

第四章 實證研究

4.1 資料來源

我們由台灣期貨交易所提供的網頁取出 2005 年 2 月 17 日至 2005 年 5 月 18 日之間，標的資產為加權股價指數的台指選擇權 (TXO) 的歷史資料，其中 2 月 17 日至 3 月 16 日為 3 月 TXO 的存續期間，共有 19 個交易日，其交易的履約價區間為 4900 點至 6700 點；3 月 17 日至 4 月 20 日為 4 月 TXO 的存續期間，共有 24 個交易日，其交易的履約價區間為 5300 點至 6700 點；4 月 21 日至 5 月 18 日為 5 月 TXO 的存續期間，共有 19 個交易日，其交易的履約價的區間為 5200 點至 6700 點。買權與賣權的歷史價格採用當日的結算價(期交所設定)，加權股價指數採用當日的收盤價，無風險利率採用一個月到期定期存款的利率 1.28%。

實務上，政府對於法人或自然人的選擇權交易部位有一定數量的限制，交易時也有一定的成本（包含手續費與保證金），並且真實的市場中通常存在套利機會，因此我們限制選擇權買賣的數量分別為 $|x_i| \leq 10$ ， $|y_i| \leq 10$ ，利用模型三找出目標函數值較小的幾個交易日，將這些交易日的目標函數值扣除必須付出的交易成本，則能得到接近 0 的目標函數值，這些交易日可視為不具有任何套利機會。由式 (7) 得知，模型三的目標函數即為

$$E^P [V(S_T)] = \sum_{j=1}^m \pi_j V(s_j)$$

此處我們定義 π_j 為相同履約價之買權與賣權交易量的平均量，並且假設加權股價指數未來可能的狀態 s_j 恰為履約價 k_j ，意即在某交易日時，對應履約價 k_j 的買權交易量为 α_j ，賣權交易量为 β_j ，取

$$\pi_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{\sum_{j=1}^m (\alpha_j + \beta_j)}$$

由模型三我們得到上述共 62 個交易日的目標函數值如附表一，3 月 TXO 的 19 個交易日中，目標函數值相對較小的交易日：3 月 3 日，與 3 月 11 日；4 月 TXO 的 24 個交易日中，目標函數值相對較小的交易日：4 月 6 日、4 月 11 日與 4 月 14 日；5 月 TXO 的 19 個交易日中，目標函數值相對較小的交易日：5 月 16 日。我們將此六個交易日當時的市場視為不具有任何套利機會。

4.2 結果分析

本節所討論的模型五與模型六，皆假設目標函數中的主觀的機率值（權重）在每一個狀態 s_j 下皆相等，即 $\rho_j = \frac{1}{m}$ ， $j=1, 2, \dots, m$ 。我們使用軟體 GAMS 得到以下的結果。

4.2.1 評價價格與市場價格之比較

使用 4 月 6 日的資料代入模型五。假設到期日 4 月 20 日時的加權股價指數 S_T 共有 59 個可能的狀態 s_j ，它們分別是 5300 點，5325 點，，6675 點，6700 點，意即將 S_T 價格區間切成 25 點一格，此時模型五中限制式的個數為 30 個，遠少於拉格朗日乘子 η_j 的個數為 59 個，我們發現目標函數值為 0，且 η_j 的解全部為 0。若將 S_T 價格區間切割的更細，例如 10 點一格或是 5 點一格，發現模型五的目標函數值仍然為 0，推測其原因，可能是實務上，交易買權以及交易賣權的投資人對於未來股價指數的走勢的看法不盡相同。造成對應買權與對應賣權的限制式相互抵觸，致使 η_j 只有 0 解。

為了避免模型五中對應買權與賣權的限制式相互抵觸的情況發生，我們採用對應履約價為近價(near-the-money)買權與近價賣權的限制式放入模型六中，因為近價買權與近價賣權最能代表當時市場的資訊，因此交易量通常也最大。我們討論兩種情況，一種是挑選交易量最大的買權與賣權（如果交易量最大的買權與賣權發生在不同履約價，則挑選交易量合起來最大的買權與賣權），另一種則是除了挑選交易量最大的買賣權，再加上交易量次大的買賣權，通常交易量次大買權的履約價比交易量最大買權高 100 點，而交易量次大賣權的履約價比交易量最大賣權低 100 點。例如 4 月 6 日的收盤時的加權股價指數為 6013.49 點，交易量最大的買賣權的履約價皆為 6000 點，交易量次大的買權為 6100 點，交易量次大的賣權為 5900 點。

