

### 第三章 研究方法

本研究首先針對基金商品是否能滿足一般投資大眾的期望報酬來做探討，希望藉由各種投資策略的比較及投資人要求報酬率的變化尋求以「成本」的觀點尋求較好的投資模式，之後我們就台灣尚未發展的——生命週期基金，根據其投資具有趨勢性的特質，自行推演出類似實務的投資型態，同時就「成本」的觀點來探討如果以生命週期投資的方式，在投資策略在「成本」的程度和發生次數有何現象，最後則希望就各種投資策略在投資聚集效果(pooling effect)上做進一步的探討。

#### 第一節 研究架構

首先我們先針對我們所使用的模型做介紹並且將研究模型的差異性加以呈現，之後則是介紹模型中所使用的符號利用大量模擬的方式將各個投資策略之不同股票投資比重的帳戶價值以符號加以表示出來，同時也將我們如何定義「成本」這個概念做一簡介，然後就此三種策略就程度和發生次數做比較，以探討各種投資策略在各種層面的表現。

因為本研究想要就目前市場上尚未出現的商品——生命週期基金來做探討，然而在一般的投資策略我們發現比較不易找出具有趨勢的投資模式，於是我們針對現有的投資模型做若干程度的改良，找出類似實務上操作的形式以這樣的方式，大致上我們就可以得到一個以生命週期的型態投資的帳戶價值，之後我們將我們得到的結果做適度的比較，同樣的，我們也是利用「成本」的概念來做相關的分析。

之後我們就不同風險容忍程度的投資大眾，以 Harry M. Markowitz 等人所提出的 optimal frontier 的概念加以設定風險點(risk point)，各種不同風險程度的投資人即代表不同的風險點，如此我們便可以就不同的投資策略來探討基金的投資聚集效果(pooling effect)。

最後我們則是希望在不同的經濟環境之下，根據不同投資者的所要求項目我們

可以得到一個投資的簡單流程。以及說明資產選擇的機制。

## 第二節 投資模型 變數選擇與定義

### 一. 投資模型

在本文我們要建立所謂的帳戶價值，我們採用台灣模型和Wilkie投資模型中的長債和股票作為我們的投資標的物進而達成這樣的目標。以下就此種投資模型作簡單的介紹。

#### Wilkie投資模型：

以往精算的資產負債管理大多採用確定投資模型(Deterministic Model)，然而這是對於利率的走向有一定程度的預測和一些條件的設定，一旦有了經驗上的錯誤，將會產生嚴重問題。此時使用其他適當的模型作預測就有其必要性，此模型不但要反映出當時的經濟時態，也要反應時間變動所帶來的影響。Wilkie建立了一套符合所需的隨機投資模型，該模型以時間序列模型，考量物價通貨膨脹率、股票股利、股利報酬率、長期利率等彼此互動關係，建立了學術上被廣為研究與應用的Wilkie投資模型。隨後於1995年，Wilkie在原本的模型又增加了薪資指數、短期利率、不動產指數以及指數連結型債券，而由於本文想要探討不同經濟體下投資策略的選用，所以選用Wilkie於1945年所建立之投資模型用以比較。而就整體模型的參數推導我們則是置於附錄一。

#### 台灣投資模型：

由於Wilkie Model在資產的長期預測效力優於短期預測，更為適合保險公司長期資產及負債之評估，因此近年來許多學者如Hardy(1993)、Macdonald(1994)和Berketi(1998)利用此模型研究保險公司的清償能力，Wright(1998)和Huang(2000)則利用此模型在退休金之相關研究。相對於國外在保險精算之投資模型研究，國內雖然也有物價指數或利率指數之模型研究，但尚無探討在保險精算的投資模型研究。由於國外保險精算上常使用之Wilkie投資模型，其配適參數之市場結構不適合台灣整體經濟環境，無法直接套入實際資料推估模型參數。

因此黃泓智、楊曉文、余清祥、黃彥富(注 1)延伸 Wilkie 之總體模型之概念，透過台灣投資市場之總體資料建構出一隨機投資模型，其市場結構之關係是根據 Granger(1969)的概念，考慮短期利率、債券殖利率、股利率、股價指數、消費者物價指數(CPI)以及貨幣供給量六種總體經濟因素，以預測未來短期利率、長期債券報酬率以及股票報酬率的投資模型。我們因為想較為真實了解投資策略用於台灣總體經濟情形所產生的現象，遂採用此模型(以下我們稱之為台灣模型)，就整體模型的相關迴歸數值我們將之置於附錄一。

---

注 1: 此篇 Paper 於 2004 發表

### 兩種模型相關統計量比較:

由於我們之後要針對不同的投資模型來做探討，所以在此我們針對模型中的資產的統計相關數值做一些比較，我們所探討的部份是模型中長債以及股票的部份，而我們所採用的是月資料的報酬率至於期數則是採取 35 期的資料。

