^\circ = (102 - x)^\circ$$

$$\angle DAE + \angle ADE + \angle AED = (102 - x - y)^\circ + (102 - x)^\circ + (102 - y)^\circ = 180^\circ$$

$$306^\circ - 2(x + y)^\circ = 180^\circ$$

$$(x + y)^\circ = \frac{306^\circ - 180^\circ}{2} = 63^\circ$$

$$\angle DAE = 102^\circ - (\angle BAD + \angle CAE) = 102^\circ - (x + y)^\circ = 102^\circ - 63^\circ = 39^\circ$$

在答對的 33 人當中，有 11 人是用第一種解法求出，占答對比例的 33.33%；有 7 人是用第二種解法求出，占答對比例的 21.21%；有 10 人是用第三種解法求出，占答對比例的 30.30%；有 2 人是用第四種解法求出，占答對比例的 6.06%；有 1 人是用第五種解法求出，占答對比例的 3.03%。從本題的解法，可以看出學生的想法是非常豐富的，有些做法可能是老師先前都沒有預想到的。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-09 能理解二元一次方程式的意義。

S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。

對應的分年細目為

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

8-s-10 能理解三角形的基本性質。(S-4-12)

補充說明：

在幾何圖形當中要算角度，如果只是單純的加減法計算就可以求出角度，通常學生們都可以很順利的做出答案來，但如果需要用到方程式的概念，甚至有的

角度根本就不固定，這時學生的答對率就大大的降低許多。而設計本題的目的，就是要看學生會運用什麼樣的做法來解題，因為此題的解法有很多種，但絕大部分都是要運用到方程式的概念，在幾個變量的值，去尋找當中不變量的值。至於為什麼是等腰三角形，是因為等腰三角形的兩個底角會相等，將兩個等腰三角形放在同一個三角形內，題目的條件就可以簡潔很多，而且仍然可以測驗出學生是否真的了解其中的概念。

表 4-28 問題 14 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-03	A-4-09	A-4-12
達標人數與比例	7-a-06		8-s-10
男生有達到指標人數	17		25
占全部男生 117 人比例(%)	14.53		21.37
女生有達到指標人數	13		15
占全部女生 108 人比例(%)	12.04		13.89
合計全部有達到指標人數	30		40
占全部 225 人比例(%)	13.33		17.78

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

- (1) 只在題目的圖形上，把相等的邊或相等的底角標出來，但就沒有再進一步的算式。這樣的人，計有男生 22 人，女生 18 人，共 40 人，占總答錯人數 192 人的 20.83%，占有答題的但答錯這 70 人的 57.14%。
- (2) 以為 $\angle BAD = \angle DAE = \angle CAE$ ，所以直接把 $102^\circ \div 3 = 34^\circ$ ，認為 34° 就是答案。這樣的人，計有男生 5 人，女生 7 人，共 12 人，占總答錯人數 192 人的 6.25%，占有答題的但答錯這 70 人的 17.14%。

- (3) 只算出 $\angle B + \angle C = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$ ，但接下來就不知該如何計算。這樣的人，計有男生 3 人，女生 2 人，共 5 人，占總答錯人數 192 人的 2.60%，占有答題的但答錯這 70 人的 7.14%。
- (4) 沒有算式，就直接寫答案是 78，可能是直接把 $180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$ 。這樣的人，計有男生 5 人，女生 2 人，共 7 人。占總答錯人數 192 人的 3.65%，占有答題的但答錯這 70 人的 10%。
- (5) $\angle BAD, \angle DAE, \angle CAE$ 這三個角看起來，就感覺 $\angle DAE$ 比另外兩個大，所以想說 $\angle DAE$ 可能占 $\angle BAC$ 的一半，於是就把 $102^\circ \div 2 = 51^\circ$ ，認為 $\angle DAE = 51^\circ$ 。這樣的人，計有男生 2 人，女生 3 人，共 5 人。占總答錯人數 192 人的 2.60%，占有答題但答錯這 70 人的 7.14%。
- (6) 依照解法四的方法解題，但因為最後計算錯誤，把 $72^\circ \div 2$ 算成 36° ，這樣的人，計有男生 1 人，共 1 人。占總答錯人數 192 人的 0.52%，占有答題的但答錯這 70 人的 1.43%。
- (7) 空白未作答，這樣的人，計有男生 60 人，女生 62 人，共 122 人，占總答錯人數的 63.54%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

本題學生有許多都只是在圖上標註相等的角或邊，但沒有其他的運算算式，顯示學生可能並沒有去嘗試利用假設一些未知數，與列出一些方程式，再從中去找題目所要求的未知數是多少。因為此題有好幾個值是不固定的，如果只是想用加減法的算式，去算出圖中的每一個角度是多少，這題是做不到的，但如果列了方程式，知道我們所要求的目標是什麼，就很有可能可以算出答案。從此題學生的答題方法來看，可以看到許多種解法，雖然步驟的長短不一，但只要循著慢慢將式子化簡的腳步，就可以把答案找出。所以，我們老師在教這一類的題目時，尤其題目中有許多的值是不固定的，但題目要求的卻是固定的，可以告訴學生，假

設題目中比較特別的幾個角度或邊長為未知數，再利用題目的條件來盡量列出方程式，從方程式中找到解出題目所要求的未知數的解法。不要一看到這一類型題目，第一直覺就是放棄，這樣即使題目很簡單，也失去了解出答案的機會了。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 14.67%，在 225 個學生當中，有 33 個答對，其中男生有 19 人，女生有 14 人，男生答對的比例，只略高於女生一點點而已。答題統計如下：

表 4-29 問題 14 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	19	14	33
答錯人數	98	94	192
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	16.24	12.96	
答錯占比例(%)	83.76	87.04	

(六)答題能力與性別有無差異

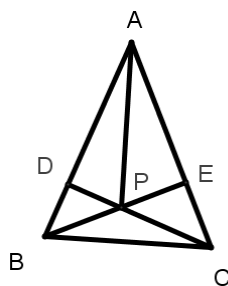
本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 0.692，t 的絕對值小於 2，p 值為 0.490，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

[問題 15] 如下圖， $\angle BAC = \angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$ ，若 $\overline{AP} = 10$ ，求 $\overline{BC} = ?$



(一)解法

本題最主要是要讓學生找出兩個全等的三角形($\triangle APD \cong \triangle CBD$)，就能發現對應

邊 $\overline{AP} = \overline{BC} = 10$ 。

解法：

$$\because \angle BAC = \angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

$$\text{同理，} \angle ADC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

$$\angle BDP = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle BPD = 180^\circ - \angle BDP - \angle APE = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\because \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ \therefore \overline{AD} = \overline{CD}$$

$$\because \angle DBP = \angle DPB = 45^\circ \therefore \overline{BD} = \overline{PD}$$

在 $\triangle APD$ 與 $\triangle CBD$ 中，

$$\because \overline{AD} = \overline{CD}, \overline{BD} = \overline{PD}, \angle ADP = \angle CDB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle CBD(\text{SAS})$$

$$\Rightarrow \overline{AP} = \overline{BC} = 10$$

在所有有答出答案為 10 的人中，只有 2 人是有寫出完整證明，其餘 19 人都是只寫 10 這個答案，但沒有三角形全等證明的式子，也有可能是學生直接用猜的結果。

(二)能力指標與分年細目

本題的能力指標為：

S-4-09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。

S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。

S-4-19 能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。(同 A-4-20)

對應的分年細目為

8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。(S-4-12)

8-s-17 能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。(S-4-19)

補充說明：

本題最主要是要學生能藉由全等，求出題目所要求的答案。而本題全等的證明，即為問題的重點。

表 4-30 問題 15 對應的各能力指標達到的人數表

能力指標與分年細目	A-4-12	A-4-19
	8-s-12	8-s-17
男生有達到指標人數	5	2
占全部男生 117 人比例(%)	4.27	1.71
女生有達到指標人數	6	0
占全部女生 108 人比例(%)	5.56	0
合計全部有達到指標人數	11	2
占全部 225 人比例(%)	4.89	0.89

(三)答錯原因

此題答錯的原因，統整後約略計有如下：

(1) 只從題目的條件標出相同大小的角度，但其他都沒有任何算式。這樣的人，

計有男生 15 人，女生 38 人，共 53 人，占總答錯人數 204 人的 25.98%，占有答題的但答錯這 111 人的 47.75%。

(2) 有從題目給的條件，發現 $\angle AEB$ 與 $\angle ADC$ 都是 90° ，但沒有其他的算式。這樣的人，計有男生 27 人，女生 18 人，共 45 人，占總答錯人數 204 人的 22.06%，占有答題的但答錯這 111 人 40.54 的%。