考慮 4 月到期 TXO，其交易的履約價區間為 5300 點至 6700 點，我們將 S_T 價格區間按照切割程度的不同分成五種情況，分別是 100 點一格、50 點一格、25 點一格、10 點一格以及 5 點一格，每一個點即為未來加權股價指數可能發生的狀態 s_j 。由模型六分別求出對應 4 月 6 日、4 月 11 日與 4 月 14 日的拉格朗日乘子 η_j ，利用 η_j 還原風險中立的機率測度 q_j ，以評估選擇權價格（以下簡稱評價價格），並將之與實際的市場價格以及 Black-Scholes 評價公式所計算出來的價格（以下簡稱 B-S 價格）作比較，其中 Black-Scholes 公式中的歷史波動度以前 30 個交易日之加權股價指數收盤價估計。使用對應買賣權最大兩個交易量的限制式所得到的結果如表 4-1，使用對應買賣權最大交易量的限制式所得到的結果如表 4-2。例如在表 4-1 之一中，4 月 6 日時履約價 5300 點的買權市場價格為 715 元，使用 Black-Scholes 評價公式計算出來的理論價格為 716.47 元，使用 S_T 價格區間切割成 100 點一格求出的風險中立機率測度所計算出來的評價價格為 712.61 元，使用 S_T 價格區間切割成 50 點一格求出的風險中立機率測度所計算出來的評價價格為 712.61 元，依此類推 25 點一格、10 點一格與 5 點一格的評價價格皆為 712.61 元。

表 4-1 之一

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點、6100 點以及賣權 6000 點、5900 點

2005 年 4 月 6 日；收盤價 6013.49 點								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	715	716.47	712.61	712.61	712.61	712.61	712.61
	5400	615	616.53	612.66	613.54	613.94	612.66	612.66
	5500	515	516.59	514.70	515.37	515.27	512.72	512.72
	5600	416	416.66	416.75	417.19	416.61	412.77	412.77
	5700	313	316.96	318.79	319.01	317.94	312.83	312.83
	5800	219	219.13	220.83	220.83	219.27	214.07	215.64
	5900	129	129.66	130.44	130.44	130.44	130.44	130.44
	6000	65	60.81	65.00	65.00	65.00	65.00	65.00
	6100	24.5	20.98	24.50	24.50	24.50	24.50	24.50
	6200	7.2	5.04	0.00	1.93	4.46	8.94	8.93
	6300	2.6	0.81	0.00	0.00	0.00	5.66	5.21
	6400	1.7	0.09	0.00	0.00	0.00	2.37	2.55
	6500	1.2	0.01	0.00	0.00	0.00	1.58	1.12
	6600	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.79	0.00
	6700	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
賣權	5300	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.9	0.00	0.00	0.88	1.28	0.00	0.00
	5500	1	0.00	1.99	2.65	2.55	0.00	0.00
	5600	1.5	0.02	3.97	4.41	3.83	0.00	0.00
	5700	2.3	0.26	5.96	6.18	5.11	0.00	0.00
	5800	5.8	2.38	7.94	7.94	6.38	1.18	2.75
	5900	17.5	12.85	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
	6000	52	43.94	52.00	52.00	52.00	52.00	52.00
	6100	113	104.06	111.44	111.44	111.44	111.44	111.44
	6200	195	188.06	186.89	188.82	191.35	195.83	195.82
	6300	288	283.78	286.83	286.83	286.83	292.49	292.04
	6400	388	382.99	386.77	386.77	386.77	389.15	389.32
	6500	485	482.86	486.72	486.72	486.72	488.30	487.84
	6600	585	582.79	586.66	586.66	586.66	587.45	586.66
	6700	680	682.74	686.61	686.61	686.61	686.61	686.61

