

第三章 理論架構與實證模型

一、理論架構

CVM 已廣泛被應用在估計非市場財貨的願付價值，Riddel 和 Loomis (1998) 建立一個可用來估計多個非市場財貨願付價值之模型，其模型如下：

$$\begin{aligned} WTP_{1i} &= \mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1 + e_{1i} \\ WTP_{2i} &= \mathbf{x}_{2i}'\boldsymbol{\beta}_2 + e_{2i} \\ &\vdots \\ WTP_{ki} &= \mathbf{x}_{ki}'\boldsymbol{\beta}_k + e_{ki} \end{aligned} \tag{3.1}$$

k ：第 k 個非市場財貨， $k=1, \dots, K$

i ：第 i 個受訪者， $i=1, \dots, I$

WTP_{ki} ：第 i 個受訪者針對第 k 個非市場財貨心中的願付價值

\mathbf{x}_{ki} ：解釋變數向量

$\boldsymbol{\beta}_k$ ：與解釋變數向量相對應之參數向量

e_{ki} ：誤差項

在 (3.1) 式的模型下要如何估計受訪者心中的願付價值？舉例來說，當我們想估計單一個非市場財貨時，可將 (3.1) 式的模型簡化如下：

$$WTP_{1i} = \mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1 + e_{1i}$$

在雙界二分選擇模型下每一位受訪者會被詢問到兩次願付價值，而且第二個願付金額是取決於受訪者是否願意接受起始金額。也就是說，如果受訪者願意接受起始金額 ($a_{i,init}$)，第二次詢問的金額 ($a_{i,up}$) 則會高於起始金額 (即

$a_i.up > a_i.init$) ; 同理，如果受訪者不願意接受起始金額，第二次詢問的金額 ($a_i.low$) 則會低於起始金額 (即 $a_i.low < a_i.init$) 。在雙界二分模型下我們得知每位受訪者的回答有「願意、願意」、「願意、不願意」、「不願意、願意」和「不願意、不願意」共 4 ($4^1 = 4$) 種可能發生情形，其機率值分別如下：

$$\pi_{11} = p(a_i.up \leq WTP_i)$$

$$\pi_{10} = p(a_i.init \leq WTP_i < a_i.up)$$

$$\pi_{01} = p(a_i.low \leq WTP_i < a_i.init)$$

$$\pi_{00} = p(0 \leq WTP_i < a_i.low)$$

其中 π_{11} 是受訪者兩次詢價均回答願意的機率值， π_{10} 是受訪者在第一次詢價時回答願意，第二次詢價回答不願意的機率值，其他以此類推。此時，概似函數型式如下 (Alberini (1995) ; Cameron (1988)) :

$$\log L_i = I_i^{11} * \log \pi_{11} + I_i^{10} * \log \pi_{10} + I_i^{01} * \log \pi_{01} + I_i^{00} * \log \pi_{00}$$

其中 I_i^{11} 、 I_i^{10} 、 I_i^{01} 、 I_i^{00} 為指標函數，且 $I_i^{11} + I_i^{10} + I_i^{01} + I_i^{00} \equiv 1$ 。若 $I_i^{11} = 1$ 表示第 i 個受訪者兩次詢價均回答願意，若非如此則 $I_i^{11} = 0$ ；而 $I_i^{10} = 1$ 則是表示第 i 個受訪者的第一次詢價為願意，第二次詢價為不願意，若非如此則 $I_i^{10} = 0$ ，其它以此類推。

再舉一個例子，假設在雙界二分模型下我們想要聯合估計兩個非市場財貨，也就是說 (3.1) 式的模型可簡化為：

$$\begin{aligned} WTP_{1i} &= \mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1 + e_{1i} \\ WTP_{2i} &= \mathbf{x}_{2i}'\boldsymbol{\beta}_2 + e_{2i} \end{aligned} \quad (3.2)$$

我們將受訪者的回應結果整理於表 3-1 及表 3-2；由表 3-1 得知，在雙界二分模

型下每位受訪者的回答有 $16 (4^2 = 16)$ 種情形，其中每一可能結果的前兩項是受訪者針對第一個非市場財貨所做的回應；後兩項則是受訪者針對第二個非市場財貨所做的回應。16 種發生可能的機率值則列於表 3-2。由此我們可推得概似函數型式如下：

$$\log L_i = \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q I_i^{mpq} * \log \pi_{mpq} \quad (3.3)$$

其中 m 、 n 、 p 、 q 為 0 或 1， I_i^{mpq} 為指標函數，且 $\sum_m \sum_n \sum_p \sum_q I_i^{mpq} \equiv 1$ 。若 $I_i^{1111} = 1$ 表示第 i 個受訪者分別對先後兩個非市場財貨的兩次詢價均回答願意，要不然則 $I_i^{1111} = 0$ ；而 $I_i^{1110} = 1$ 則是表示受訪者對第一個非市場財貨的兩次詢價均回答願意，而第二個非市場財貨的兩次詢價則是第一次願意，第二次不願意；要不然則 $I_i^{1110} = 0$ ，其他以此類推。