(3) 沒有算式，直接看圖猜測這個邊長可能會是多少，而且猜的答案是錯誤的，例如：5,6,7,8,11,12,13 等。這樣的人，計有男生 8 人，女生 5 人，共 13 人，占總答錯人數 204 人的 6.37%，占有答題的但答錯這 111 人的 11.71%。

(4) 空白未作答，這樣的人，計有男生 55 人，女生 38 人，共 93 人，占總答錯人數的 83.78%。

(四)從答錯原因加強往後教學的方向

其實本題的證明很簡單，只需要找出兩個三角形全等的三個條件即可。但或許是放在最後一題，很多人都沒寫完這份考卷，當然也沒時間想本題，甚至可能連看都還沒看到本題。在答案是對的 21 人當中，也只有 2 個男生是慢慢依邏輯觀念列出式子證明全等。所以我們往後在教這類型題目時，應該請學生分析，該題題目只有一個長度，卻就要求某個長度做為答案，這表示這題目的長度和所要求的長度一定有直接的關係。如果他們又沒有相連或重疊的話，就很有可能利用全等或相似來證明。如果能找出分別包含這兩邊的三角形，進而能找出證明全等或相似的條件，這個問題或許就能夠順利解決了。

(五)不同性別的答題情形

本題的總答對率為 9.33%，在 225 個學生當中，有 21 個答對，其中男生有 14 人，女生有 7 人，男生答對的比例，要比女生來的高一些，甚至可以說是快要是女生的 2 倍了。但因為答對的人數很少，所以答對的比例並沒有差很多。答

題統計如下：

表 4-31 問題 15 男女生答題統計表

	男生	女生	合計
答對人數	14	7	21
答錯人數	103	101	204
總人數	117	108	225
答對占比例(%)	11.97	6.48	
答錯占比例(%)	88.03	93.52	

(六)答題能力與性別有無差異

本題的答題狀況，以獨立樣本 T 檢定，檢驗答題能力與性別是否有明顯的差異，可寫出

虛無假設 $H_0: \mu_M = \mu_F$

對立假設 $H_1: \mu_M \neq \mu_F$ (μ_M 為男生本題的答對比例， μ_F 為女生本題的答對比例)

以 SPSS12.0 中文版電腦操作，得出 t 值為 1.413，t 的絕對值小於 2，p 值為 0.159，大於 α 值 0.05，落入接受區，故接受虛無假設，拒絕對立假設，即男生與女生在本題的解題能力沒有顯著差異。

第二節 性別與數學解題能力

在文獻探討中，可以發現許多研究對於男生和女生的解題能力，結果都是沒有顯著的差異。而本次測驗的結果統計，以整體而言，男生和女生的數學解題能力雖然是男生比女生略佳，但仍尚未達到顯著差異，只有其中的少數 3 題(問題 2、9、13)，男生與女生的解題能力是有顯著差異的。其餘各題，男生和女生的數學解題能力並沒有顯著的差異。

檢驗性別與數學答題能力是否有所關係，可以利用獨立樣本 T 考驗的方法，

來檢驗兩者是否有顯著的差異。利用統計軟體 SPSS12.0 中文版軟體，輸入統計資料後，便可利用其中獨立樣本 T 考驗的功能，來檢驗其結果。以本次測驗的總答題表現來看，p 值為 0.064，大於 α 值 0.05，表示性別與答題能力並沒有顯著的差異。不過此值已相當接近 0.05，仍能看出，有些微的差異。以男、女的平均答對題數來看，男生平均答對題數為 3.97 題，女生的平均答對題數為 3.24 題，男生的表現略優於女生，但還不到非常顯著的差異。但若以各題的題目答題表現，和性別來檢驗有無顯著差異，少部分題目則有些差異。茲列如下：

[問題 2] 某麵包店推出週年慶優惠，買 100 元的商品就送 50 元的商品抵用券 1 張，但商品抵用券必須要下次消費 100 元起，才能抵用 1 張 50 元的商品抵用券，並且不再贈送商品抵用券。以多次消費合併來看，這間麵包店的優惠方式，相當於最多打到幾折？

本題主要檢驗的能力指標為 N-4-03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。分年細目為 7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。在答題的 225 位學生(包含男生 117 位，女生 108 位)中，男生答對有 37 人，女生有 13 人，男生的答對比例為 31.62%，女生的答對比例為 12.04%，以獨立樣本 T 考驗的實驗方法，檢驗性別與此題答題能力，是否有顯著的差異，p 值為 0.000，表示有非常顯著的差異。這或許表示，雖然現今社會中，女生購買東西的次數比男生來的多，但男生比起女生對於折扣的比例觀念，還要來的更清楚。

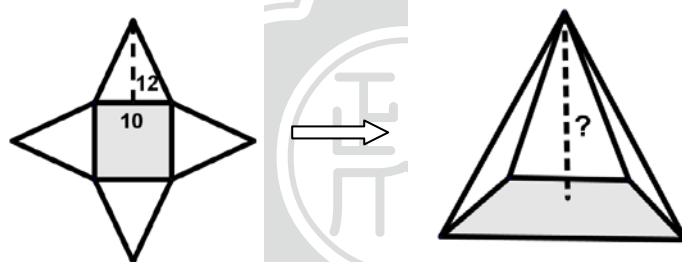
[問題 9] 小天 西元 1990 年出生，今年 2010 年剛好年滿 20 歲。試利用乘法公式，

$$\text{計算 } 2010 \frac{20}{1990} \times 1990 \frac{20}{2010} = ?$$

本題主要檢驗的能力指標為 A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算；A-4-13 能熟練乘法公式。分年細目為 8-a-01 能熟練二次式的乘法公式。在答題的 225 位學生(包含男生 117 位，女生 108 位)中，答

對的總人數為 11 人，為所有題目最少的，其中男生答對有 9 人，女生只有 2 人，男生的答對比例為 7.69%，女生的答對比例為 1.85%，以獨立樣本 T 考驗的實驗方法，檢驗性別與此題答題能力，是否有顯著的差異，p 值為 0.043，略小於 α 值 0.05，表示有顯著的差異。此題其實也在檢驗學生的基本計算能力，從分析的結果看來，顯示學生的計算能力相當不佳。但若以性別相對來看，男生在解較為複雜的計算題型時，或許能力較女生來的好。但因此題的答對人數相當少，分析結果相對也會有可能出現較大的誤差，筆者只是就數據結果分析推論，僅供參考。

[問題 13] 有一個正四角錐，側面的等腰三角形高是 12，底面的正方形邊長是 10。求此錐體的高(從立體圖上方的頂點到底面的距離)是多少？



本題主要檢驗的能力指標為 A-4-15 能理解畢氏(勾股)定理，並做應用；S-4-05 能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題；N-4-12 能理解根式的四則運算。分年細目為 8-a-05 能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用(同 8-s-08)；8-a-02 能理解簡單根式的化簡及有理化。在答題的 225 位學生(包含男生 117 位，女生 108 位)中，男生答對有 45 人，女生有 27 人，男生的答對比例為 38.46%，女生的答對比例為 25%，以獨立樣本 T 考驗的實驗方法，檢驗性別與此題答題能力，是否有顯著的差異，p 值為 0.031，略小於 α 值 0.05，表示有顯著的差異。由於此題牽涉到空間與平面的觀念，必須將空間中的圖形轉換到平面上來思考，從數據上來分析，顯示男生在立體空間中圖形的概念，略比女生來的好一些。

第三節 能力指標與數學問題

在文獻探討中，我們發現 S-P 表中的 S 曲線可以看出學生對於問題的掌握程度；而 P 曲線可以看出本次測驗所有問題的難易程度。而本次測驗，我們將分成兩個部分。第一是用問題與所有學生的答題狀況之雙向細目表，從當中的 P 曲線來呈現學生們比較不會的問題。第二是利用所有問題所應具備的能力指標，與所有學生的各指標達到與否之雙向細目表，從當中的 P 曲線來呈現學生比較無法掌握的能力，以此可做為老師們在教此相關課程內容的參考。

一、學生與試題之 S-P 表

如果我們想看看在這次的測驗問題當中，有哪些問題是學生們比較不會，觀念是需要加強的，我們可以將所有學生每一題答案正確與否的雙向細目表，輸入余民寧教授編著的教育測驗與評量—成就測驗與教學評量一書所附加的 TESTER for Windows 程式 2.0 版中，可跑出 S-P 表，但因程式設計上的限制，單次資料無法超過 50 筆學生資料，因此我們先以學校分組，一個一個學校來跑 S-P 表，但因為 C 校和 D 校的學生超過程式限制的數量，所以將這兩校的學生，刪除掉全部題目皆答錯的學生，如此就可以控制各校的人數皆在 50 人以內，而且即使這些全部都答錯的學生加入 S-P 表中，也是被列在最下面，並不影響 S-P 表的曲線與問題的順序。