表 4-1 之二

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點、6100 點以及賣權 6000 點、5900 點

2005 年 4 月 11 日；收盤價 5979.42								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	680	681.59	684.21	684.21	684.21	684.21	684.21
	5400	580	581.63	584.25	585.05	585.12	585.11	585.30
	5500	484	481.67	486.29	486.69	486.03	486.01	486.39
	5600	385	381.72	388.32	388.33	386.95	386.90	387.48
	5700	286	281.95	290.35	289.97	287.86	287.80	288.57
	5800	190	184.22	192.38	191.60	188.77	189.66	189.66
	5900	102	97.20	100.46	100.46	100.46	100.46	100.46
	6000	40.5	36.81	40.50	40.50	40.50	40.50	40.50
	6100	12.5	8.98	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50
	6200	3.3	1.31	0.00	7.50	9.12	8.83	5.85
	6300	1.4	0.11	0.00	2.50	7.30	6.67	3.08
	6400	0.9	0.01	0.00	0.00	5.47	4.52	2.31
	6500	0.8	0.00	0.00	0.00	3.65	2.37	1.54
	6600	0.7	0.00	0.00	0.00	1.82	0.22	0.77
	6700	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
賣權	5300	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.5	0.00	0.00	0.80	0.87	0.86	1.05
	5500	0.6	0.00	1.99	2.40	1.74	1.71	2.10
	5600	0.9	0.01	3.98	3.99	2.61	2.57	3.15
	5700	1.9	0.19	5.97	5.59	3.48	3.42	4.49
	5800	4.3	2.43	7.96	7.19	4.35	5.24	5.24
	5900	16	15.37	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00
	6000	56	54.93	56.00	56.00	56.00	56.00	56.00
	6100	127	127.06	127.96	127.96	127.96	127.96	127.96
	6200	216	219.35	215.42	222.92	224.54	224.24	221.27
	6300	313	318.11	315.38	317.88	322.68	322.05	318.46
	6400	417	417.96	415.34	415.34	420.81	419.86	417.65
	6500	515	517.92	515.30	515.30	518.95	517.66	516.84
	6600	615	617.88	615.25	615.25	617.08	615.47	616.02
	6700	715	717.84	715.21	715.21	715.21	715.21	715.21

表 4-1 之三

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點、6100 點以及賣權 6000 點、5900 點

2005 年 4 月 14 日；收盤價 5976.68 點								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	675	678.04	674.32	674.32	674.32	674.32	674.32
	5400	575	578.06	574.35	575.06	574.35	574.57	574.35
	5500	477	478.09	474.37	476.52	474.37	474.82	474.37
	5600	377	378.11	374.40	377.98	374.40	375.08	374.40
	5700	276	278.14	274.42	279.43	274.42	275.33	274.42
	5800	177	178.54	174.45	180.89	174.45	175.58	174.45
	5900	85	85.44	84.97	84.97	84.97	84.97	84.97
	6000	24	22.91	24.00	24.00	24.00	24.00	24.00
	6100	6.1	2.56	6.10	6.10	6.10	6.10	6.10
	6200	1.8	0.10	0.00	0.00	4.35	5.08	5.08
	6300	1.1	0.00	0.00	0.00	2.61	4.07	4.07
	6400	0.9	0.00	0.00	0.00	1.48	3.05	3.05
	6500	0.8	0.00	0.00	0.00	0.99	2.03	2.03
	6600	0.6	0.00	0.00	0.00	0.49	1.02	1.02
6700	0.5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
賣權	5300	0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.2	0.00	0.00	0.72	0.00	0.23	0.00
	5500	0.6	0.00	0.00	2.15	0.00	0.45	0.00
	5600	0.8	0.00	0.00	3.58	0.00	0.68	0.00
	5700	1	0.00	0.00	5.01	0.00	0.90	0.00
	5800	2	0.38	0.00	6.44	0.00	1.13	0.00
	5900	10.5	7.25	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50
	6000	49.5	44.69	49.50	49.50	49.50	49.50	49.50
	6100	131	124.32	131.57	131.57	131.57	131.57	131.57
	6200	229	221.83	225.45	225.45	229.80	230.53	230.53
	6300	323	321.71	325.42	325.42	328.03	329.49	329.49
	6400	426	421.68	425.40	425.40	426.88	428.45	428.45
	6500	520	521.66	525.37	525.37	526.36	527.41	527.41
	6600	620	621.63	625.35	625.35	625.84	626.36	626.36
6700	720	721.61	725.32	725.32	725.32	725.32	725.32	