### 長債之統計量比較:

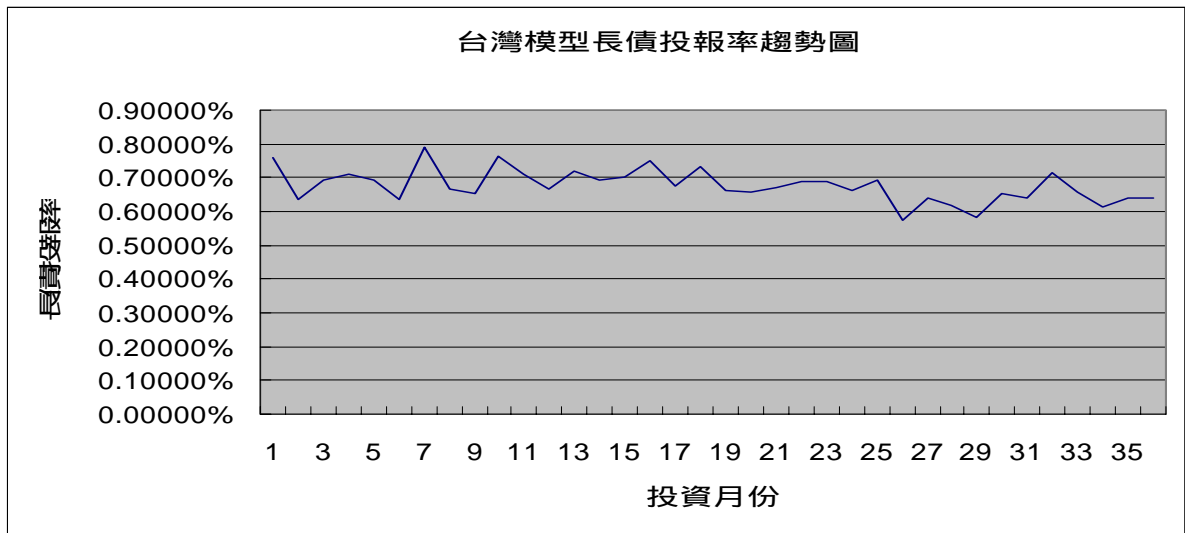


圖 3-1 台灣模型長債報酬率趨勢圖

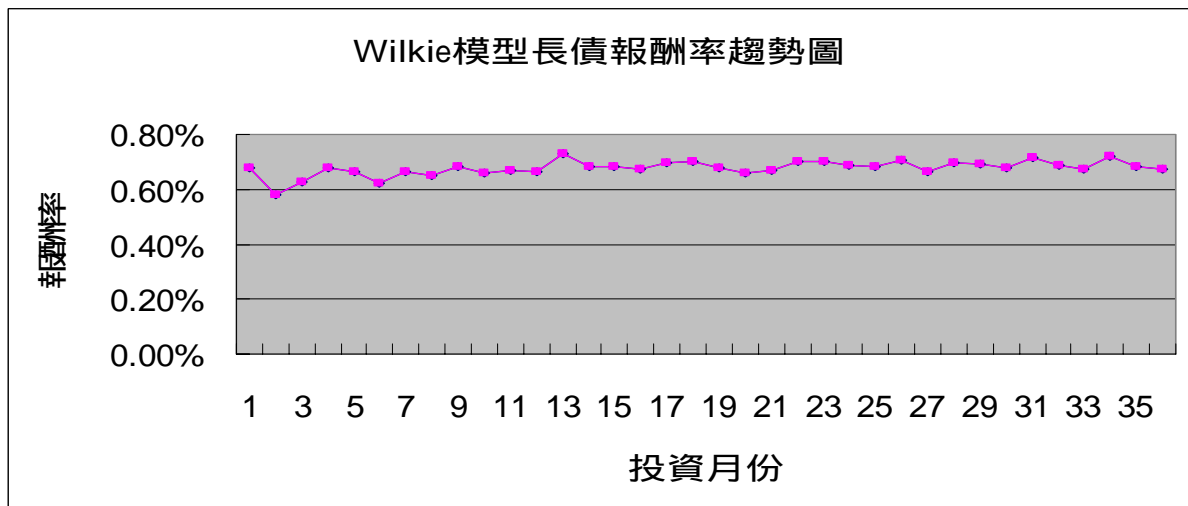


圖 3-2 Wilkie 模型長債報酬率趨勢圖

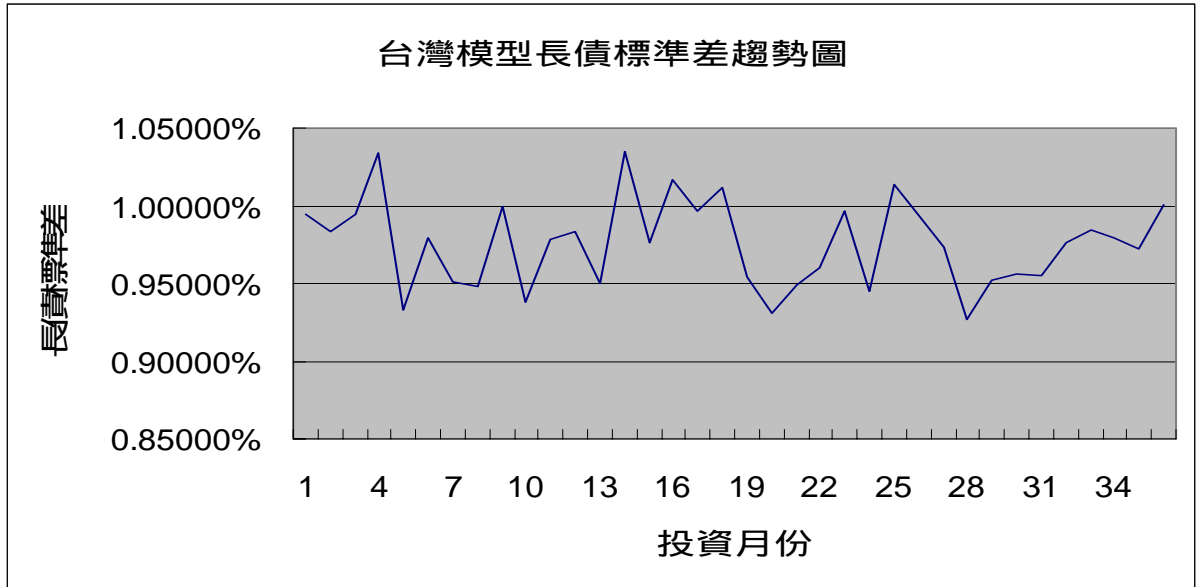


圖 3-3 台灣模型長債標準差趨勢圖

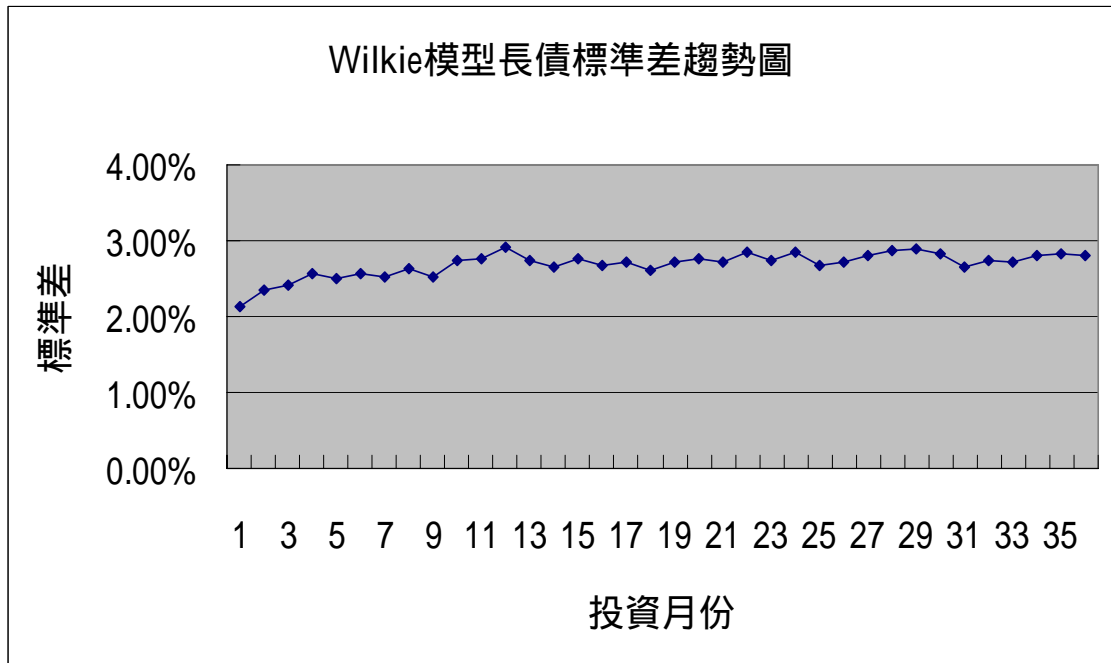


圖 3-4 Wilkie 模型長債標準差趨勢圖

就長債我們可以得到以下結論：

1. 如果以報酬率來看，我們可以發現兩種模型的差距並不大，但是台灣模型的起伏會較 Wilkie 模型來的大。

2. 如果以標準差來看我們則可以發現台灣模型的起伏會較 Wilkie 模型大的多，同時以數值來看我們也可以發現台灣模型來的大。

3. 所以根據圖形看來 Wilkie 模型較台灣模型來的穩定。

4. 將會影響到我們之後做數值分析所得到的結果。(注 2)