接下來，我們就要來看在這 15 個問題當中，有哪些題目是學生比較不會，觀念上需要在加強的。從以下 5 所學校學生與答題狀況的 S-P 表來看：(紅色為 S 曲線，草綠色為 P 曲線)

圖 4-1 A 校學生與試題之 S-P 表

學生編號	試題號碼										總分	答對率	指標	類別					
	7	13	3	5	11	4	10	6	8	14					1	2	9	12	15
AA0146	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	12	80.00	0.13	A
AA0111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	11	73.33	0.11	B
AA0130	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	9	60.00	0.33	B
AA0138	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	9	60.00	0.52*	B'
AA0106	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	8	53.33	0.45	B
AA0110	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	8	53.33	0.14	B
AA0117	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	8	53.33	0.90**	B'
AA0136	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	8	53.33	0.14	B
AA0144	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	8	53.33	0.35	B
AA0149	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	8	53.33	0.25	B
AA0103	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	7	46.67	0.33	C
AA0115	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	7	46.67	0.30	C
AA0118	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	7	46.67	0.22	C
AA0139	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	7	46.67	0.30	C
AA0148	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7	46.67	0.00	C
AA0105	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	6	40.00	0.52*	C'
AA0108	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.27	C
AA0109	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.27	C
AA0114	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.38	C
AA0119	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	6	40.00	0.31	C
AA0147	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.17	C
AA0150	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	6	40.00	0.54*	C'
AA0104	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	5	33.33	0.88**	C'
AA0107	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	5	33.33	0.48	C'	
AA0133	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	5	33.33	0.73*	C'
AA0116	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	26.67	0.31	C'
AA0129	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	26.67	0.50*	C'
AA0131	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	26.67	0.52*	C'
AA0142	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	4	26.67	0.81**	C'
AA0112	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.47	C'
AA0134	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.34	C
AA0137	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.41	C
AA0140	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	13.33	1.27**	C'
AA0141	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.05	C'
AA0135	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.64*	C'
AA0102	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
AA0113	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
AA0143	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
答對人數	25	24	24	20	18	16	11	11	7	7	4	4	3	3					

圖 4-2 B 校學生與試題之 S-P 表

學生編號	試題號碼														總分	答對率	指標	類別	
	4	5	7	6	13	3	8	11	10	14	2	11	2	15					9
BB0221	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	13	86.67	0.59*	A'
BB0105	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	11	73.33	0.27	B
BB0205	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	11	73.33	0.15	B
BB0211	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	11	73.33	0.00	B
BB0126	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	10	66.67	0.06	B
BB0226	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	9	60.00	0.24	B	
BB01n2	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	8	53.33	0.32	B
BB0214	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	8	53.33	0.13	B
BB0109	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	7	46.67	0.68*	C'
BB01n3	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	7	46.67	0.37	C
BB0212	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	7	46.67	0.05	C
BB0215	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	7	46.67	0.05	C
BB02n1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	7	46.67	0.05	C
BB0116	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	6	40.00	0.38	C
BB0104	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.31	C
BB0121	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	5	33.33	0.36	C
BB0204	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	5	33.33	0.53*	C'
BB0233	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.06	C
BB0234	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	33.33	0.08	C
BB0128	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	26.67	0.03	C
BB0131	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	26.67	0.03	C
BB0113	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	20.00	0.66*	C'
BB0202	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.44	C
BB01n1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.00	C
BB0129	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.00	C
BB01n4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.92**	C'
BB0139	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
BB0140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
BB0231	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
答對人數	24	20	20	13	12	12	10	10	8	8	3	3	2	2					

圖 4-3 C 校學生與試題之 S-P 表

學生編號	試題號碼									總分	答對率	指標	類別		
	4	5	11	13	2	3	7	12	14					6	8
CC0101	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CC0206	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
CC0242	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
CC0104	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CC0109	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0141	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CC0204	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0227	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
CC0103	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CC0106	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0110	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0201	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
CC0205	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CC0210	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0107	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CC0131	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CC0202	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0217	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CC0226	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0233	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CC0102	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0105	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0117	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0133	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0134	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CC0207	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0212	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CC0229	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0230	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CC0232	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0236	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0241	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CC0108	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0112	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0116	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0126	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0128	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0130	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0132	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0136	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0137	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CC0138	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0203	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CC0208	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CC0211	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
答對人數	25	14	9	7	6	5	4	4	3	0					

圖 4-4 D 校學生與試題之 S-P 表

學生編號	試題號碼											總分	答對率	指標	類別
	5	4	11	13	2	7	13	6	8	15	10				
DD1127	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
DD1118	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
DD1107	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
DD1218	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
DD1225	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
DD1201	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
DD1236	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
DD1109	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
DD1119	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
DD1123	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1216	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
DD1223	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
DD1227	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
DD1120	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1213	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
DD1116	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1128	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1135	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
DD1202	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DD1240	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1117	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1205	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1222	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1232	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1110	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1114	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1203	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1204	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
DD1209	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1211	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
DD1214	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DD1217	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DD1226	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1230	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
DD1101	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1103	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1104	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1105	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1113	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1115	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
DD1134	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1136	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1138	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1206	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1208	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1215	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1230	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DD1233	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
答對人數	35	15	12	12	9	8	7	5	3	2	1				

圖 4-5 E 校學生與試題之 S-P 表

學生編號	試題號碼															總分	答對率	指標	類別
	4	5	7	2	8	13	6	11	10	12	15	1	9	14					
EEO203	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	10	66.67	0.08	B
EEO201	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	7	46.67	0.52*	C
EEO215	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	46.67	0.17	C
EEO102	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.18	C
EEO104	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	6	40.00	0.37	C
EEO221	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	6	40.00	0.25	C
EEO225	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.27	C
EEO229	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	6	40.00	0.20	C
EEO108	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.25	C
EEO115	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.25	C
EEO125	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	5	33.33	0.66*	C
EEO205	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.51*	C
EEO219	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.41	C
EEO223	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	5	33.33	0.51*	C
EEO106	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4	26.67	0.29	C
EEO114	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4	26.67	0.56*	C
EEO119	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	4	26.67	0.59*	C
EEO209	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	26.67	0.59*	C	
EEO109	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.08	C	
EEO117	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.28	C	
EEO122	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.03	C	
EEO123	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.87**	C	
EEO127	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.38	C	
EEO207	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.00	C	
EEO217	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	20.00	0.38	C	
EEO230	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	20.00	0.72*	C	
EEO231	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	20.00	0.67*	C	
EEO110	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.42	C	
EEO112	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.00	C	
EEO120	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.00	C	
EEO211	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.00	C	
EEO218	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	13.33	0.42	C	
EEO105	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.93**	C	
EEO107	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.00	C	
EEO116	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.16	C	
EEO129	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.93**	C	
EEO206	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.00	C	
EEO208	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.00	C	
EEO216	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.16	C	
EEO220	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6.67	0.16	C	
EEO103	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO114	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO121	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO204	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO226	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO227	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
EEO232	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00	0.00	C
答對人數	28	15	14	11	11	5	3	3	2	2	2	2	2	2	2				

在第二章第二節的 S-P 表文獻探討中，我們知道最後完成的 S-P 表愈右邊的試題號碼，即是答對人數愈少的試題，換句話說，也就是學生覺得比較難的試題。從圖 4-1~圖 4-5 五個 S-P 表，我們可以看到在各校 S-P 表右半部所呈現的試題，出現的大多數都是重複的，經交叉比對後，大概有問題 1、9、12、15，對照表 4-32，這四題，也是正是答對率最低的四題，答對的比例皆不到一成。這四題除了問題 15 需要了解全等證明的條件外，其餘的三題都算是計算量比較大的題目，同時，還需要一點解題技巧與觀念，才能答出答案。這也表示學生在學完該章節的概念後，並不見得能夠將概念活用在算式上，特別是沒看過的題型時。因此老師們在教導這類型的題目時，可以多幫助學生們連結多種概念，並引導學生找出最適合該題的解法。