表 3-1 雙界二分模型下估計兩個非市場財貨受訪者回應表

第二個 非市場財貨	第一個非市場財貨			
	願意、願意	願意、不願意	不願意、願意	不願意、不願意
願意、願意	(1)	(5)	(9)	(13)
願意、不願意	(2)	(6)	(10)	(14)
不願意、願意	(3)	(7)	(11)	(15)
不願意、不願意	(4)	(8)	(12)	(16)

註：其中(1)是表示受訪者針對第一個非市場財貨的兩次詢價均回答願意，且針對第二個非市場財貨的兩次詢價也均回答願意。(2)是表示受訪者針對第一個非市場財貨的兩次詢價均回答願意，而第二個非市場財貨的兩次詢價則是第一次願意，第二次不願意。其他以此類推。

表 3-2 雙界二分模型下估計兩個非市場財貨發生可能之機率表

發生可能	機率值
(1)	$\pi_{1111} = p(a_i.up \leq WTP_{1i}, b_i.up \leq WTP_{2i})$
(2)	$\pi_{1110} = p(a_i.up \leq WTP_{1i}, b_i.init \leq WTP_{2i} < b_i.up)$
(3)	$\pi_{1101} = p(a_i.up \leq WTP_{1i}, b_i.low \leq WTP_{2i} < b_i.init)$
(4)	$\pi_{1100} = p(a_i.up \leq WTP_{1i}, 0 \leq WTP_{2i} < b_i.low)$
(5)	$\pi_{1011} = p(a_i.init \leq WTP_{1i} < a_i.up, b_i.up \leq WTP_{2i})$
(6)	$\pi_{1010} = p(a_i.init \leq WTP_{1i} < a_i.up, b_i.init \leq WTP_{2i} < b_i.up)$
(7)	$\pi_{1001} = p(a_i.init \leq WTP_{1i} < a_i.up, b_i.low \leq WTP_{2i} < b_i.init)$
(8)	$\pi_{1000} = p(a_i.init \leq WTP_{1i} < a_i.up, 0 \leq WTP_{2i} < b_i.low)$
(9)	$\pi_{0111} = p(a_i.low \leq WTP_{1i} < a_i.init, b_i.up \leq WTP_{2i})$
(10)	$\pi_{0110} = p(a_i.low \leq WTP_{1i} < a_i.init, b_i.init \leq WTP_{2i} < b_i.up)$
(11)	$\pi_{0101} = p(a_i.low \leq WTP_{1i} < a_i.init, b_i.low \leq WTP_{2i} < b_i.init)$
(12)	$\pi_{0100} = p(a_i.low \leq WTP_{1i} < a_i.init, 0 \leq WTP_{2i} < b_i.low)$
(13)	$\pi_{0011} = p(0 \leq WTP_{1i} < a_i.low, b_i.up \leq WTP_{2i})$
(14)	$\pi_{0010} = p(0 \leq WTP_{1i} < a_i.low, b_i.init \leq WTP_{2i} < b_i.up)$
(15)	$\pi_{0001} = p(0 \leq WTP_{1i} < a_i.low, b_i.low \leq WTP_{2i} < b_i.init)$
(16)	$\pi_{0000} = p(0 \leq WTP_{1i} < a_i.low, 0 \leq WTP_{2i} < b_i.low)$

註：其中假設 $a_i.init$ 、 $a_i.up$ 和 $a_i.low$ 分別為第一個非市場財貨的第一次詢價的起始金額、第一次詢價為願意時第二次詢價所提高的金額、第一次詢價為不願意時第二次詢價所降低的金額。 $b_i.init$ 、 $b_i.up$ 、 $b_i.low$ 分別為第二個非市場財貨的第一次詢價的起始金額、第一次詢價為願意時第二次詢價所提高的金額、第一次詢價為不願意時第二次詢價所降低的金額。

當想要估計的非市場財貨個數愈多（即 K 愈多），估計的過程就愈為繁雜。由上述兩個例子，可以知道在雙界二分模型下若想同時估計三個非市場財貨時，每位受訪者的回應就有 $64 (4^3 = 64)$ 種可能發生的情形，複雜的計算過程常造成估計上的困難；Greene (1993) 在書中 (Econometric Analysis, pp. 663-664) 就建議，當在使用雙界二分模型時，非市場財貨的個數儘量不要超過三個。

本文資料分析部分是要同時估計兩個不同的減肥療程，所以將以 (3.2) 式為基礎。Riddel 和 Loomis (1998) 假設 (3.2) 式模型中的誤差項服從二元常態分配，但在此假設下想要估計的願付價值可能會有小於零的情況產生，如此一來將與實際的情況有所出入；為了改善這個問題，本文將 (3.2) 式的模型做了修改，重新建立一個可用來聯合估計兩個療程之願付價值模型如下：

$$\begin{aligned} WTP_{1i} &= (\mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1 + e_{1i})^{\frac{2}{r_1}} \\ WTP_{2i} &= (\mathbf{x}_{2i}'\boldsymbol{\beta}_2 + e_{2i})^{\frac{2}{r_2}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 $r_1, r_2 > 0$ ， (e_{1i}, e_{2i}) 服從二元常態分配 $(0, 0, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$

在 (3.4) 式模型下， WTP_{1i} 與 WTP_{2i} 因為有平方項的修正，將可確保估計出來的願付價值不會有負數出現，也與實際情況較為相符；然而在進行參數估計之前，我們需要先對 (WTP_{1i}, WTP_{2i}) 的分配函數有所了解。