股票之統計量比較：

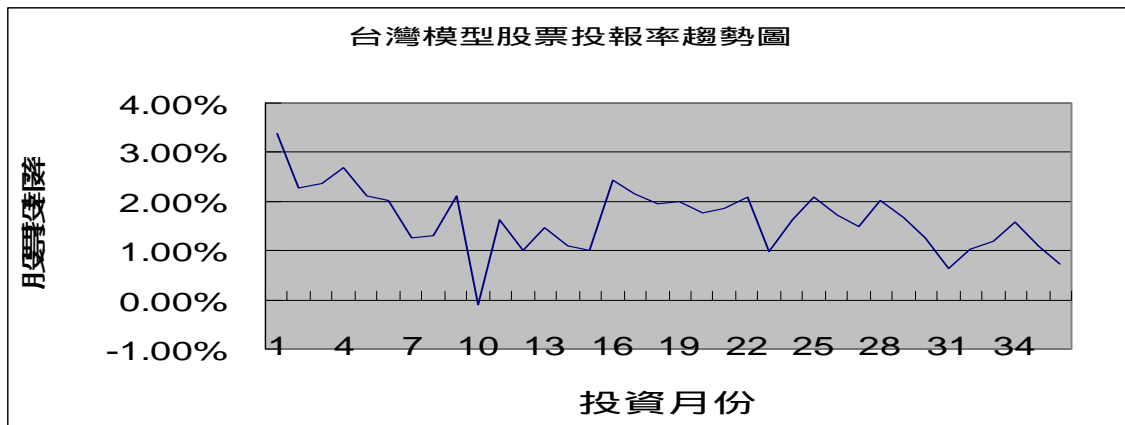


圖 3-5 台灣模型股票報酬率趨勢圖

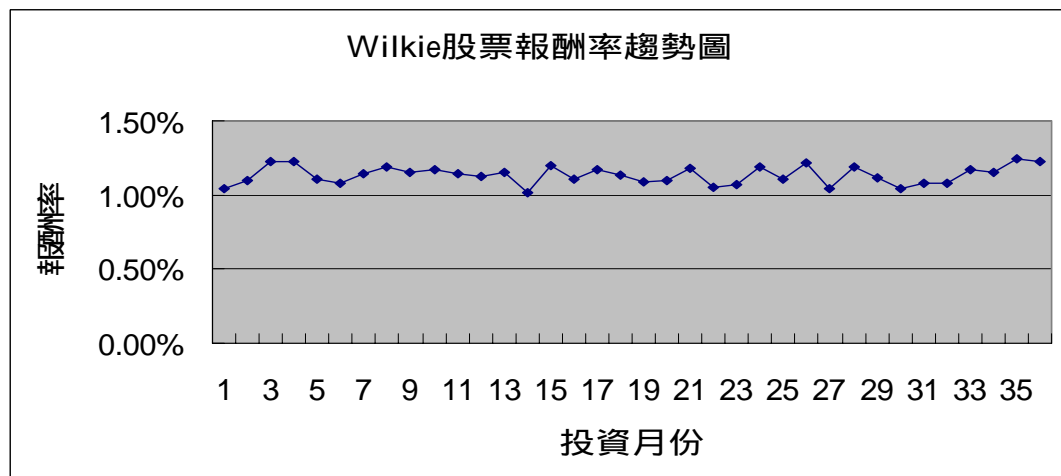


圖 3-6 Wilkie 模型股票報酬率趨勢圖

注2:指的是之後流程圖上的分析

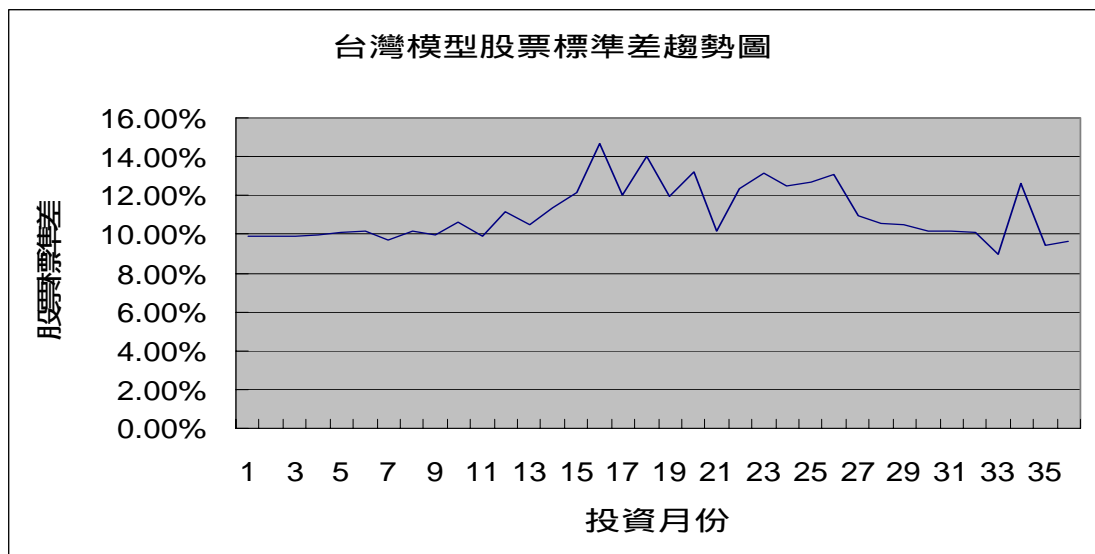


圖 3-7 台灣模型股票標準差趨勢圖

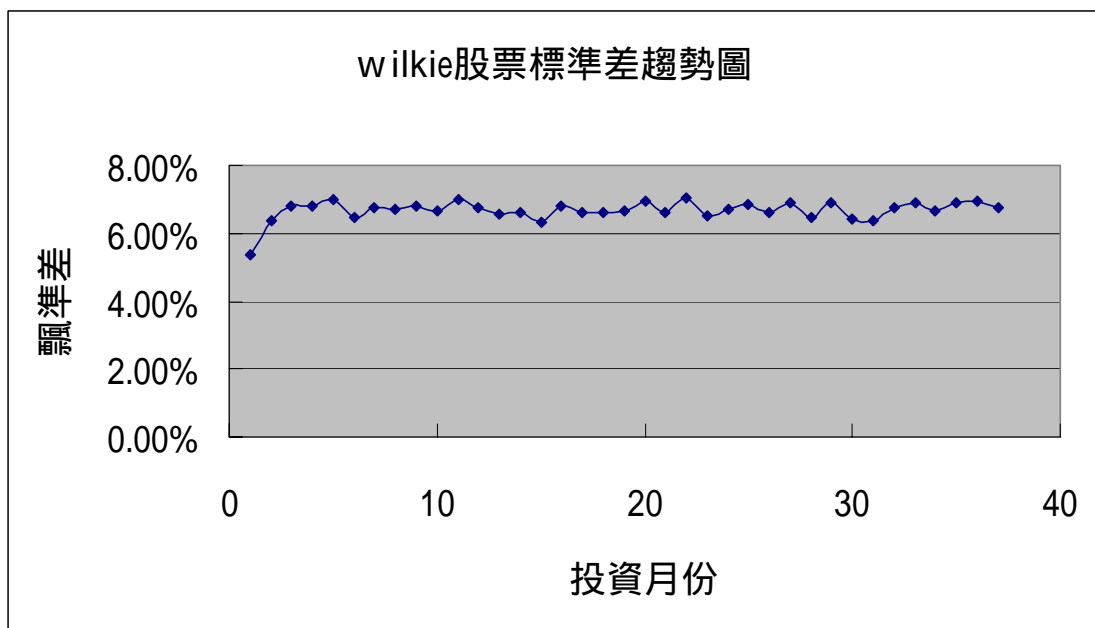


圖 3-8 Wilkie 模型股票標準差趨勢圖

就股票的部分我們可以得到一些結論：

1. 如果以報酬率來看我們可以發現兩種模型是台灣模型來的較大，而且台灣模型的起伏會較 Wilkie 模型來的大。

2. 如果以標準差來看，我們則可以發現台灣模型的起伏會較 Wilkie 模型大，同時以數值來看我們也可以發現台灣模型來的大。
3. Wilkie 模型在股票的資料型態似乎較台灣模型較具良好的性質。
4. 此結果將會影響到我們之後做數值分析所得到的結果(注 3)。

---

注3:指的是之後流程圖上的分析



## 二. 投資策略介紹

本研究主要是針對買入持有策略、固定組合策略、TIPP來做探討也許和一般傳統財務上的作法有些許不同，然而基本上是符合投資組合保險的精神，所探討的資產類別為股票和債券，至於此兩者的投報率之來源，我們採用兩種投資模型，以此模型作大量的模擬，找出2000組10年的股票及長債月報酬率。而在得到上述2000組資料後，對應不同的投資策略及起始股票權重(0%--100%)，我們可以在每個情況下找到2000個最終帳戶價值。

大致上是根據上述的三個投資模型加以建構我們所需要的帳戶價值，而我們所利用的投資模型為Wilkie所建構的模型以及台灣模型，而我們的投資標的物為債券和股票，以下我們就120期100個投資權重為例，所建構出的帳戶價值中間推導的符號做介紹：

### 買入持有投資策略 (Buy and Hold strategy, B & H) :

$k\%$ : 股票的起始權重  $k=0, 1, \dots, 100$

$A_i$ : 第  $i$  期期初的帳戶價值金額  $i=1, 2, \dots, 120$

$S_i$  : 第  $i$  期期末的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$B_i$ : 第  $i$  期期末的債券價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$SS_i$ : 第  $i$  期期初的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$BB_i$ : 第  $i$  期期初的債券價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{1i}$ : 第  $i$  期的股票報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{2i}$ : 第  $i$  期的債券報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