表 4-32 答題狀況統計表

題號	答對人數	答對占全部比例(%)	答對占有答題比例(%)	答錯人數	作答但答錯人數	作答但答錯占全部比例(%)	答錯占有答題比例(%)	未答題人數	未答題占全部比例(%)	未答題占答錯比例(%)
1	14	6.22	9.66	211	131	58.22	90.34	80	35.56	37.91
2	50	22.22	40.98	175	72	32.00	59.02	103	45.78	58.86
3	72	32.00	48.32	153	77	34.22	51.68	76	33.78	49.67
4	124	55.11	68.89	101	56	24.89	31.11	45	20.00	44.55
5	128	56.89	69.19	97	57	25.33	30.81	40	17.78	41.24
6	42	18.67	30.88	183	94	41.78	69.12	89	39.56	48.63
7	79	35.11	54.48	146	66	29.33	45.52	80	35.56	54.79
8	47	20.89	37.60	178	78	34.67	62.40	100	44.44	56.18
9	11	4.89	7.91	214	128	56.89	92.09	86	38.22	40.19
10	39	17.33	41.05	186	56	24.89	58.95	130	57.78	69.89
11	65	28.89	42.76	160	87	38.67	57.24	73	32.44	45.63
12	17	7.56	14.78	208	98	43.56	85.22	110	48.89	52.88
13	72	32.00	52.94	153	64	28.44	47.06	89	39.56	58.17
14	33	14.67	32.04	192	70	31.11	67.96	122	54.22	63.54
15	21	9.33	30.43	204	48	21.33	69.57	156	69.33	76.47

另外，若我們從 S-P 表的左半部試題來看，也就是學生答對比較多的題目，經過交叉比對，重複出現的也是同樣那幾題，有問題 3、4、5、7、13。這五題，觀察表 4-1，也就是學生的答對率相對比較高的五題。其中問題 3、4、5、7 都是屬於基本方程式或不等式的計算，這也顯示了若要達到一般的水準，也就是若要達到平均的程度，基本方程式與不等式的運算是一定要會的。而問題 13 是將立體圖形轉化為平面直角三角形，再利用勾股定理求邊長，由於勾股定理的計算並不困難，只要一開始圖形的轉換概念懂了，就可以很快的找出答案。同樣是圖形的觀念，問題 13 比起問題 14、15，也就是勾股定理比起三角形求角度和證明全等性質，學生會比較容易理解。也因此，國中教科書的編排上，一直都是把勾股定理排在第三冊就先教，而三角形求角度和全等的證明是放在第四冊之後才教。

二、能力指標與學生之 S-P 表

如果要再觀察學生們究竟是哪個觀念比較不清楚，就可以探討問題所對應的能力指標與分年細目，將所有學生對於所有能力指標達到與否的雙向細目表，輸入余民寧教授編著的教育測驗與評量—成就測驗與教學評量一書所附加的 TESTER for Windows 程式 2.0 版中，可跑出 S-P 表，同樣因為程式設計上的限制，單次資料無法超過 50 筆學生資料，所以仍將 C 校與 D 校兩校的學生，刪除掉全部能力指標皆沒有達到的學生，如此就可以控制各校的人數皆在 50 人以內，而且即使這些每一個能力指標的學生加入 S-P 表中，也是被列在最下面，並不影響 S-P 表的曲線與能力指標的順序。由於本程式在輸入時無法將能力指標的名稱當作題號輸入，程式自動會依據輸入的順序，當成問題的題號。在 S-P 表上方中的試題號碼，代表的是輸入能力指標的順序，但許多題目所對應的能力指標並非只有一個，所以 S-P 表上方的試題號碼，指的是從問題 1 對應得第一個能力指標開始，到某題對應的能力指標之順序號碼。所以在閱讀各校的 S-P 表之前，必須先將 S-P 表上方的試題號碼對應各試題與能力指標和分年細目對應清楚，以方便後續研究探討。S-P 表上方的試題號碼對應各試題與能力指標和分年細目對應茲列如下：

表 4-33 試題號碼對應各試題與能力指標和分年細目

SP 表中之 試題號碼	對應的測驗 問題題號	問題之能力指標	對應之分年細目
1	1	A-4-13	8-a-01
2	1	N-4-08	7-n-07
3	1	N-4-09	7-n-11
4	2	N-4-03	7-n-13
5	3	A-4-08	7-a-17
6	4	A-4-03、A-4-09	7-a-06
7	5	A-4-03、A-4-09	7-a-06
8	5	A-4-12	7-a-08
9	6	A-4-11	7-a-13
10	6	A-4-12	7-a-14
11	6	S-4-04	8-s-19
12	7	A-4-03、A-4-06、A-4-07	7-a-03
13	7	A-4-05、A-4-07	7-a-04
14	7	A-4-07	7-a-05
15	8	N-4-09	7-n-10
16	8	N-4-09	7-n-11
17	8	N-4-10	7-n-12
18	9	A-4-13	8-a-01
19	10	A-4-14	8-a-04
20	10	A-4-16	8-a-06
21	10	A-4-16	8-a-08
22	11	A-4-16	8-a-10

23	11	A-4-16	8-a-11
24	12	N-4-13	8-n-04
25	12	N-4-13、N-4-14	8-n-05
26	12	N-4-13、N-4-14	8-n-06
27	13	A-4-15、S-4-05	8-a-05(同 8-s-08)
28	13	N-4-12	8-a-02
29	14	A-4-03、A-4-09	7-a-06
30	14	S-4-12	8-s-10
31	15	S-4-12	8-s-12
32	15	S-4-19	8-s-17

有了以上的對應表，我們就可以看出五所測驗學校學生們在每一個能力指標上，所掌握的情形如何，同時，也可以來看看，在這五所學校當中，有哪些共同的能力指標，是學生們比較無法達到，需要再加強的。以下是這五所學校學生，對於總共 15 題中 32 個能力指標的達到與否，所做出的 S-P 表：(紅色為 S 曲線，草綠色為 P 曲線)

能力指標

第 13 個 A-4-05 能理解等量公理的意義，並做應用。

A-4-07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。

第 25 個、第 26 個

N-4-13 能辨識數列的規則性。

N-4-14 能熟練等差數列與等差級數的樣式、記法與公式，並解決相關問題。

第 31 個 S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。

第 32 個 S-4-19 能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。(同 A-4-20)

分年細目

第 13 個 7-a-04 能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。(A-4-05、A-4-07)

第 25 個 8-n-05 能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。(N-4-13、N-4-14)

第 26 個 8-n-06 能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。
(N-4-13、N-4-14)

第 31 個 8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。(S-4-12)

第 32 個 8-s-17 能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。(S-4-19)

其中的第 13 個能力指標是要用等量公理解一元一次方程式，但所有受測的學生都已經可直接用移項法則來解一元一次方程式，所以並不是學生沒有達到這一項能力指標，而是這一題的解法不一定要用到這個能力指標。其餘四個能力指標，其中第 25、26 個顯示了學生雖然會背等差數列與等差級數的公式，但並不能加以活用，以至於無法達到能力指標中的要求—解決生活中相關的問題。而第 31、32 個是要從三角形與四邊形當中，找到相關性質來當作全等證明的條件，這一直以來，都是學生比較弱的部分，所以在國中的教科書第五冊後半，都有再強調

幾何證明的概念，讓學生對這部分，能再更加的了解。

反觀在圖 4-6~圖 4-10 這五個圖左半邊的能力指標，重複性就沒有右半邊來的這麼大，但大致仍可看到第 6 個、第 7 個、第 8 個能力指標是學生最能掌握的，這三個能力指標與對應的分年細目為

能力指標

第 6 個、第 7 個

A-4-03 能用 x 、 y 、... 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。

A-4-09 能理解二元一次方程式的意義。

第 8 個 A-4-12 能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。

對應的分年細目

第 6 個、第 7 個

7-a-06 能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(A-4-03、A-4-09)

第 8 個 7-a-08 能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。(A-4-12)

從以上的結果也發現了，學生們最熟悉的概念是解方程式的題型，特別是解二元一次聯立方程式。值得注意的是，學生們最有能力的是解二元一次聯立方程式的題目，而不是解一元一次方程式的題目。因為在一元一次方程式的應用問題中，若要只假設一個未知數，必須清楚另一個相等的量是什麼，才有辦法把這個量當成等號兩邊的值來列等式，但相對於二元一次聯立方程式，若假設兩個未知數，只要能列出兩個未知數之間的兩種關係式子，就能夠利用學過的代入消去法以及加減消去法來解方程式。因此，解二元一次聯立方程式的應用問題對於學生而言，似乎比解一元一次方程式的應用問題來的簡單的多。也難怪在本測驗的第 7