二、Bologna 所提出的 BGGD

Bivariate Generalized Gamma Distribution (簡稱 BGGD) 是由 Bologna (1987) 所提出來的。假設 (U, V) 服從二元常態分配 $(0, 0, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$ ，且聯合機率密度函數為：

$$\varphi(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{u^2}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{uv}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{v^2}{\sigma_2^2}\right]\right\}$$

$$-\infty < u < \infty$$

$$-\infty < v < \infty$$

令 $X = (U^2)^{\frac{1}{r}}$ 及 $Y = (V^2)^{\frac{1}{r}}$ ，其中 $r > 0$ ，利用變數變換的方法，便可求出 (X, Y) 的聯合機率密度函數如下：

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sum_{i=1}^4 |J_i| \varphi[\psi_{1i}^{-1}(x, y), \psi_{2i}^{-1}(x, y)] \\ &= \frac{r^2 x^{\frac{r}{2}-1} y^{\frac{r}{2}-1}}{4\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{x^r}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{x^{\frac{r}{2}}y^{\frac{r}{2}}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{y^r}{\sigma_2^2}\right]\right\} \\ &\quad + \frac{r^2 x^{\frac{r}{2}-1} y^{\frac{r}{2}-1}}{4\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{x^r}{\sigma_1^2} + 2\rho\frac{x^{\frac{r}{2}}y^{\frac{r}{2}}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{y^r}{\sigma_2^2}\right]\right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{r^2 x^{\frac{r}{2}-1} y^{\frac{r}{2}-1}}{4\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x^r}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{x^{\frac{r}{2}}y^{\frac{r}{2}}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{y^r}{\sigma_2^2}\right)\right] \right. \\ \left. + \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x^r}{\sigma_1^2} + 2\rho\frac{x^{\frac{r}{2}}y^{\frac{r}{2}}}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{y^r}{\sigma_2^2}\right)\right] \right\}$$

$$0 < x < \infty$$

$$0 < y < \infty$$

而 X 與 Y 的邊際分配， $f(x)$ 及 $f(y)$ 則均服從 Generalized Gamma Distribution (簡稱 GGD)，其機率密度函數的型式分別如下：

$$f(x) = \int_0^{\infty} f(x, y) dy$$

$$= \frac{r}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} x^{\frac{r}{2}-1} \exp\left(-\frac{x^r}{2\sigma_1^2}\right) \quad 0 < x < \infty$$

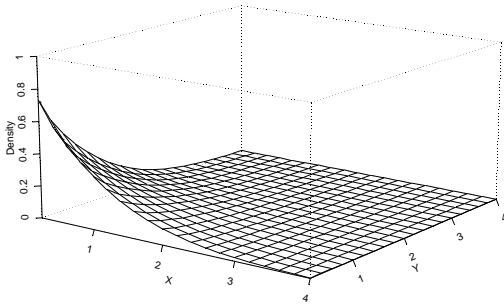
$$f(y) = \int_0^{\infty} f(x, y) dx$$

$$= \frac{r}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} y^{\frac{r}{2}-1} \exp\left(-\frac{y^r}{2\sigma_2^2}\right) \quad 0 < y < \infty$$

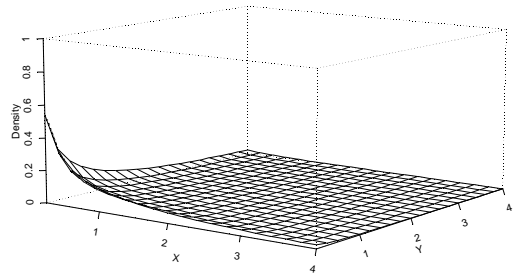
也正因為 (X, Y) 的邊際分配服從 GGD 的這個特性，Bologna (1987) 因此將 (X, Y) 的分配稱為 BGGD。

為了更清楚了解 BGGD 的分配型態，圖 3-1 列出不同參數下 BGGD 的聯合機率密度函數圖；圖 3-1 呈現的是在 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ 的情況下，就 $r > 1$ 和 $r < 1$ 的兩種情形，分別繪出 ρ 為 0.2、0.5、和 0.8 的聯合機率密度函數圖。

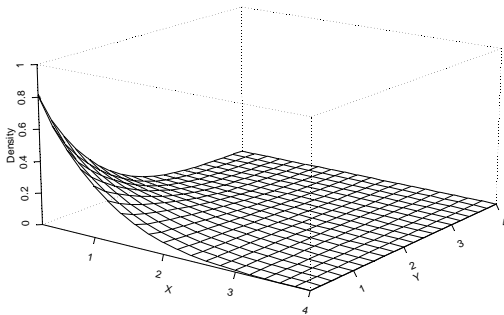
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.2, r = 1.6$$



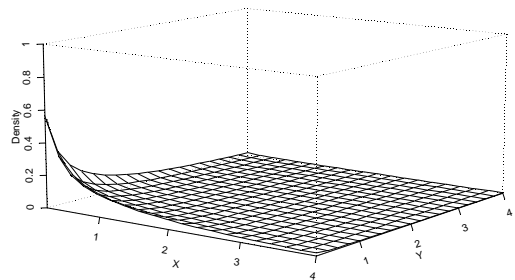
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.2, r = 0.8$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.5, r = 1.6$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.5, r = 0.8$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.8, r = 1.6$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, \rho = 0.8, r = 0.8$$