### 以下我們就第一期的股票價值以及債券價值來做分析：

$SS_1 = A_1 * k\%$  ----- 第一期期初股票價值

$BB_1 = A_1 - SS_1$  ----- 第一期期初債券價值

$S_1 = SS_1 * (1 + R_{11})$  ----- 第一期期末股票價值

$B_1 = BB_1 * (1 + R_{12})$  ----- 第一期期末債券價值

之後每一期皆有資金挹注，然而皆是維持起始比重來做投資，所以在買入持

有的投資策略下，我們可以由 101 個不同的股票起始權重得到 101 個投資結果，並經由這些投資結果找到最後帳戶金額。我們可以得到投資於股票和債券部位的一般式為：

$$A_i = S_{i-1} + B_{i-1}$$

$$SS_i = A_i * (S_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1}))$$

$$BB_i = A_i - SS_i$$

$$S_i = SS_i * (1 + R_{1i})$$

$$B_i = BB_i * (1 + R_{2i})$$

**固定組合投資策略 ( Constant-Mix investment strategy , CM ) :**

$$CMRange = 5\%$$

k%: 股票的起始權重  $k = 0, 1, \dots, 100$

$A_i$ : 第 i 期期初的帳戶價值金額  $i = 1, 2, \dots, 120$

$S_i$  : 第 i 期期末的股票價值  $i = 1, 2, \dots, 120$

$B_i$ : 第 i 期期末的債券價值  $i = 1, 2, \dots, 120$

$SS_i$ : 第 i 期期初的股票價值  $i = 1, 2, \dots, 120$

$BB_i$ : 第 i 期期初的債券價值  $i = 1, 2, \dots, 120$

$R_{1i}$ : 第 i 期的股票報酬率  $i = 1, 2, \dots, 120$

$R_{2i}$ : 第 i 期的債券報酬率  $i = 1, 2, \dots, 120$

**第一期的資金變化如下：**

$$SS_1 = A_1 * k\% \text{----- 第一期期初股票價值}$$

$$BB_1 = A_1 - SS_1 \text{----- 第一期期初債券價值}$$

$$S_1 = SS_1 * (1 + R_{11}) \text{----- 第一期期末股票價值}$$

$$B_1 = BB_1 * (1 + R_{12}) \text{----- 第一期期末債券價值}$$

之後我們透過以下的方式來配置我們的資產，以下我們就第二期來做說明

1. 就股票而言 -----  $SS_2 = (S_1 / (S_1 + B_1)) * A_2$   $k\% * (1 - CMRange) < S_1 / (S_1 + B_1) < k\% * (1 + CMRange)$  是投資權重的範圍，如果超出範圍，則重回 k% 這個投資權重。

2. 就債券而言----- $BB_2 = (B_1 / (S_1 + B_1)) * A_2 \quad k\% * (1 - CMRange) <$

$S_i / (S_i + B_i) < k\% * (1 + CMRange)$  是投資權重的範圍，如果超出範圍則重回， $1 - k\%$  這個投資权重。

以上為股票和債券权重配置的方式，其他每一期則均是根據這樣的模式進行，我們可以由 101 個不同的股票起始权重得到 101 個投資結果，並經由這些投資結果找到最後帳戶金額。我們可以得到投資於股票和債券部位的一般式為：

$$A_i = S_{i-1} + B_{i-1}$$

$$SS_i = (S_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1})) * A_i \quad \text{for } k\% * (1 - CMRange) < S_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1}) < k\% * (1 + CMRange)$$

$$\text{else } k\% * A_i$$

$$BB_i = (B_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1})) * A_i \quad \text{for } k\% * (1 - CMRange) < S_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1}) < k\% * (1 + CMRange)$$

$$\text{else } (1 - k\%) * A_i$$

$$S_i = SS_i * (1 + R_{1i})$$

$$B_i = BB_i * (1 + R_{2i})$$

**時間不變性投資組合保護策略 (Time-Invariant Portfolio Protection Investment Strategy, TIPP) :**

m: 風險乘數 此處取為 2.5

k%: 股票的起始权重  $k=0, 1, \dots, 100$

$F_i$ : 第 i 期的保本額度  $i=1, 2, \dots, 120$

$A_i$ : 第 i 期期初的帳戶價值金額  $i=1, 2, \dots, 120$

$S_i$ : 第 i 期期末的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$B_i$ : 第 i 期期末的債券價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$SS_i$ : 第 i 期期初的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$BB_i$ : 第 i 期期初的債券價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{1i}$ : 第 i 期的股票報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{2i}$ : 第 i 期的債券報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

第一期的資金變化如下，然而我們必須先對保本額度作定義：

$F_1 = 1 - k\%/m$  ----- 第一期的保本額度

$SS_1 = (A_1 - F_1) * m$  ----- 第一期期初股票價值

$BB_1 = A_1 - SS_1$  ----- 第一期期初債券價值

$S_1 = SS_1 * (1 + R_{11})$  ----- 第一期期末股票價值

$B_1 = BB_1 * (1 + R_{12})$  ----- 第一期期末債券價值

之後的期數則透過以下的方式作資金上的分配，以下茲以第二期作說明：

$A_2 = S_1 + B_1$  ----- 第二期期初資金

$F_2 = \max(F_1, (S_1 + B_1) * F_2)$  ----- 第二期保本額度之決定

$S_2 = \max(m * (S_1 + B_1 - F_2) * A_2 / (S_1 + B_1), 0)$  --- 第二期股票投資部位

未來的期數也是透過這樣的方式進行，所以在時間不變性投資組合保護的投資策略下，我們同樣可以由 101 個不同的股票起始權重得到 101 個投資結果，並經由這些投資結果找到最後帳戶金額。所以我們可以得到投資於股票和債券部位的一般式為：

$$A_i = S_{i-1} + B_{i-1}$$

$$F_i = \max(F_{i-1}, (S_{i-1} + B_{i-1}) * F_i)$$

$$S_i = \max(m * (S_{i-1} + B_{i-1} - F_i) * A_i / (S_{i-1} + B_{i-1}), 0)$$

$$BB_i = A_i - SS_i$$

$$S_i = SS_i * (1 + R_{1i})$$

$$B_i = BB_i * (1 + R_{2i})$$

至於本文所用的兩組資料同樣也是採用這三種投資策略來推演出相關的數值，然而我們所採用的月資料的長度為 10 年，所以原則上會有 120 筆資料，我們同樣也會針對此模型探討其他我們想探討的議題。

### 三. 關於「成本」的認定

目前學術上針對破產的認定往往是利用一個特定的投資模型，以財務技術認定資產和負債加以對「成本」做相關的認定，然而我們可以發現一般的資大眾，往往無法對繁複的財務模型有相當程度的了解，相較於財務模型的了解投資人可