題，雖然是一元一次方程式的題目，但仍有約五分之一的人是用二元一次聯立方程式的解法來解題。

第三節 新北市不同分區學校的解題能力

由於本測驗是從新北市隨機抽樣 5 所國中，根據新北市教育局因應台北縣升格直轄市為新北市，將新北市地區依地理位置分成九大分區，如表 4-34，抽樣之 A 校與 B 校位屬板橋分區，C 校位屬雙和分區，D 校位屬新莊分區，E 校位屬文山分區。利用此測驗的統計結果，可以順便看看以上這四個分區的學生的解題能力，會不會因所屬分區的不同，而有所差異。

表 4-34 新北市九大分區一覽表

九大區原名稱	所涵蓋之鄉鎮市	九大區調整後名稱
板橋區	板橋市、土城市	板橋分區
三鶯區	樹林鎮、鶯歌鎮、三峽鎮	三鶯分區
雙和區	永和市、中和市	雙和分區
七星區	金山鄉、萬里鄉、汐止鎮	七星分區
文山區	坪林鄉、石碇鄉、深坑鄉、 烏來鄉、新店市	文山分區
瑞芳區	瑞芳鎮、平溪鄉、雙溪鄉、 貢寮鄉	瑞芳分區
淡水區	石門鄉、三芝鄉、淡水市	淡水分區
三重區	蘆洲鄉、三重市	三重分區
新莊區	新莊市、泰山鄉、五股鄉、 林口鄉、八里鄉	新莊分區

使用統計軟體 SPSS12.0 中文版當中之單因子 ANOVA，利用 Post Hoc 檢定之 Scheffe 法，得出統計結果，各題答對率與全部題數總答對率有顯著差異者如下

表 4-35：

表 4-35 抽樣學校代表之各區在不同問題之答對率有達顯著差異一覽表

問題	有顯著差異之組別
1	板橋分區和雙和分區
3	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區
6	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區
7	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區
8	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區
10	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區
11	板橋分區和文山分區
13	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區
14	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區
全部 15 題	板橋分區和雙和分區、板橋分區和新莊分區、板橋分區和文山分區

從以上統計資料，可以看出板橋分區與在大部分的題目，答對率與其他分區都有著顯著的差異，或許，是有可能存在著城鄉差異，但這當中還牽涉了許多的因素，學校的周圍環境、家長的職業、抽樣班級素質好壞、學校所在的地理位置.....等，都可能會是造成顯著差異的因素。而本研究主要是在探討學生對於數學概念的學習程度，因此就無法再更深入的去探討這背後許多更複雜的因素。往後，若有興趣的專家學者，可再朝當中的細項去做更深入的探討。

第五章 結果與建議

第一節 結論

本研究在探討新北市九年級的學生在七、八年級的數學課程內容上，有哪些解題上的差異？研究的結論歸納如以下五點：

- 一、不同的性別，在解題能力上，男生的答題表現明顯優於女生的只有在以下三個部份：關於價格打折的折數比例概念、複雜的乘法公式計算，以及空間圖形概念，其餘的部分沒有顯著差異。整體而言，男生的解題能力只比女生略好一點點，但並未發現有顯著的差異。
- 二、看起來計算複雜的題目，若需要善用解題技巧(特別是乘法公式)才容易解的出來，學生的答題表現會相當的不好。
- 三、解方程式的題目，學生的答題表現較佳，特別是二元一次聯立方程式的題目，會比一元一次方程式和一元二次方程式來的更好。
- 四、在國中七、八年級的數學課程內容，學生的答題表現最差的在於以下兩點：
 - (一) 將等差數列、等差級數的公式活用，解決生活上相關的問題。
 - (二) 利用特殊三角形的性質，找出三角形全等的條件，證明出題目所要求的邊或角。
- 五、同樣都是幾何的題目，學生們對勾股定理的答題表現，會比利用特殊三角形的性質求角度，以及利用三角形全等求邊或角這兩種題目，表現得更好。

第二節 建議

由於此測驗的對象為新北市九年級的學生，普遍看來學生的答題表現結果並不佳，而新北市已經算是臺灣地區教育水平與學生素質都排名在全國很前面的了，如果拿同一份試卷去測驗台灣其他地區的學生，測驗出來的結果可能會更不好，更無法研究出學生對於試題的解題差異。建議若要在其他的地區施測，試題

中許多題的數字可能要變得更小，而時間可能也要再調整長一點，比較能夠顯現出學生的解題差異。

另外，由於本次測驗時間的限制因素，施測時間安排在 9~10 月，因此測驗的內容才訂在七、八年級的範圍。若施測的時間能有所調整，試題的範圍就可以再擴大到九年級的內容，連同九年級幾何的題型概念一起分析，看看學生們在幾何的部分，有哪些觀念是特別需要加強的。如此一來，便能對整個國中數學的課程內容，做一個更完整的討論與研究，這樣更能讓所有不論幾年級的數學教師，在教學上有所參考。

而本研究的實行面和分析面，都有些可以再加強的地方。在實行面上，如果在測驗前能先做 Pilot Test(先導測試)，則可避免學生可能只是因為題目敘述不夠清楚，以至於學生有不了解題意而無法計算或算錯的情形發生；而在題目的訂定上，如果能再更謹慎設計，則可避免此次題目還是有兩個能力指標在兩個題目中都有出現的情形(A-4-03 與 A-4-13)。而在分析面上，本研究所用到的 S-P 表，其實只用到該表最基本的功能，即從 S-P 表中觀察學生比較了解，與比較不會的題目和能力指標。但其實 S-P 表仍有其他的作用。首先，最常被使用的，是記錄學生經過一段比較長的時間，多次的答題表現。在每一次的測驗中，都會有它要測驗的一些能力，而這些能力，在下一次甚至下幾次測驗中，可能還是會出現。透過合併多次的 S-P 表，可以發現學生哪些概念已經從原本的不熟悉變成理解，而哪些題型和觀念卻還是不太清楚，這些資訊便可傳遞給家長，在任課教師不需多加說明的情況下，家長便可透過 S-P 表的內容，來了解孩子們的學習狀況。同時，教師與家長，也可針對學生比較不熟悉的觀念，來加以輔導。另外，在 S-P 表的右方有兩欄：「注意指標」與「類別」，在本研究中尚未應用到(詳細相關概念請見呂秋文(2000)新數學科教材教法一書)，若能將此兩欄位所顯示的訊息，配合學生的答題表現，將可更清楚的了解學生的學習狀況，便能針對學生的問題加以改善。因此，若能善用 S-P 表，對於學生的學習，將有相當大的幫助。不過，由於

本研究的人數眾多，且因時間上的限制，只能測驗一次，無法持續多次測驗，因此本研究在這部分後續仍有相當大的發展空間。但若是教師想針對自己的任課班級進行多次測驗並記錄答題表現，進而跑出多份 S-P 表來分析，則這做法是可行的。畢竟，任課班的學生就沒有像本研究這麼多，而且這些學生一直到畢業應該都可以持續接受測驗。如此一來，只要教師有心要做，一定能善用 S-P 表，來改善學生的學習狀況。



參考文獻

一、中文部分(依姓氏筆劃排列)

- 余民寧(1997)。教育測驗與評量：成就測驗與教學評量(第二版)。台北，心理出版社。
- 呂秋文(1987)。S-P 表注意係數在數學科教學上之應用研究。政大學報，56 期，61-92 頁。
- 呂秋文(2000)。新數學科教材教法，101-131 頁。台北，五南出版社。
- 何英奇(1989)。精熟學習策略配合微電腦化 S-P 表分析診斷對學生學習效果的實驗研究。師大教育心理學報，22 期，191-214 頁。
- 何景國(1992)。電腦化設計改進 S-P 圖的研究(含 S-P 圖表的原理及其電腦程式操作)。台北市教師研習中心教育專題研究(三十)。
- 洪義德(2002)。不同表徵面積題目對國小六年級學生解題表現之探討。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 翁上錦(1993)。S-P 表分析理論在學習診斷上的應用。台灣省教育廳主辦：「中等學校學校教學與行政學術研討會」會議發表論文。
- 教育部(2012)。97 年國民中小學課程綱要。取自
http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site_content_sn=15326
- 陳濱興(2001)。國小數學解題實作評量與後設認知之相關研究。國立臺中師範學院教育測驗統計研究所碩士論文。
- 陳騰祥(1986)。S-P 表分析在學習診斷的應用及其實做感受之探究。彰化師大輔導學報，9 期，275-311 頁。
- 陳騰祥(1988)。S-P 表分析理論及其在學習評鑑上教師命題技術改進態度的效用之研究。彰化師大輔導學報，11 期，1-69 頁。
- 陳漢瑛(1991)。精熟學習策略配合微電腦化 S-P 表分析試題與回饋對護專學生藥理學學習成效之實驗研究。技術學刊，6 卷(2 期)，99-107 頁。