表 4-2 之一

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點以及賣權 6000 點

2005 年 4 月 6 日；收盤價 6013.49 點								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	715	716.47	712.61	712.61	712.61	712.61	712.61
	5400	615	616.53	612.66	612.66	612.66	612.66	612.66
	5500	515	516.59	512.72	512.72	512.72	512.72	512.72
	5600	416	416.66	412.77	412.77	412.77	412.77	412.77
	5700	313	316.96	312.83	312.83	312.83	312.83	312.83
	5800	219	219.13	212.89	212.89	213.31	212.33	213.33
	5900	129	129.66	128.49	128.29	128.46	128.46	128.46
	6000	65	60.81	65.00	65.00	65.00	65.00	65.00
	6100	24.5	20.98	22.42	23.02	22.95	22.94	22.95
	6200	7.2	5.04	0.76	2.35	2.30	2.30	2.30
	6300	2.6	0.81	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6400	1.7	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6500	1.2	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6600	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6700	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
賣權	5300	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5500	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5600	1.5	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5700	2.3	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5800	5.8	2.38	0.00	0.00	0.43	0.45	0.45
	5900	17.5	12.85	15.54	15.35	15.51	15.52	15.52
	6000	52	43.94	52.00	52.00	52.00	52.00	52.00
	6100	113	104.06	109.37	109.96	109.89	109.89	109.89
	6200	195	188.06	187.64	189.23	189.19	189.18	189.19
	6300	288	283.78	286.83	286.83	286.83	286.83	286.83
	6400	388	382.99	386.77	386.77	386.77	386.77	386.77
	6500	485	482.86	486.72	486.72	486.72	486.72	486.72
	6600	585	582.79	586.66	586.66	586.66	586.66	586.66
	6700	680	682.74	686.61	686.61	686.61	686.61	686.61

表 4-2 之二

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點以及賣權 6000 點

2005 年 4 月 11 日；收盤價 5979.42 點								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	680	681.59	684.21	684.21	684.21	684.21	684.21
	5400	580	581.63	584.25	584.25	584.25	584.25	584.25
	5500	484	481.67	484.30	484.30	484.30	484.30	484.30
	5600	385	381.72	384.34	384.34	384.34	384.34	384.34
	5700	286	281.95	284.38	284.38	284.38	284.38	284.38
	5800	190	184.22	184.42	184.42	184.42	184.48	184.48
	5900	102	97.20	99.53	99.53	99.44	99.47	99.46
	6000	40.5	36.81	40.50	40.50	40.50	40.50	40.50
	6100	12.5	8.98	7.32	7.32	7.59	7.58	7.59
	6200	3.3	1.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6300	1.4	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6400	0.9	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6500	0.8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6600	0.7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6700	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
賣權	5300	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5500	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5600	0.9	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5700	1.9	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5800	4.3	2.43	0.00	0.00	0.00	0.06	0.06
	5900	16	15.37	15.07	15.07	14.98	15.01	15.01
	6000	56	54.93	56.00	56.00	56.00	56.00	56.00
	6100	127	127.06	122.78	122.78	123.05	123.04	123.05
	6200	216	219.35	215.42	215.42	215.42	215.42	215.42
	6300	313	318.11	315.38	315.38	315.38	315.38	315.38
	6400	417	417.96	415.34	415.34	415.34	415.34	415.34
	6500	515	517.92	515.30	515.30	515.30	515.30	515.30
	6600	615	617.88	615.25	615.25	615.25	615.25	615.25
6700	715	717.84	715.21	715.21	715.21	715.21	715.21	

表 4-2 之三

風險中立機率測度下的評價價格

對應的限制式：買權 6000 點以及賣權 6000 點

2005 年 4 月 14 日；收盤價 5976.68 點								
買賣權	履約價	市場價格	B-S 價格	100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
買權	5300	675	678.04	674.32	674.32	674.32	674.32	674.32
	5400	575	578.06	574.35	574.35	574.35	574.35	574.35
	5500	477	478.09	474.37	474.37	474.37	474.37	474.37
	5600	377	378.11	374.40	374.40	374.40	374.40	374.40
	5700	276	278.14	274.42	274.42	274.42	274.42	274.42
	5800	177	178.54	174.45	174.45	174.45	174.45	174.45
	5900	85	85.44	82.15	82.38	82.57	82.58	82.58
	6000	24	22.91	24.00	24.00	24.00	24.00	24.00
	6100	6.1	2.56	0.00	0.00	0.43	0.49	0.50
	6200	1.8	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6300	1.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6400	0.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6500	0.8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6600	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6700	0.5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
賣權	5300	0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5400	0.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5500	0.6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5600	0.8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5700	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5800	2	0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5900	10.5	7.25	7.68	7.91	8.09	8.11	8.10
	6000	49.5	44.69	49.50	49.50	49.50	49.50	49.50
	6100	131	124.32	125.47	125.47	125.90	125.97	125.97
	6200	229	221.83	225.45	225.45	225.45	225.45	225.45
	6300	323	321.71	325.42	325.42	325.42	325.42	325.42
	6400	426	421.68	425.40	425.40	425.40	425.40	425.40
	6500	520	521.66	525.37	525.37	525.37	525.37	525.37
	6600	620	621.63	625.35	625.35	625.35	625.35	625.35
	6700	720	721.61	725.32	725.32	725.32	725.32	725.32