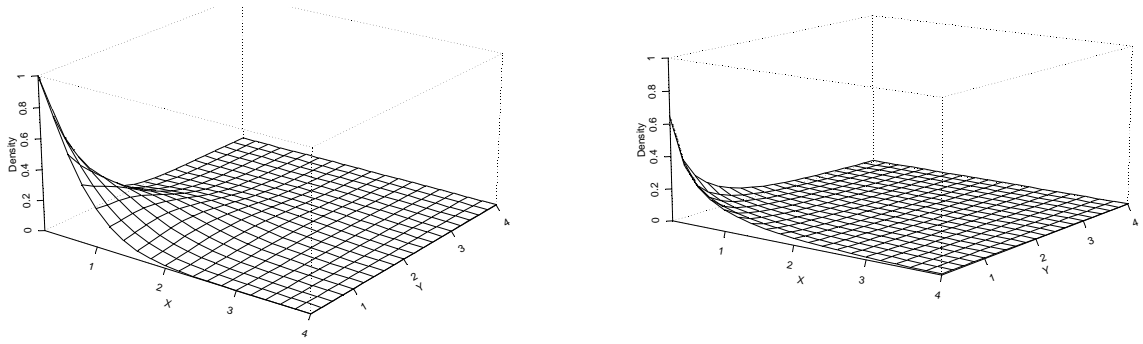


圖 3-1 不同參數下 BGGD 的聯合機率密度函數圖

三、BGGD 所做的衍生

因為本文實證分析上的需要，我們將 Bologna (1987) 所提出的 BGGD 做了衍生。同樣也是假設 (U, V) 服從二元常態分配 $(0, 0, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$ ，令 $X = (U + m)^{\frac{2}{r_1}}$ 及 $Y = (V + n)^{\frac{2}{r_2}}$ ，其中 $r_1, r_2 > 0$ ， m, n 為常數。利用變數變換的方法，我們也可求出 (X, Y) 的聯合機率密度函數的型式如下：

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \sum_{i=1}^4 |J_i| \phi[\psi_{1i}^{-1}(x, y), \psi_{2i}^{-1}(x, y)] \\
 &= \frac{r_1 r_2 x^{\frac{r_1}{2}-1} y^{\frac{r_2}{2}-1}}{8\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x^2-m)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x^2-m)(y^2-n)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y^2-n)^2}{\sigma_2^2} \right)\right] \right. \\
 &\quad + \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x^2+m)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x^2+m)(y^2+n)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y^2+n)^2}{\sigma_2^2} \right)\right] \\
 &\quad + \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x^2+m)^2}{\sigma_1^2} + 2\rho \frac{(x^2+m)(y^2-n)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y^2-n)^2}{\sigma_2^2} \right)\right] \\
 &\quad \left. + \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x^2-m)^2}{\sigma_1^2} + 2\rho \frac{(x^2-m)(y^2+n)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y^2+n)^2}{\sigma_2^2} \right)\right] \right\} \\
 &0 < x < \infty \\
 &0 < y < \infty
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

此時 (X, Y) 的邊際分配之機率密度函數分別如下¹：

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \int_0^{\infty} f(x, y) dy \\
 &= \frac{r_1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_1} x^{\frac{r_1}{2}-1} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_1^2}(x^2 - m)\right] + \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_1^2}(x^2 + m)\right] \right\} \\
 0 < x < \infty
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

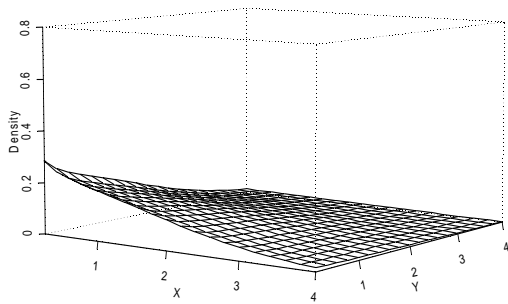
$$\begin{aligned}
 f(y) &= \int_0^{\infty} f(x, y) dx \\
 &= \frac{r_2}{2\sqrt{2\pi}\sigma_2} y^{\frac{r_2}{2}-1} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_2^2}(y^2 - n)\right] + \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_2^2}(y^2 + n)\right] \right\} \\
 0 < y < \infty
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

圖 3-2 呈現的是不同參數組合下，BGGD 衍生版本的聯合機率密度函數圖；假定 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ 與 $m = n$ ，圖 3-2 分別繪出 $m = n > 0$ 、 $m = n < 0$ 、 $r_1 = r_2$ 和 $r_1 \neq r_2$ 等四種組合情況下， ρ 分別為 0.2、0.5 和 0.8 的聯合機率密度函數圖。

¹ 邊際分配之機率密度函數詳細推導請參考附錄一。

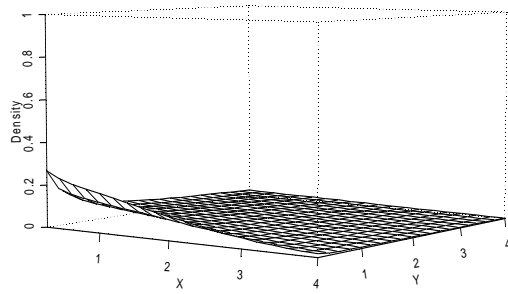
$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.2, r_1 = r_2 = 1.6$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.2, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.2, r_1 = r_2 = 1.6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.2, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$