- 盧雪梅、毛國楠(2008)。國中基本學力測驗數學科之性別差異與差別試題功能(DIF)分析。教育實踐與研究, 21(2), 95-126 頁。
- 簡茂發、李虎雄、陳昭地、林保平、曹博盛、王淑真、鄭再添、張敏雪、陳文典、陳義勳、蕭志明、莊玉梅、黃長司、黃萬居、朱玲玲、鄭美雪、曾文雄、吳美麗、李秀玉、卓娟秀、張武昌(1995)。教育部八十四年度國民教育階段學生基本成就學習評量研究報告。台北：國立台灣師範大學中等學校研習中心。
- 簡茂發、李虎雄、陳昭地、林保平、曹博盛、楊瑞智、王淑真、鄭再添、張敏雪、唐書志、陳文典、陳義勳、莊玉梅、蕭志明、黃長司、黃萬居、朱玲玲、鄭美雪、曾文雄、吳美麗、李秀玉、卓娟秀、張武昌(1996)。教育部八十五年國民教育階段學生基本成就學習評量研究報告。台北：國立台灣師範大學中等學校研習中心。
- 簡茂發、李虎雄、江永明、朱玲玲、李秀玉、吳美麗、卓娟秀、林靜雯、唐書志、莊玉梅、曹博盛、曾文雄、陳文典、陳昭地、陳義勳、陳麗巧、黃長司、黃萬居、張武昌、張敏雪、蕭志明、鍾靜(1999)。教育部八十六、八十七年度國民教育階段學生基本成就學習評量研究報告。台北：國立台灣師範大學科學教育中心。
- 蕭美琪(2003)。國小學童乘法解題與整合認知之相關研究。國立臺中師範學院教育測驗統計研究所碩士論文。
- 饒達欽(1988)。教學評鑑與學生問題圖表之分析研究。師大工業教育學報, 2 期, 129-164 頁。

二、英文部分(依第一個英文字母排列)

- Fan, X., Chen, M., & Matsumoto, A. (1997). Gender differences in mathematics achievement: Findings from the National Education Longitudinal Study of 1988. *The Journal of Experimental Education*, 65(2), 229-242.

- Fennema, E., & Sherman, J. (1978). Sex-related difference in mathematics achievement and related factors : A further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9,189-203.
- Friedman, L. (1989). Mathematics and the gender gap: A meta-analysis of recent studies onsex differences in mathematical tasks. *Review of Educational Research*, 59, 185-213.
- Harris, A. M., & Carlton, S. T. (1993). Patterns of gender differences on mathematics items on the Scholastic Aptitude Test. *Applied Measurement in Education*, 6,137-151.
- Hyde, J., Fennema, E., & Lamon, S. (1990). Gender differences in mathematics performance:A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), 139-155.
- Kellogg, R. T. (1995). *Cognitive Psychology*. London: SAGE Publications.
- Kurshan, B., & Williams, J.(1984). The effect of the computer on problem solving skills.Paper at the First International Jerusalem Convention on Education, Jerusalem.
- Lane, S., Wang, N., & Magone, M. (1996). Gender-related differential item functioning on a middle-school mathematics performance assessment.*Educational measurement:Issues and Practice*, 15(4), 21-27.
- Leinhardt, G., Seewald, A. M. & Engel, M. (1979). Learning what's taught: sexdifferences in instruction. *Journal of Educational Psychology*, 71, 432-439.
- Maccoby, E. Jacklin, C.N.(1974), *The Making of Men: Masculinities, Sexualities and Schooling*, Buckingham: Open University Press.
- Ryan, K. E. & Chiu, S. (2001). An examination of item context effects, DIF, and gender DIF. *Applied Measurement in Education*, 14, 73-90.

各位同學您好！感謝您配合協助參與這次測驗，下面是國一、國二數學課程內容中，常出現的不同題型，請您認真地看清楚題目後，努力的作答，並請直接將計算的過程就寫在各題的空白處，勿再使用計算紙，加油！看看你能算出幾題！

國中_____年_____班_____號 姓名_____

1. 有一題數學題目：「 $2010^2 \div 999 \times (-\frac{123}{456})$ 」的正確答案應該是 a ，但 大雄 錯把題目中間的「 \div 」看成「 \times 」，結果算出來的答案是 b 。如果 大雄 除了看錯題目的運算符號之外，沒有計算的錯誤。求 a 是 b 的幾倍？
2. 某麵包店推出週年慶優惠，買 100 元的商品就送 50 元的商品抵用券 1 張，但商品抵用券必須要下次消費 100 元起，才能抵用 1 張 50 元的商品抵用券，並且不再贈送商品抵用券。以多次消費合併來看，這間麵包店的優惠方式，相當於最多打到幾折？
3. 解一元一次不等式 $5 - \frac{2-5x}{3} < \frac{5x-3}{2}$ ，並在數線上畫出解的範圍。
4. 媽媽帶著一張 500 元的鈔票到銀行換錢，打算將 500 元全部換成 20 元和 50 元的硬幣(2 種都要有)。若 20 元的硬幣有 a 個，50 元的有 b 個，但因為媽媽的零錢包很小，所以 $a+b$ 必須小於 15。求 $|a-b| = ?$
5. 有間歷史悠久的學校舉辦校慶，請來歷任校長的其中 3 位，已知這 3 人中任 2 位的年齡總和分別為 168 歲、179 歲、175 歲。求這 3 位校長當中，年齡最大的與年齡最小的差幾歲？
6. 一次函數 $3x = 4y + k$ 的圖形通過 $(-\frac{4}{3}, 2)$ ，求此函數圖形與 $3x - 2y = 0$ 及 x 軸所圍出的三角形面積是多少？
7. 快樂中學 舉辦畢業旅行，晚上包下 台灣大飯店，全部的同學都住在裡面。若全部的房間每間都住 4 人，則還有 10 位同學沒有房間住。若全部的房間每間都住 5 人，則還剩 1 間空房間沒人住，且住人的房間中，有一間只住了 3 個人。求全部的學生總共有多少人？飯店總共有幾間房間？

8. 在天文學上，1AU，即1天文單位，指的是太陽到地球的平均距離， $1\text{AU} \approx 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 。而最近很常討論的奈米，其實也是長度單位， $1 \text{ 奈米} = 10^{-9} \text{ m}$ 。如果太空中有2個星球的距離是20AU，若把1AU當成 $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ ，則這兩個星球的距離是多少奈米？(請用科學記號表示)

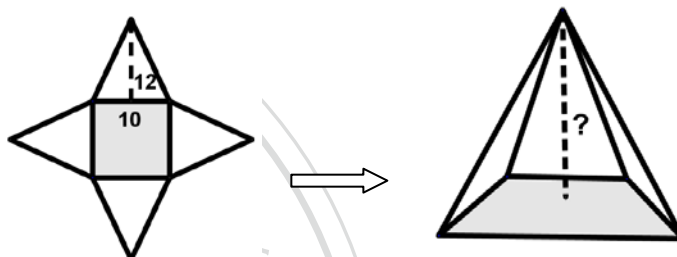
9. 小天西元1990年出生，今年2010年剛好年滿20歲。試利用乘法公式，計算 $2010 \frac{20}{1990} \times 1990 \frac{20}{2010} = ?$

10. 喬巴找到一個長方體的寶藏盒，已知長方體兩兩相鄰的三個面，面積分別為 $9x^2 - 1$ 、 $3x^2 - 8x - 3$ 、 $3x^2 - 10x + 3$ ，且 $x > 3$ 。求這個長方體寶藏盒的體積是多少？

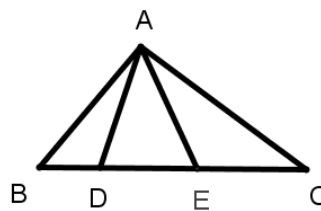
11. 解一元二次方程式 $x^2 = 5624 + 2x$

12. 有間會議室的座位是這樣安排的：第一排和第二排的座位都是9個，第三排和第四排的座位都是11個，第五排和第六排的座位都是13個，往後以此類推，即每往後2排，每排的座位數會增加2個。已知全部共有449個座位，求座位總共有幾排？