觀查表 4-1，除了選入限制式所對應的買權評價價格與賣權評價價格恰等於市場價格（因為選入限制式所對應的買權與賣權評價價格，是經由式（11）移項而來，理當等於市場價格。其中選入限制式的買權履約價為 5900 點與 6000 點，選入限制式的賣權履約價為 6000 點與 6100 點），價內(in-the-money)選擇權評價價格皆相當接近市場價格（也很接近 B-S 價格），並且不管將 S_T 價格區間切割的多細，價內選擇權的評價價格皆沒有太大的變動。但在價外(out-the-money)選擇權的部分， S_T 價格區間切割的愈細，評價價格卻呈現不規則的收斂趨勢，推測原因可能是來自於對應交易量次大之買權與賣權的限制式仍有些許的抵觸。定義評價價格與市場價格比較的平均百分誤差計算方式如下

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{|c'_i - c_i|}{c_i} + \sum_{i=1}^n \frac{|p'_i - p_i|}{p_i}}{2n}$$

與

$$\frac{\sum_{i \in I_c} \frac{|c'_i - c_i|}{c_i} + \sum_{i \in I_p} \frac{|p'_i - p_i|}{p_i}}{2n}$$

其中 c_i 、 p_i 分別表示對應履約價為 k_i 之買權、賣權的市場價格， c'_i 、 p'_i 表示評價價格或是 B-S 價格， I_c 表示對應價內買權（未包含限制式所對應之買權）之足標 i 所成的集合， I_p 表示對應價內賣權（未包含限制式所對應之賣權）之足標 i 所成的集合。表 4-3 為評價價格（或是 B-S 價格）與市場價格比較的平均百分誤差。例如交易日為 4 月 6 日時，若平均百分誤差的計算包含 15 個履約價（5300 點至 6700 點，因此 $n=15$ ）全部的買權與賣權，B-S 價格與市場價格的平均百分誤差為 37.34%，使用 S_T 價格區間切割成 100 點一格求出的風險中立機率測度所計算出來的評價價格與市場價格的平均百分誤差為 42.41%，依此類推得到 50 點一格、25 點一格、10 點一格與 5 點一格與市場價格比較的平均百分誤差分別為 41.72%、37.73%、30.82%與 31.46%。若只比較價內買權（5300 點至 5800 點）與價內賣權（6200 點至 6700 點）共 12 選擇權，則 B-S 價格與市場價格的平均百分誤差為

0.33%（仍然除以 30 作為平均百分誤差），使用 S_T 價格區間切割成 100 點一格求出的風險中立機率測度所計算出來的評價價格與市場價格的平均百分誤差為 0.42%，依此類推得到 50 點一格、25 點一格、10 點一格與 5 點一格與市場價格比較的平均百分誤差分別為 0.39%、0.30%、0.37%與 0.33%。由於價外選擇權的評價價格皆很小（幾乎為 0），造成計算全部選擇權的評價價格與市場價格比較的平均百分誤差高達百分之三、四十（市場價格在價外的部份，常常會比理論價格高出很多，原因是市場存在許多非理性的因素，使得價格被迫抬高），但是當只計算價內選擇權評價價格與市場價格比較的平均百分誤差，卻遠小於全部選擇權評價價格與市場價格比較的平均百分誤差，表示在價內選擇權的部分，我們得到相當精確的評價價格。同樣的，交易日為 4 月 11 日與 4 月 14 日亦有相同的結果。