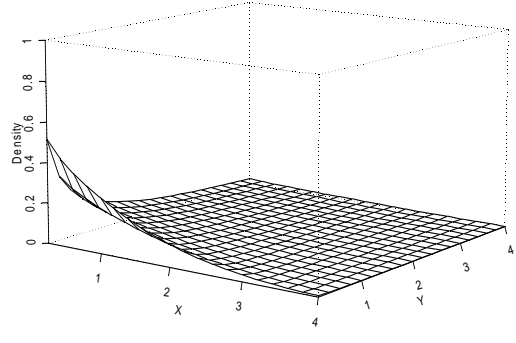
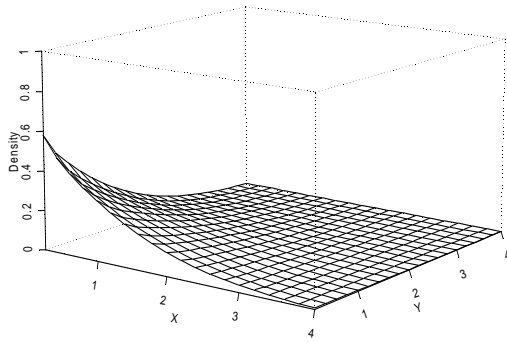


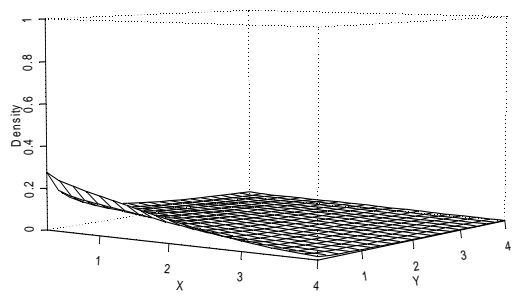
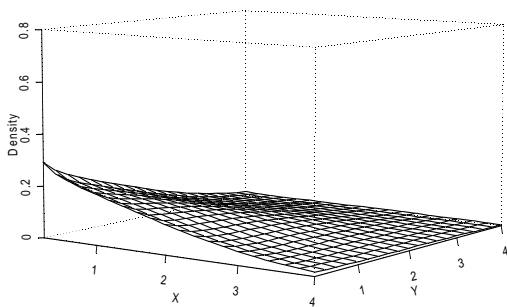
圖 3-2 不同參數下 BGGD 衍生版本的聯合機率密度函數圖

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.5, r_1 = r_2 = 1.6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.5, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.5, r_1 = r_2 = 1.6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.5, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$

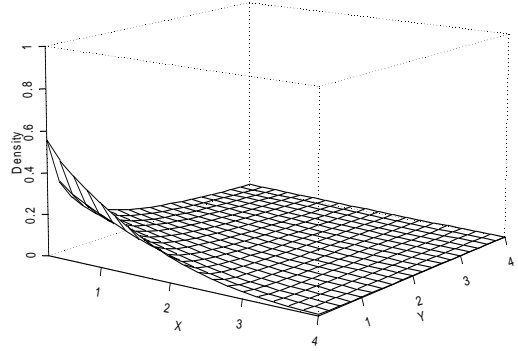
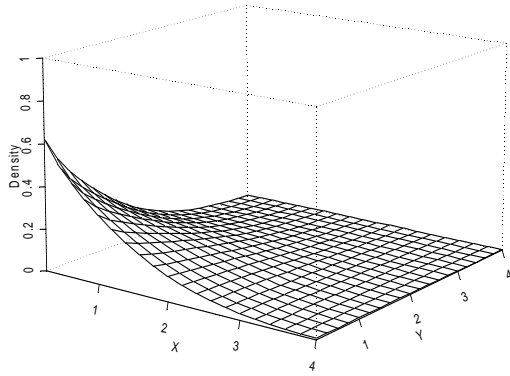


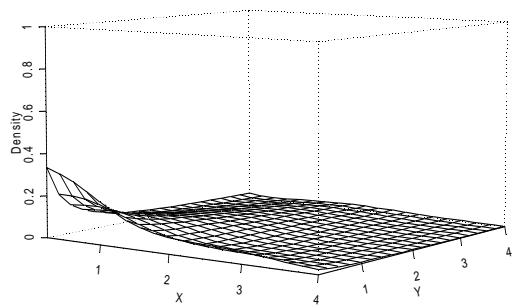
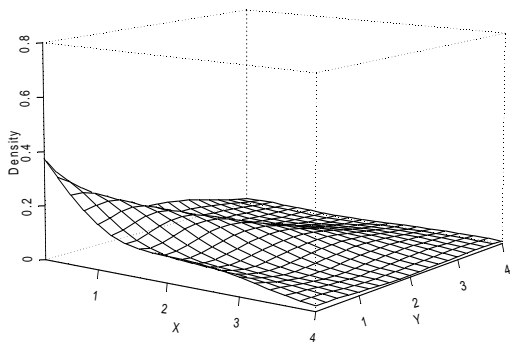
圖 3-2 不同參數下 BGGD 衍生版本的聯合機率密度函數圖 (續 1)