能較為關心投資報酬率，所以本研究希望藉由較為能夠讓消費者是否能夠滿足其投資報酬率的角度來了解自身的投資狀況，如果投資的情形不能滿足投資者的需求，那麼不滿足次數為何，不滿足的程度又如何，都是我們想要瞭解的，之後我們先就三種投資策略之不同投資比重，取其各股票投資比重的最終帳戶價值的平均值，以「成本」的觀點做比較，最後則是針對我們自身設計的投資策略同樣以「成本」的觀念來做探討，由此觀看生命週期的投資策略具有何種特性，而就此項議題我們所採用的是台灣模型，以下我們就成本如何認定做介紹：

#### 步驟一：

我們將 0.6%、0.7%、0.8%作為我們的月要求報酬率。至於此數值的選取則是透過基金相關網站所得到的所得相關參考數值(注 4)

#### 步驟二：

得到月要求報酬率後我們以月要求報酬率來建構要求報酬率所得到的帳戶價值以下以月要求報酬率 0.8%(報酬率年化後— $(1.008)^{12}-1$ )為例作說明:假設目前基金認有一塊錢累積至 10 年後則具有 $(1.008)^{119}$ ，然而每一年都會有新進的投資大眾進入基金內，也就是說每一年都有一塊錢進入到我們的帳戶，如果以數學式加以表現我們可以顯示如下：

$$1+(1.008)^1+(1.008)^2+\dots\dots\dots(1.008)^{119}=\text{要求資產}=\text{Liability}=199.89$$

所以我們的帳戶最後總值就會形成一個年金終值: =199.89 可以視為本研究負債的部份而本研究總共就 0.6%到 0.8%來做相關的分析。

#### 步驟三：

之前我們就介紹過三種投資策略，利用一種投資策略我們可以到 101(起始股票投資權重%-100%)種投資組合而每一種投資組合因為藉由模擬的關係，每個起始權重都具有 2000 組資料，就可以有 101\*2000 組數值。我們可以視這些數值為我們資產的部分。

#### 步驟四：

我們在步驟二以及步驟三我們可以得到我們這裡所認定的資產以及負債，

如果我們以式子表示可以顯示如下：

Assets(投資策略所得到的帳戶價值)- Liability(要求資產)=成本

原則上這就是本研究所要探討的部份。

#### **步驟五：**

原則上我們認定相減值小於 0 的稱為「成本」，或者說是「不滿足投資人的要求報酬」，還有小於 0 的次數也是我們可以探討的，除了就總成本以及總次數來做分析之外，我們同時就這兩個層面做分層的探討，也就是我們想要了解小於 0 的次數大多上是落在哪裡，是不足 30-60 這個區間嗎?抑或其他，而總成本構成的成分主要是何種區間，也是我們可以探討的部分。

---

注 4: 以台大財金基金評比的網站就組合型基金月之報酬最差值及最佳值之平均值的的中位數，資料的起始時間是 2003 年九月

### 第三節 生命週期投資策略

生命週期基金的基本概念是根據投資人生命週期理論，處於不同生命週期階段具有不同的理財偏好。參加工作不久的投資人處於累積期，追求高風險、高回報；參加工作時間較長的投資人處於鞏固期，追求回報的同時需要適當降低組合的風險水準；已經退休的投資人處於支出期，主要以低風險投資為主，但仍需要化解通貨膨脹的風險。生命週期基金正是利用不同基金的不同風險收益，在風險測算和收益預測的基礎上，透過科學的比例配置，使基金組合的風險收益特徵更為合理，充分滿足投資者不同生命週期階段的不同理財需要。

所以由上述我們可以得知生命週期基金基本上具有趨勢性的投資特性，也就是隨著年歲的增長，基本上落於固定收益的資產就會跟著增加，而股票的投資比重則會有逐漸減少的趨勢，然而在現有的投資模型上我們很難找到類似的投資模式，有基於此，我們針對現有的投資模型作若干程度的修改，原則上希望能符合實務上的作法，下面就本研究的兩種作法做說明。

#### 生命週期策略一：

原則上我們是透過買入持有投資策略（Buy and Hold strategy，B&H），然後再透過若干程度的修正，就此項議題我們採用的是台灣模型，簡單的說，我們是將之前的買入持有投資模型切割成 120 段，第一期我們設定一個起始股票權重，假定為 80%，之後的 10 年則做逐年的遞減也就是第二年股票的投資比重就逐漸減少，之後以此類推如此一來大致上會符合生命週期基金的投資趨勢。以下為簡單的參數推導：

$k$ : 股票的起始權重  $k=0, 1, \dots, 100$

$A_i$ : 第  $i$  期期初的帳戶價值金額  $i=1, 2, \dots, 120$

$S_i$ : 第  $i$  期期末的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$B_i$ : 第  $i$  期期末的債卷價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$SS_i$ : 第  $i$  期期初的股票價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$BB_i$ : 第  $i$  期期初的債券價值  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{1i}$ : 第  $i$  期的股票報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

$R_{2i}$ : 第  $i$  期的債券報酬率  $i=1, 2, \dots, 120$

以下我們就第一期的股票價值以及債券價值來做分析：

$SS_1 = A_1 * k\%$  ----- 第一期期初股票價值

$BB_1 = A_1 - SS_1$  ----- 第一期期初債券價值

$S_1 = SS_1 * (1 + R_{11})$  ----- 第一期期末股票價值

$B_1 = BB_1 * (1 + R_{12})$  ----- 第一期期末債券價值

而在第  $i$  期 ( $i=2, 3, \dots, 120$ ) 時，則透過相同的方式來做投資不過此時的投資權重則由下遞減成為  $(k-0.5)\%$ ，總共呈現 120 期的逐漸遞減狀態。我們可以得到投資於股票和債券部位的一般式為：

$$A_i = S_{i-1} + B_{i-1}$$

$$SS_i = A_i * (S_{i-1} / (S_{i-1} + B_{i-1}))$$

$$BB_i = A_i - SS_i$$

$$S_i = SS_i * (1 + R_{1i})$$

$$B_i = BB_i * (1 + R_{2i})$$

如此我們可以得到一個以生命週期投資策略所產生的帳戶價值，在此我們採用 55% 到 90% 這幾個百分比做為我們起始權重，如此一來我們就可以透過這樣的方式得到我們需要的相關數值。