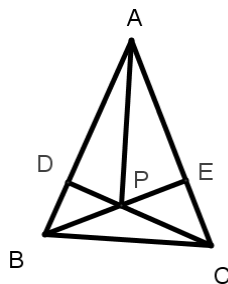
13. 有一個正四角錐，側面的等腰三角形高是12，底面的正方形邊長是10。求此錐體的高(從立體圖上方的頂點到底面的距離)是多少？



14. 如下圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{BE}$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$ ， $\angle BAC = 102^\circ$ 。求 $\angle DAE = ?$



15. 如下圖， $\angle BAC = \angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$ ，若 $\overline{AP} = 10$ ，求 $\overline{BC} = ?$



附錄二、國中階段數學能力指標(畫底線之粗體字為 97 年修訂版有修改到的部分)

數與量	
N-4-01	能理解 <u>質數、質因數分解</u> 、最大公因數、最小公倍數、互質的意義。(修 N-3-02)
<u>N-4-02</u>	<u>能熟練求質因數分解、最大公因數、最小公倍數的短除法，並解決生活中的問題。</u>
N-4-03	能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。(修 N-3-05)
N-4-04	能熟練比例式的基本運算。(同 N-3-07)
N-4-05	能認識負數、相反數、絕對值的意義。(N-3-10)
N-4-06	能做正負數的比較與加、減、乘、除計算。
N-4-07	能將負數標記在數線上，理解正負數的比較與加、減運算在數線上的對應意義，並能計算數線上兩點的距離。
N-4-08	能熟練正負數的四則混合運算。(同 N-3-11)
N-4-09	能認識指數的記號與指數律。(同 N-3-12)
N-4-10	能認識科學記號。(修 N-3-13)
N-4-11	能認識二次方根及其近似值。(同 N-4-01)
N-4-12	能理解根式的四則運算。(同 N-4-02)
N-4-13	能辨識數列的規則性。(同 N-4-03)
N-4-14	<u>能熟練等差數列與等差級數的樣式、記法與公式，並解決相關問題。</u> (修 N-4-04、N-4-05)
幾何	
S-4-01	能 <u>理解</u> 常用幾何形體之定義與性質。(修 S-4-01)

S-4-02	能指出 <u>滿足</u> 給定幾何性質的形體。(修 S-4-02)
<u>S-4-03</u>	<u>能透過形體之刻畫性質，判斷不同形體之包含關係。</u>
S-4-04	能利用形體的性質解決幾何問題。
<u>S-4-05</u>	<u>能理解畢氏定理及其逆敘述，並用來解題。</u>
<u>S-4-06</u>	<u>能理解外角和定理與三角形、多邊形內角和定理的關係。</u>
S-4-07	能理解平面上 <u>兩平行直線</u> 的各種幾何性質。(修 S-4-06)
<u>S-4-08</u>	<u>能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理。</u>
<u>S-4-09</u>	<u>能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。</u>
<u>S-4-10</u>	<u>能根據直尺、圓規操作過程的敘述，完成尺規作圖。(同 S-4-07)</u>
<u>S-4-11</u>	<u>能理解一般三角形的幾何性質。(修 S-4-08)</u>
<u>S-4-12</u>	<u>能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。</u> <u>(修 S-4-08)</u>
<u>S-4-13</u>	<u>能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。</u>
<u>S-4-14</u>	<u>能理解圖形縮放前後不變的幾何性質。</u>
<u>S-4-15</u>	<u>能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。</u>
<u>S-4-16</u>	<u>能理解三角形內心、外心、重心的意義與性質。</u>
<u>S-4-17</u>	<u>能理解圓的幾何性質。(同 S-4-14)</u>
<u>S-4-18</u>	<u>能用反例說明一敘述錯誤的原因，並能辨識一敘述及其逆敘述間的不同。</u> <u>(A-4-19)(修 S-4-10)</u>
<u>S-4-19</u>	<u>能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。(A-4-20)</u>
代數	

<u>A-4-01</u>	能用符號代表數，表示常用公式、運算規則以及常見的數量關係(例如：比例關係、函數關係)。
<u>A-4-02</u>	能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。
<u>A-4-03</u>	能用 x 、 y 、...符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。 (修 A-3-03、A-3-04)
<u>A-4-04</u>	能理解生活中常用的數量關係(例如：比例關係、函數關係)，恰當運用於理解題意，並將問題列成算式。(修 A-3-05)
<u>A-4-05</u>	能理解等量公理的意義，並做應用。(修 A-3-02)
<u>A-4-06</u>	能理解解題的一般過程，知道解出方程式或不等式後，還要驗算其解的合理性。
<u>A-4-07</u>	能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。(修 A-3-08)
<u>A-4-08</u>	能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。(修 A-3-09)
<u>A-4-09</u>	能理解二元一次方程式的意義。(同 A-3-10)
<u>A-4-10</u>	能理解直角坐標系，並能計算坐標平面上兩點間的距離。(修 A-3-11)
<u>A-4-11</u>	能在坐標平面上，畫出一次函數或二元一次方程式的圖形。 (修 A-3-11)
<u>A-4-12</u>	能熟練二元一次聯立方程式的解法，並用來解題。(修 A-3-13)
<u>A-4-13</u>	能熟練乘法公式。(同 A-4-01)
<u>A-4-14</u>	能認識多項式，並熟練其四則運算。(同 A-4-02)
<u>A-4-15</u>	能理解畢氏(勾股)定理，並做應用。(同 A-4-03)
<u>A-4-16</u>	能用因式分解或配方法，解出二次方程式，並用來解題。
<u>A-4-17</u>	能利用配方法，計算二次函數的最大值或最小值。

<u>A-4-18</u>	能理解二次函數圖形的線對稱性，求出其線對稱軸以及最高點或最低點，並應用來畫出坐標平面上二次函數的圖形。
<u>A-4-19</u>	能用反例說明一敘述錯誤的原因。能辨識一個敘述及其逆敘述間的不同。 <u>(S-4-18)</u>
<u>A-4-20</u>	能針對問題，利用幾何或代數性質做簡單證明。 <u>(S-4-19)</u>
統計與機率	
<u>D-4-01</u>	能利用統計量，例如：平均數、中位數及眾數等，來認識資料集中的位置。 (同 D-4-02)
<u>D-4-02</u>	能利用統計量，例如：全距、四分位距等，來認識資料分散的情形。(同 D-4-03)
<u>D-4-03</u>	<u>能以中位數、四分位數、百分位數</u> ，來認識 <u>資料</u> 在群體中的相對位置。 (修 D-4-01)
<u>D-4-04</u>	能在具體情境中認識機率的概念。
連結	
◎察覺	
<u>C-R-01</u>	能察覺生活中與數學相關的情境。
<u>C-R-02</u>	能察覺數學與其他學習領域之間有所連結。
<u>C-R-03</u>	<u>能知道數學可以應用到自然科學或社會科學中</u> 。
<u>C-R-04</u>	<u>能知道數學在促進人類文化發展上的具體例子</u> 。
◎轉化	
<u>C-T-01</u>	能把情境中與問題相關的數、量、形析出。
<u>C-T-02</u>	能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。
<u>C-T-03</u>	能把情境中與數學相關的資料資訊化。
<u>C-T-04</u>	能把待解的問題轉化成數學的問題。
◎解題	

C-S-01	能分解複雜的問題為一系列的子題。
C-S-02	能選擇使用合適的數學表徵。
C-S-03	<u>能瞭解如何利用觀察、分類、歸納、演繹、類比等方式來解決問題。</u>
C-S-04	<u>能多層面的理解，數學可以用來解決日常生活所遇到的問題。</u>
C-S-05	能瞭解一數學問題可有不同的解法，並嘗試不同的解法。
◎溝通	
C-C-01	能 <u>理</u> 解數學語言(符號、用語、圖表、非形式化演繹等)的內涵。
C-C-02	能 <u>理</u> 解數學語言與一般語言的異同。
C-C-03	能用一般語言與數學語言說明情境與問題。
C-C-04	能用數學的觀點推測及說明解答的屬性。
C-C-05	能用數學語言呈現解題的過程。
C-C-06	能用一般語言及數學語言說明解題的過程。
C-C-07	能用回應情境、設想特例、估計或不同角度等方式說明或反駁解答的合理性。
C-C-08	能尊重他人解決數學問題的多元想法。
◎評析	
C-E-01	能用解題的結果闡釋原來的情境問題。
C-E-02	能由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題。
C-E-03	能經闡釋及審視情境，重新評估原來的轉化是否得宜，並做必要的調整。
C-E-04	能評析解法的優缺點。

附錄三、七八年級數學領域分年細目(畫底線之粗體字為 97 年修訂版有修改到的部分)