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.8, r_1 = r_2 = 1.6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = 1$$

$$\rho = 0.8, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$



$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.8, r_1 = r_2 = 1.6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1, m = n = -0.5$$

$$\rho = 0.8, r_1 = 1.6, r_2 = 0.8$$

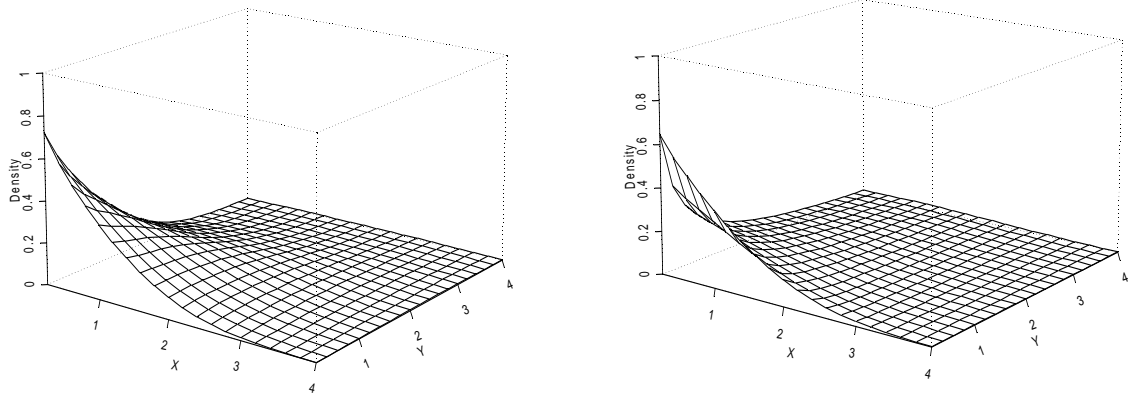


圖 3-2 不同參數下 BGGD 衍生版本的聯合機率密度函數圖 (續 2)

四、實證模型

本文所要分析問卷是 CVDFACTS 中第五循環的「肥胖之願付價格問卷」，研究目的是利用 CVM 法來估計在受訪者已知肥胖可能導致腦中風與急性心臟病下，願意支付多少金額接受甲和乙兩種不同的減肥療程。其中，甲療程須要吃藥及配合運動方能有效減重，乙療程則是僅需吃藥不需運動配合。本文將利用 (3.4) 式來聯合估計甲療程及乙療程之願付價值：

$$WTP_{1i} = (\mathbf{x}_{1i}'\boldsymbol{\beta}_1 + e_{1i})^{\frac{2}{\eta_1}}$$

$$WTP_{2i} = (\mathbf{x}_{2i}'\boldsymbol{\beta}_2 + e_{2i})^{\frac{2}{\eta_2}}$$

WTP_{1i} ：第 i 個受訪者願意支付甲療程的金額

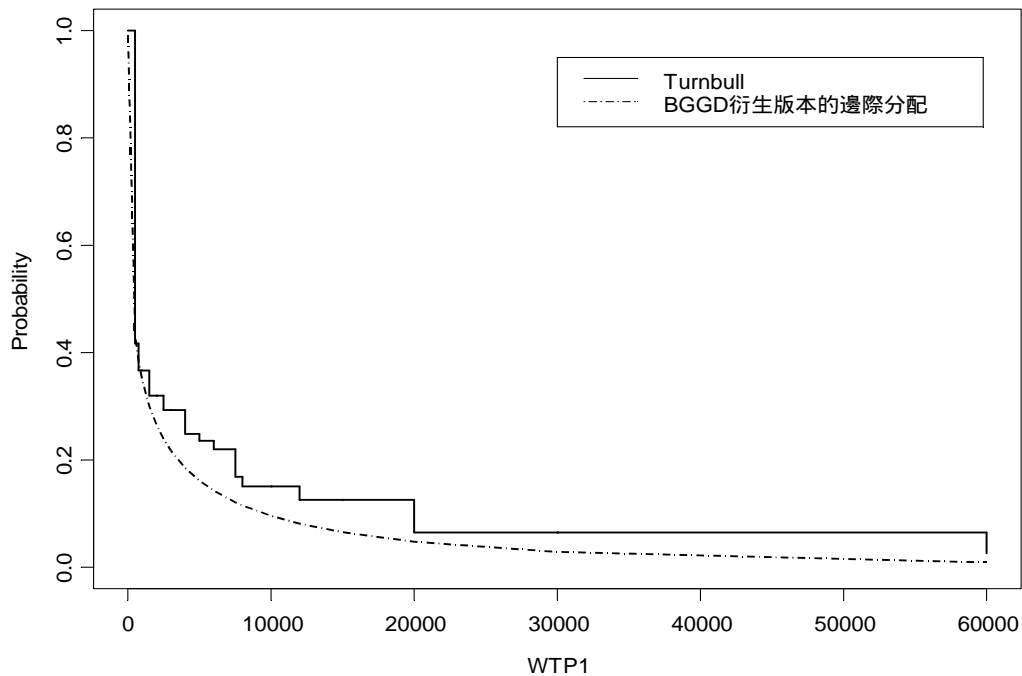
WTP_{2i} ：第 i 個受訪者願意支付乙療程的金額

(WTP_{1i}, WTP_{2i}) ：服從 BGGD 的衍生分配，即 (3.5) 式；亦即 (e_{1i}, e_{2i}) 服從二元常態分配 $(0, 0, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$