**生命週期策略二：**

生命週期第二種投資策略，我們則是針對固定組合投資策略 ( Constant-Mix investment strategy, CM) 的概念作一個應用，之前我們將 CM 這個投資策略視為具有平穩性質的投資策略，會有這樣的性質主要是因為它是具有投資上下限的概念，所以產生這樣的特性，之前我們將投資上下限設為 5%，現在如果我們將投資上限下作若干程度的修正，就大致上能夠符合生命週期的投資形態，原則上生



命週期的股票投資權重會呈現平穩或者是下滑的趨勢，所以我們舉一例作說明：我們投資年限切成三個區段代表風險越來越趨避，而在股票投資的比重為 80、60、40，那麼我們上下界如何作設定呢我們大致上希望投資權重不要往上跑，所以我們上界設為 1.001，至於下界我們則是希望他能夠讓股票權重有下滑的趨勢，但是下不能觸及第二個區間的投資權重，60 除以 80 的值為 0.75 所以我們在下界的設定的就是 0.751，我們以第一個區間為例，其作法大致上如下：

CMRange: 不一定

$k\%$ : 股票的起始權重  $k=0, 1, \dots, 100$

$A_i$ : 第  $i$  期期初的帳戶價值金額  $i=1, 2, \dots, 40$

$S_i$ : 第  $i$  期期末的股票價值  $i=1, 2, \dots, 40$

$B_i$ : 第  $i$  期期末的債卷價值  $i=1, 2, \dots, 40$

$SS_i$ : 第  $i$  期期初的股票價值  $i=1, 2, \dots, 40$

$BB_i$ : 第  $i$  期期初的債卷價值  $i=1, 2, \dots, 40$

$R_{1i}$ : 第  $i$  期的股票報酬率  $i=1, 2, \dots, 40$

$R_{2i}$ : 第  $i$  期的債卷報酬率  $i=1, 2, \dots, 40$

**第一期的資金變化如下：**

$SS_1 = A_1 * k\%$  ----- 第一期期初股票價值

$BB_1 = A_1 - SS_1$  ----- 第一期期初債卷價值

$S_1 = SS_1 * (1 + R_{11})$  ----- 第一期期末股票價值

$B_1 = BB_1 * (1 + R_{12})$  ----- 第一期期末債卷價值

**之後我們透過以下的方式來配置我們的資產以下我們就第二期來做說明：**

$SS_2 = (S_1 / (S_1 + B_1)) * A_2$  其中  $k\% * (1 - CMRange) < S_1 / (S_1 + B_1) < k\% * (1 + CMRange)$

如果超出範圍則重回  $k\%$  這個投資權重。

根據上述的精神  $0.8 * 0.751 < S_1 / (S_1 + B_1) < 1.001 * 0.8$  (如果我們三個區間的起始權重是取 80%、60%、40%) 所以此時的 CMRange 呈現隨著不同投資起始權重而有所不同。

當我們到了第二個區間則是  $0.6 * 0.6667 < S_{41}/S_{41} + B_{41} < 1.001 * 0.6$  此時  $i=41, 42, \dots, 80$  至於第三個區間的做法也如同上述的作法，如果要寫成一般式加以表示的話還，是如同原有的 CM 策略一般，只是此時的投資範圍限制將會變得不一定，我們呈現如下：

$$A_i = S_{i-1} + B_{i-1}$$

$$SS_i = (S_{i-1}/S_{i-1} + B_{i-1}) * A_i \quad \text{for} \quad k\% * (1 - CMRange) < S_{i-1}/S_{i-1} + B_{i-1} < k\% * (1 + CMRange)$$

$$\text{else} \quad k\% * A_i$$

$$BB_i = (B_{i-1}/S_{i-1} + B_{i-1}) * A_i \quad \text{for} \quad k\% * (1 - CMRange) < S_{i-1}/S_{i-1} + B_{i-1} < k\% * (1 + CMRange)$$

$$\text{else} \quad (1 - k\%) * A_i$$

$$S_i = SS_i * (1 + R_{i,i})$$

CMRange is not determined

原則上我們雖然不能保證股票的權重有一路下滑的趨勢，但是原則上並不會有上升的情形，所以大致上我們認定這樣的設計具有生命週期基金投資的特性。如此一來我們既可以得到一個以生命週期投資策略所產生的帳戶價值，在此我們採用 90% 到 55% 做為我們股票起始權重區間的間距則是 20%。

#### 第四節 投資聚集效果(pooling effect)之觀念

根據投資組合的想法我們可以得到效率前緣，然而就不同的投資人而言然後就不同的投資人而言可能會在效率前緣上選擇不同的點來達到報酬和風險的平衡，Schirripa 和 Tecotzky 等人透過平均值的概念找出不同風險趨避程度的投資人的平均風險值，而此風險值代表的是整個集合的標準差如此就可以對應出原來效率前緣的一組報酬而所得到的報酬所得到的報酬再和原來各種風險程度的人的權重所得到的平均報酬做相減的動作就可以得到我們的投資聚集效果 (pooling effect)，如果以式子表示我們可以呈現如下：

$$\text{➤} \quad \sum X_i \sigma_i = \sigma_p \quad (\text{希望在變異不變的情況下})$$

$$\text{➤} \quad \sum X_i R_i = R_p \quad (\text{就權重所得到的平均報酬})$$

## Rp-加權報酬= pooling effect

上述的式子一般而言我們即稱之為投資聚集效果(pooling effect)，在一個投資集合當中往往存在著不同種類的投資大眾，而這些投資大眾是散佈於效率前緣的不同處我們透過求取平均數的就可以找出此投資集合的報酬，然而投資聚集效果可以在變異不變的情況下提升此報酬率，這對於投資大眾而言無疑是一個利多的消息，所以我們可以針對投資聚集效果做探討，以期能夠將投資的報酬加以提升。