表 4-3

評價價格之平均百分誤差；對應的限制式：交易量最大與次大之買賣權

交易日	與市場價格之 平均百分誤差 (%)	B-S 價格	風險中立機率測度下的評價價格				
			100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
4 月 6 日	全部選擇權	37.34	42.41	41.72	37.73	30.82	31.46
	價內選擇權	0.33	0.42	0.39	0.30	0.37	0.33
4 月 11 日	全部選擇權	38.09	56.08	56.11	79.17	65.63	47.85
	價內選擇權	0.37	0.31	0.42	0.50	0.45	0.36
4 月 14 日	全部選擇權	43.09	40.30	73.28	36.48	41.08	54.17
	價內選擇權	0.28	0.30	0.32	0.30	0.30	0.35

觀察表 4-2，除了選入限制式所對應的買權評價價格與賣權評價價格恰等於市場價格（選入限制式的買權與賣權之履約價皆為 6000 點），價內選擇權的評價價格皆相當接近市場價格，並且不管將 S_T 價格區間切割的多細，不論是價內還是價外的選擇權，其評價價格都沒有太大的變動，並且在價外選擇權的部分，除了履約價與交易量最大選擇權相差 100 點的價外選擇權，其他的評價價格皆為 0，此結果

與 B-S 價格相當的接近，意即深度價外選擇權沒有內含價值，且時間價值趨近於 0。表 4-4 為評價價格與市場價格比較的平均百分誤差。我們發現不管是 B-S 價格或是風險中立機率測度所計算出來的評價價格與市場價格比較的平均百分誤差，只計算價內選擇權的平均百分誤差亦遠小於全部選擇權的平均百分誤差。

表 4-4

評價價格與市場價格之平均百分誤差；對應的限制式：交易量最大之買賣權

交易日	與市場價格之 平均百分誤差 (%)	B-S 價格	風險中立機率測度下的評價價格				
			100 點	50 點	25 點	10 點	5 點
4 月 6 日	全部選擇權	37.34	40.79	39.97	39.71	39.72	39.70
	價內選擇權	0.61	0.48	0.44	0.44	0.45	0.44
4 月 11 日	全部選擇權	38.09	41.99	41.99	41.93	41.88	41.88
	價內選擇權	0.53	0.41	0.41	0.42	0.41	0.41
4 月 14 日	全部選擇權	43.09	44.77	44.68	44.37	44.33	44.33
	價內選擇權	0.47	0.54	0.53	0.51	0.51	0.51

由表 4-3 與表 4-4 我們發現評價價格與市場價格比較的平均誤差最大來源為價外選擇權的部分，價內選擇權的評價價格與市場價格之平均百分誤差值所佔的比例相當小。因此，我們再度採用對應交易量最大之買賣權為限制式， S_T 價格區間 100 點一格做為未來可能狀態 s_j ，評估 3 月 3 日、3 月 11 日、4 月 6 日、4 月 11 日、4 月 14 日與 5 月 16 日的選擇權價格，獲得的結果分別如附表二、附表三與附表四。表 4-5 為此六個交易日的評價價格與市場價格比較的平均百分誤差，其中，計算 3 月份 TXO 評價價格與市場價格比較之平均百分誤差的選擇權履約價價格區間為 4900 點至 6700 點，且 3 月 3 日、3 月 11 日交易最大量皆發生在 6200 點，因此計算全部選擇權所造成的誤差共使用 18 個買權與 18 個賣權，計算價內選擇權所造成的誤差共使用 13 個買權與 5 個賣權；計算 4 月份 TXO 評價價格與市場價格比較之平均百分誤差的選擇權履約價價格區間為 5300 點至 6700 點，且 4 月 6 日、

4 月 11 日與 4 月 14 日交易最大量皆發生在 6000 點，因此計算全部選擇權所造成的誤差共使用 15 個買權與 15 個賣權，計算價內選擇權所造成的誤差共使用 7 個買權與 7 個賣權；計算 5 月份 TXO 評價價格與市場價格比較之平均百分誤差的選擇權履約價價格區間為 5200 點至 6700 點，且 5 月 16 日交易最大量發生在 6000 點，因此計算全部選擇權所造成的誤差共使用 16 個買權與 16 個賣權，計算價內選擇權所造成的誤差共使用 8 個買權與 7 個賣權。我們發現在價內選擇權部分，評價價格與市場價格的平均百分誤差皆表現的與 B-S 價格相差無幾。