x_{1i}, x_{2i} ：第 i 個受訪者自身的社會或經濟特性等變數，本文中假設 $x_{1i} = x_{2i}$

$r_1, r_2 > 0$

本文之所以考慮 BGGD 衍生版本，除了第一小節所述想利用平方項的修正使我們要估計的願付價值恆大於零，還有另外二個重要的原因。第一個原因是 BGGD 衍生版本的形態會與本文分析資料的形態相近（見圖 3-3）；圖 3-3 中的階梯函數是利用 Turnbull (1976) 估計法計算出當不考慮解釋變數時本文分析資料的存活函數，而平滑函數則是 BGGD 衍生版本邊際分配的存活函數，其中假設參數分別為 $m = n = 0$ 、 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.6$ 、 $r_1 = 0.5$ 及 $r_2 = 1$ 。由圖 3-3 可以發現，本



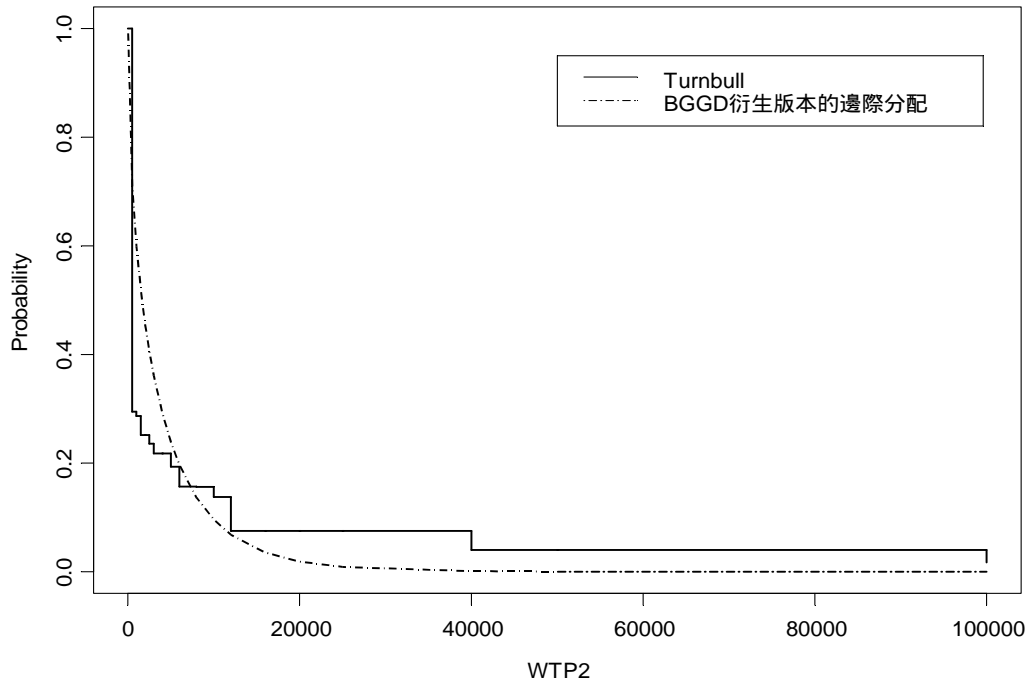


圖 3-3 BGGD 衍生版本與本文分析資料存活函數圖比較

文分析資料的存活函數形態與 BGGD 衍生版本的形態相當接近，若使用 BGGD 衍生版本進行資料分析，應該能有效分析本文的資料。

此外，根據 (3.4) 式的模型假設，我們可以推算出 16 種發生可能的機率值，但是如果直接用 (3.5) 式計算，計算過程將會非常複雜，為求簡化，我們依據二元常態分配與 BGGD 之間可轉換的特性，將我們要求的機率均轉換成二元常態分配來作計算，這就是我們之所以考慮 BGGD 衍生版本的第二個重要原因。在計算 16 種發生可能機率值前，我們先推導出各種發生可能機率值的通式。(3.8) 式所要計算的是受訪者針對「甲療程」所回答之願付價值介於 A 與 B 之間，且對「乙療程」之願付價值介於 C 與 D 之間時的機率值；其中 $0 \leq A \leq B$ 、 $0 \leq C \leq D$ 。

$$\begin{aligned}
\pi_{mnpq} &= p(A \leq WTP_{1i} \leq B, C \leq WTP_{2i} \leq D) \\
&= p\left(\frac{A^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \leq z_{e_{1i}} \leq \frac{B^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}, \frac{C^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2} \leq z_{e_{2i}} \leq \frac{D^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2}\right) \\
&+ p\left(\frac{-B^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \leq z_{e_{1i}} \leq \frac{-A^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}, \frac{C^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2} \leq z_{e_{2i}} \leq \frac{D^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2}\right) \\
&+ p\left(\frac{-B^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \leq z_{e_{1i}} \leq \frac{-A^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}, \frac{-D^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2} \leq z_{e_{2i}} \leq \frac{-C^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2}\right) \\
&+ p\left(\frac{A^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1} \leq z_{e_{1i}} \leq \frac{B^{\frac{r_1}{2}} - x_{1i}\beta_1}{\sigma_1}, \frac{-D^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2} \leq z_{e_{2i}} \leq \frac{-C^{\frac{r_2}{2}} - x_{2i}\beta_2}{\sigma_2}\right)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