七年級分年細目

數與量		
分年細目		對照指標
7-n-01	能理解質數的意義，並認識 100 以內的質數。(同 7-n-09)	N-4-01
7-n-02	能理解因數、質因數、倍數、公因數、公倍數及互質的概念，並熟練質因數分解的計算方法。(修 7-n-10)	N-4-01 N-4-02 N-4-09
7-n-03	能以最大公因數、最小公倍數熟練約分、擴分、最簡分數及分數加減的計算。(同 7-n-11)	N-4-02
7-n-04	能認識負數，並能以「正、負」表徵生活中性質相反的量。 (修 7-n-01、7-n-02)	N-4-05
7-n-05	能認識絕對值，並能利用絕對值比較負數的大小。(修 7-n-05)	N-4-05
7-n-06	能理解負數的特性並熟練數(含小數、分數)的四則混合運算。 (修 7-n-12)	N-4-05 N-4-06 N-4-08
7-n-07	能熟練數的運算規則。	N-4-08 A-4-02
7-n-08	能理解數線，數線上兩點的距離公式，及能藉數線上數的位置驗證數的大小關係。(修 7-n-06)	N-4-07
7-n-09	能以不等式標示數的範圍或數線上任一線段的範圍。	N-4-07 A-4-08

7-n-10	能理解指數為非負整數的次方，並能運用到算式中。	N-4-09
7-n-11	能理解同底數的相乘或相除的指數律。(修 7-n-13、7-n-14)	N-4-09
7-n-12	能用科學記號表示法表達很大的數或很小的數。	N-4-10
7-n-13	能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。(修 7-n-16)	N-4-03
7-n-14	能熟練比例式的基本運算。(修 7-n-17)	N-4-04
7-n-15	能理解連比、連比例式的意義，並能解決生活中有關連比例的問題。 (修 7-n-18)	N-4-03 N-4-04

代數

分年細目

對照指標

7-a-01	能熟練符號的 <u>意義</u> ，及其代數 <u>運算</u> 。(修 7-a-03)	A-4-01 A-4-02
7-a-02	能用符號算式 <u>記錄生活情境中的數學問題</u> 。(修 7-a-01)	A-4-03 A-4-04
7-a-03	能理解一元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出一元一次方程式。(修 7-a-04)	A-4-03 A-4-06 A-4-07
7-a-04	能以等量公理解一元一次方程式，並做驗算。(修 7-a-05)	A-4-05 A-4-07
7-a-05	能利用移項法則來解一元一次方程式，並做驗算。(同 7-a-06)	A-4-07
7-a-06	能理解二元一次方程式及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次方程式。(修 7-a-10)	A-4-03 A-4-09

7-a-07	能理解二元一次聯立方程式，及其解的意義，並能由具體情境中列出二元一次聯立方程式。(修 7-a-16)	A-4-03 A-4-12
7-a-08	能熟練使用代入消去法與加減消去法解二元一次方程式的解。 (修 7-a-18)	A-4-12
7-a-09	能認識函數。(修 7-a-12)	A-4-01 A-4-04
7-a-10	能認識常數函數及一次函數。	A-4-01 A-4-04
7-a-11	能理解平面直角坐標系。(修 7-a-11)	A-4-10
7-a-12	能在直角坐標平面上描繪常數函數及一次函數的圖形。(修 7-a-14)	A-4-11
7-a-13	能在直角坐標平面上描繪二元一次方程式的圖形。(同 7-a-15)	A-4-11
7-a-14	能理解二元一次聯立方程式解的幾何意義。	A-4-11 A-4-12
7-a-15	能理解不等式的意義。	A-4-08
7-a-16	能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。(修 7-a-07)	A-4-03 A-4-08
7-a-17	能解出一元一次不等式，並在數線上標示相關的線段。(修 7-a-08)	A-4-08
7-a-18	能說明 $a \leq x \leq b$ 時 $y=cx+d$ 的範圍，並在數線上圖示。	A-4-11

八年級分年細目

數與量		
分年細目		對照指標
8-n-01	能理解二次方根的意義 <u>及熟練二次方根的計算</u> 。(修 8-n-01)	N-4-11 N-4-12

8-n-02	能求二次方根的近似值。(修 8-n-02)	N-4-11
8-n-03	能理解根式的化簡及四則運算。(修 8-n-03)	N-4-12
8-n-04	能在日常生活中，觀察有次序的數列，並理解其規則性。(同 8-n-05)	N-4-13
8-n-05	能觀察出等差數列的規則性，並能利用首項、公差計算出等差數列的一般項。(修 8-n-06、8-n-07)	N-4-13 N-4-14
8-n-06	能理解等差級數求和的公式，並能解決生活中相關的問題。 (同 8-n-08)	N-4-13 N-4-14
幾何		
分年細目		對照指標
<u>8-s-01</u>	<u>能認識一些簡單圖形及其常用符號，如點、線、線段、射線、角、三角形的符號。</u>	S-4-01
<u>8-s-02</u>	<u>能理解角的基本性質。</u>	S-4-01 S-4-04
<u>8-s-03</u>	<u>能理解凸多邊形內角和以及外角和公式。</u>	S-4-06
<u>8-s-04</u>	<u>能認識垂直以及相關的概念。</u>	S-4-01 S-4-04
<u>8-s-05</u>	<u>能理解平行的意義，平行線截線性質，以及平行線判別性質。</u> (修 8-s-08)	S-4-01 S-4-07
<u>8-s-06</u>	<u>能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。</u>	S-4-08
<u>8-s-07</u>	<u>能理解三角形全等性質。(修 8-s-15)</u>	S-4-09
<u>8-s-08</u>	<u>能理解畢氏定理(Pythagorean Theorem)及其應用。(同 8-a-05)</u>	S-4-05 A-4-15

8-s-09	<u>能熟練直角坐標上任兩點的距離公式。</u>	S-4-05 A-4-10
8-s-10	<u>能理解三角形的基本性質。(同 8-s-12)</u>	S-4-08 S-4-09 S-4-11 S-4-12
8-s-11	<u>能認識尺規作圖並能做基本的尺規作圖。</u> (修 8-s-04)	S-4-10
8-s-12	<u>能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。(修 8-s-13、8-s-18)</u>	S-4-02 S-4-03 S-4-04 S-4-08 S-4-12 S-4-13
8-s-13	<u>能理解平行四邊形及其性質。(修 8-s-23、8-s-24)</u>	S-4-02 S-4-04 S-4-07 S-4-13
8-s-14	<u>能用線對稱概念，理解等腰三角形、正方形、菱形、箏形等平面圖形。</u>	S-4-08 S-4-12 S-4-13
8-s-15	<u>能理解梯形及其性質。(修 8-s-26)</u>	S-4-13

8-s-16	能舉例說明，有一些敘述成立時，其逆敘述也會成立；但是，也有一些敘述成立時，其逆敘述卻不成立。(修 8-s-28)	S-4-18
8-s-17	能針對幾何推理中的步驟，寫出所依據的幾何性質。	S-4-19
8-s-18	能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。	S-4-03 S-4-04
8-s-19	能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。(修 8-S-32)	S-4-04
8-s-20	能理解與圓相關的概念(如半徑、弦、弧、弓形等)的意義。(修 8-S-03)	S-4-17
8-s-21	能理解弧長的公式以及扇形面積的公式。	S-4-17
代數		
分年細目		對照指標
8-a-01	能熟練二次式的乘法公式。(修 8-a-01)	A-4-13
8-a-02	能理解簡單根式的化簡及有理化。	N-4-12
8-a-03	能認識多項式及相關名詞。	A-4-14
8-a-04	能熟練多項式的加、減、乘、除四則運算。 (修 8-a-04、8-a-05、8-a-06)	A-4-14
8-a-05	能理解畢氏定理 (Pythagorean Theorem) 及其應用。(同 8-s-08) (修 8-a-07)	S-4-05 A-4-15
8-a-06	能理解二次多項式因式分解的意義。	A-4-16
8-a-07	能利用提公因式法分解二次多項式。(修 8-a-11)	A-4-16
8-a-08	能利用乘法公式與十字交乘法做因式分解。(同 8-a-12)	A-4-16
8-a-09	能在具體情境中認識一元二次方程式，並理解其解的意義。 (同 8-a-13)	A-4-06 A-4-16

8-a-10	能利用因式分解來解一元二次方程式。(同 8-a-14)	A-4-16
8-a-11	能利用配方法解一元二次方程式。(同 8-a-15)	A-4-16
8-a-12	能利用一元二次方程式解應用問題。(同 8-a-17)	A-4-16