**但是我們要注意的是要有投資聚集效果的產生必須有一些條件：**

- 一. 各個投資人的所選取的風險點不能夠相同否則將不會產生投資聚集效果。
- 二. 所得到的效率前緣必須要有凸性，才能將投資聚集效果的特性加以表現。
- 三. 如果曲度越大得到 POOLING 的效果會越好。
- 四. 對於不同的 risk point 投資聚集效果會隨著相關係數的不同而有所不同，當相關係數等於正負一時不會有投資聚集效果。
- 五. 投資者的分配會影響到投資聚集效果。

**有關投資聚集效果的相關研究我們簡述如下：**

1. Harry 、Felix(1999)等人對集合效果做相關理論介紹，同時就如果加入無險借貸利率時，會如何在風險性資產及無風險性資產上做投資，最後則針對模型中參數估計的部份做理論上的述說。
2. Tecotzky 、Felix(2000)等則是同樣對投資聚集效果做相關介紹，同時研究在不同的投資集合的人數分配之下投資聚集效果具有何種變化。
3. Clarence(2003)則是針對投資集合中不同的風險族群將投資聚集效果以適當的方式做分配，看看各種投資族群在投資聚集效果之下的受益情形。

本研究針對上述我們所提及的學術理論來做研究我們採用英國的 Wilkie 模型及台灣模型做為我們研究的對象，對於不同的投資策略在投資聚集效果的表現為何是我們想要了解的，同時我們也想要知道當投資集合中不同風險族群的人數分配是否會影響投資聚集效果的相關數值，以下我們就如何得到投資聚集效果的

流程作簡略介紹。

**步驟一:**我們首先針對不同的投資策略，求取在各種不同投資策略之下所產生的效率前緣，之後我們就可以找到效率前緣的頭尾兩點如此一來我們就可以知道頭尾兩點相對應的報酬率以及標準差。

**步驟二:**我們將報酬以及標準差作等距離的切割，舉例說明:如果我們所找出效率前緣頭尾兩點的報酬為 1 和 2.4 就可以將其等距離切割為(1 、1.28 、1.56、1.84、 2.12、 2.4)同樣的，標準差也做此種等距離的切割，這些切割的點我們稱之為風險點(risk point)。

**步驟三:**之後我們對投資集合的人數來做探討，我們以均勻分配、Conservative barbell barbell、Cluster、Aggressive barbell 五個分配來做為我們討論的對象以均勻分配來看，其不同風險人數的分配由高而低為(1/6、1/6、1/6、1/6、1/6、1/6)而 Conservative barbell 是(7/10、1/30、1/30、1/60、1/60、1/5)。(注 5)

---

注 5:此數值來自於 Tecotzky、Felix 之論文相關統計圖表

針對步驟三及步驟四我們將之定義為通式說明之：

A: a 目前投資集合中的人數

B: 報酬率的範圍是由 x% 到 y%

C: 標準差的範圍則是由 p% 到 q%

D: 將標準差和報酬做等分的切割來代表不同風險偏好程度的投資大眾

E: 假設有六個風險點(risk point)

F: 人數分配如上述說明之

G: 以下以均勻分配及 Conservative barbell 分配說明之

**均勻分配:**

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{a} \times \left[ \frac{1}{6} \times a \times \left( p + \left( p + \frac{q-p}{5} \right) + \left( p + \frac{q-p}{5} \times 2 \right) + \left( p + \frac{q-p}{5} \times 3 \right) + \left( p + \frac{q-p}{5} \times 4 \right) + q \right) \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{a} \times \left[ \frac{1}{6} \times a \times \left( x + \left( x + \frac{y-x}{5} \right) + \left( x + \frac{y-x}{5} \times 2 \right) + \left( x + \frac{y-x}{5} \times 3 \right) + \left( x + \frac{y-x}{5} \times 4 \right) + y \right) \right]$$

**Conservative barbell 分配:**

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{a} \times \left[ \frac{7}{10} \times a \times p + \frac{1}{30} \times a \times \left( p + p + \frac{q-p}{5} \times 3 \right) + \frac{1}{60} \times a \times \left( p + p + \frac{q-p}{5} \times 7 \right) + \frac{1}{5} \times a \times q \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{a} \times \left[ \frac{7}{10} \times a \times x + \frac{1}{30} \times a \times \left( x + x + \frac{y-x}{5} \times 3 \right) + \frac{1}{60} \times a \times \left( x + x + \frac{y-x}{5} \times 7 \right) + \frac{1}{5} \times a \times y \right]$$

上述代表投資集合人數於均勻分配之下加權平均標準差以及加權平均報酬率

**步驟四:** 根據步驟三的投資權重我們就可以得到一組平均投報率以及平均標準差，平均標準差我們可以對應到個別效率前緣上的報酬，如此一來，我們將原本的平均報酬和對應到效率前緣的報酬做相減的動作就可以得到所謂的投資聚集效果。

## 第五節 模型比較機制及資產選擇說明

### 模型比較機制：

本研究在最後將會探討有關不同經濟體之下如何選擇投資策略的問題，原則上我們會根據這樣的議題做討論主要是基於總體經濟環境可以說是無時無刻不在變動的，然而這對於投資者可能是一個很大的問題，因為在不同經濟環境之下，我們所投資的標的物報酬將會產生變化，因而會影響到投資的結果，有基於此，我們才會將兩種模型拿來做比較，如此一來，投資者就可以瞭解到當我們處於哪一種經濟環境之下，面對投資者的不同要求我們可以在策略上做一個適當的選取，決定了投資策略之後，又可以在經由再上一節所探討的投資聚集效果將報酬做適度的提升，或者是當我們知道我們的投資集合中投資者的人數是呈現何種風險趨避的情形，然後再回頭對投資策略作選取，基於這樣的原因我們將此議題來做探討。

### 模型資產選取：

本研究對於兩個模型資產的選取是採用有關模型中長債以及股票的部份，然而兩個模型中的資產皆不只兩個，我們選取長債和股票的原因主要是因為在各種經濟體之下，此兩種投資標的為各國的主要投資工具，同時如果我們考慮過多的資產有時可能不會符合某些國家的現況，又本研究所採取資產報酬產生的方式是透過蒙地卡羅模擬法，而且我們研究的投資比重高達 101 組，如果選擇過多的資產標的將會對分析結果有很大的影響，所以在此我們針對此兩種資產來做探討。