其中 $(z_{e_{1i}}, z_{e_{2i}})$ 服從標準二元常態分配 $(0, 0, 1, 1, \rho)$

假設 $a_i \text{init}$ 為第 i 個受訪者回答甲療程願付價值時隨機分配到的起始金額； $a_i \text{up}$ 為第二次詢價時所提高的金額，於本文為 2 倍； $a_i \text{low}$ 為第二次詢價時所降低的金額，於本文為 1/2 倍。同樣的，假設 $b_i \text{init}$ 為第 i 個受訪者回答乙療程願付價值時隨機分配到的起始金額； $b_i \text{up}$ 為第二次詢價時所提高的金額，於本文為 2 倍； $b_i \text{low}$ 為第二次詢價時所降低的金額，於本文為 1/2 倍。將這些條件代入 (3.8) 式的通式中，便可分別計算出表 3-2 中的 16 種發生可能的機率值，再代入 (3.3) 式後便可以得到我們所需要的概似函數²。

本文利用 R 軟體中的 `optim` 指令來進行參數估計。`optim` 指令有五種求最佳解的方法可供選擇，本文是利用 "quasi-Newton" 的方法求解。求解的過程中還需提供 `optim` 指令概似函數及概似函數對各個未知參數的一次微分³，`optim` 即可計算出使得概似函數最大的參數估計值及其相對應之 Hessian 矩陣。依此，我們便可以進而利用估計出來的參數求出受訪者心中分別對甲療程與乙療程的願付價值。

² (3.8) 式的詳細推導及 16 種發生可能的機率值計算請參考附錄二。

³ 在估計未知參數時需計算概似函數對各個未知參數的一次偏微，詳細的推導請參考附錄三。

五、模擬分析

由於我們並不清楚利用 BGGD 的衍生版本來作分析是否適用，因此我們將利用模擬的方試來了解其可行性。由於時間的關係，本文僅進行了 200 次的模擬實驗，每次模擬的樣本數則為 1500。假設我們要估計的解釋變數有五個即 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 及 x_5 ，其中 x_1 、 x_2 與 x_5 為虛擬變數，且均服從機率為 0.5 的二項分配； x_3 與 x_4 為連續變數， x_3 服從平均數為 45，標準差為 15 的常態分配，而 x_4 則服從平均數為 11，標準差為 4 的常態分配；要估計的真實參數值與參數的模擬結果則列於表 3-3。表 3-3 中第一個標準差（即標準差₁）是利用各個參數 200 次的模擬數值直接計算而來，而第二個標準差（即標準差₂）的計算方法則是利用每次模擬所求出來的 Hessian 矩陣，來算出近似標準差，再就這 200 個近似標準

差值求取平均數。覆蓋比例的求得則是就各個參數的 200 個 95% 近似信賴區間中，計算包含真實參數值的比例。

由表 3-3 可以得知，200 次模擬的參數平均數與真實值相當接近，兩者相差不均在 0.02 以內；且第一個標準差與第二個標準差的值，差異也都在 0.1 以內；就覆蓋比例來看，所有參數的覆蓋比例均接近於 95%。

根據上述模擬結果，可知模擬的參數估計值與真實參數值可以說相當接近，除此之外，模擬的參數值也具有很小的標準差及接近於 95% 的覆蓋比例，由此可推論，本文利用 BGGD 衍生版本進行資料分析是可行的。

表 3-3 模擬結果與真實值比較表 (模擬個數=200，樣本個數=1500)

變數名稱	真實值	平均數	標準差 ₁	標準差 ₂	覆蓋比例
甲療程					
Intercept-甲	0.750	0.7473	0.1036	0.0894	0.930
x_1 -甲	0.150	0.1464	0.0458	0.0364	0.950
x_2 -甲	-0.050	-0.0507	0.0299	0.0362	0.995
x_3 -甲	-0.010	-0.0099	0.0017	0.0013	0.940
x_4 -甲	-0.020	-0.0195	0.0058	0.0051	0.955
x_5 -甲	0.200	0.1992	0.0489	0.0367	0.925
乙療程					
Intercept-乙	0.500	0.4905	0.1109	0.1019	0.965
x_1 -乙	0.100	0.1043	0.0987	0.0278	0.920
x_2 -乙	-0.005	-0.0233	0.0172	0.0272	0.955
x_3 -乙	-0.005	-0.0049	0.0011	0.0010	0.950
x_4 -乙	-0.100	-0.0977	0.0128	0.0063	0.965
x_5 -乙	0.050	0.0591	0.1162	0.0284	0.950

Scale par.					
σ_1	0.500	0.4933	0.0298	0.0143	0.940
σ_2	0.400	0.3950	0.0346	0.0244	0.970
r_1	0.350	0.3502	0.0319	0.0244	0.900
r_2	0.250	0.2470	0.0259	0.0208	0.960
ρ	0.900	0.8922	0.0531	0.0285	0.935