表 4-5

無套利機會交易日之評價價格與市場價格的平均百分誤差

交易日	與市場價格之 平均百分誤差 (%)	B-S 價格	100 點
3 月 3 日	全部選擇權	40.6	40.32
	價內選擇權	0.77	0.65
3 月 16 日	全部選擇權	43.82	44.26
	價內選擇權	0.46	0.42
4 月 6 日	全部選擇權	37.34	40.79
	價內選擇權	0.61	0.48
4 月 11 日	全部選擇權	38.09	41.99
	價內選擇權	0.53	0.41
4 月 14 日	全部選擇權	43.09	44.77
	價內選擇權	0.47	0.54
5 月 16 日	全部選擇權	41.19	44.53
	價內選擇權	0.56	0.68

4.2.2 風險中立機率測度的型態

我們將 4 月 6 日時，限制式為對應交易量最大買賣權的五種 S_T 價格區間所計

算出來的風險中立機率測度列於表 4-6。我們發現不管將 S_T 價格區間切割的多細，對應風險中立機率測度不為 0 之狀態 s_j ，皆大約落在 4 月 6 日收盤時的加權股價指數 6013.49 點的正負 240 點以內。因此我們推論：根據風險中立機率測度不為 0 值的範圍，即可以推論出未來加權股價指數的波動範圍。並且在機率值不為 0 的範圍內，除了兩個上下界狀態點的機率值較小，其他狀態點的機率值皆一致，此情形是源自於這些狀態點的拉格朗日乘子 η_j 皆撞到上界 U （如果把 U 放大，計算出來的 η_j 亦會同比例放大，因此每一個狀態點的風險中立機率測度 q_j 不變）。上述表示風險中立機率測度的分配型態呈現梯型的型態。

表 4-6
還原的風險中立機率測度

100 點一格		50 點一格		25 點一格		10 點一格		5 點一格	
s_j	q_j	s_j	q_j	s_j	q_j	s_j	q_j	s_j	q_j
5300	0	5300	0	5300	0	5300	0	5300	0
5700		5750		5750		5770		5775	
5800	0.155534	5800	0.100244	5775	0.017089	5780	0.011593	5780	0.006217
5900	0.209226	5850	0.106602	5800	0.053538	5790	0.021419	5785	0.010711
6200		6200		6225		6240		6240	
6300	0.007563	6250	0.046943	6250	0.019225	6250	0.003113	6245	0.008399
6400	0	6300	0	6275	0	6260	0	6250	0
6700		6700		6700		6700		6700	

若改變模型六目標函數中的主觀機率值 ρ_j ，使之在每一個狀態 s_j 下不相等且

不為 0，例如在 Black-Scholes 公式中假設標的資產價格的變動過程為 Ito 過程(Ito's Process)，因此可假設標的資產報酬率服從對數常態分配，即

$$\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau, \sigma^2\tau\right)$$

此處我們令 $\mu =$ 無風險利率 r ， $\sigma =$ 歷史波動度， $\tau = T - t$ ，主觀機率值 ρ_j 分別為

s_j 正負 $\frac{1}{2}S_T$ 價格區間長度內的對數常態累積機率分配函數，即

$$\int_{-\infty}^{\ln\left(\frac{s_1+d}{S_t}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2\tau}} \exp\left(-\frac{(x - (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right) dx = \rho_1$$

$$\int_{\ln\left(\frac{s_2-d}{S_t}\right)}^{\ln\left(\frac{s_2+d}{S_t}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2\tau}} \exp\left(-\frac{(x - (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right) dx = \rho_2$$

$$\vdots$$

$$\int_{\ln\left(\frac{s_{m-1}-d}{S_t}\right)}^{\ln\left(\frac{s_{m-1}+d}{S_t}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2\tau}} \exp\left(-\frac{(x - (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right) dx = \rho_{m-1}$$

$$\int_{\ln\left(\frac{s_m-d}{S_t}\right)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma^2\tau}} \exp\left(-\frac{(x - (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right) dx = \rho_m$$

其中 d 表示 $\frac{1}{2}S_T$ 價格區間長度。

同樣使用 4 月 6 日的資料，若將主觀機率值 ρ_j 換成上述的累積機率值，則還原的風險中立機率測度與假設 $\rho_j = \frac{1}{m}$ 完全一樣。如表 4-6。此結果表示模型六目標

函數中 η_j 權重的選擇（主觀機率值 ρ_j 之認定），並不影響還原風險中立機率測度

的分佈，因此模型六的目標函數可由 $\sum_{j=1}^m \rho_j \eta_j$ 簡化成 $\sum_{j=1}^m \eta_j$ 。