

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

比較問題理解方式發展之再探

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2413-H-004-010-

執行期間：91年08月01日至92年07月31日

執行單位：國立政治大學心理學系

計畫主持人：蔣治邦

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 92 年 8 月 5 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

比較問題理解方式發展之再探

Further Study on Development of Problem Conceptualization on Compare Word Problem

計畫編號：NSC 91-2413-H-004-010

執行期限：91年8月1日至92年7月31日

主持人：蔣治邦 國立政治大學心理系

一、中文摘要

本研究關心比較文字題的理解困難以及學童理解方式的發展，關係句同時傳遞次序關係與差異量兩個訊息，實驗一質疑此濃縮式的描述可能造成理解困難，透過問題描述的改革，用兩個獨立的句子分別描述次序關係與差異量兩個訊息，形成「明顯版」的問題描述，經由對 303 位二、四年級學童的測試，呈現與先前研究相仿的問題類型與年級效果，但描述方式並未產生預期影響，傳統濃縮式關係句的描述方式並非理解困難的主因。實驗二配合解讀關係句觀點的分析，發展「誰多？」、「向被比較量等化」與「向參照量等化」三種附加問句，經由對 301 位二、四年級學童的測試，發現二年級學童尚不能依據關係句推論回答各類附加問句，因而不能藉由附加問句的提醒，來減少二、四年級學童的解題差異。實驗三採用開放算式的選擇作業方式，操弄正確選項的形式，經由對 285 位三、五年級學童的測試，除了年級差異外，學童的表現顯示先發展「配對」觀點，在反映「配對」觀點的正確選項上的表現優於「等化」觀點。

關鍵字：問題理解方式發展、比較文字題

Abstract

This study is to explore students' comprehension obstacles on compare word problems and the development of problem conceptualization. In Experiment 1, through

rewording process, two independent sentences (elaborated version) were constructed to express the order relation and the quantity of difference separately, which used to be expressed in one relation statement. Examination on 301 2nd and 4th graders' performance revealed the same effects of problem types or grades as previous studies. However, the data has shown that condensed relation statement did not make extra comprehension difficulty compared to the elaborated version. In Experiment 2, three types of comprehension questions, that corresponded to the "matching", "equalizing to compared quantity" and "equalizing to referent quantity" approaches to compare word problems, were asked before solving the problems. Examination on 303 2nd and 4th graders' performance revealed that the 2nd graders were not as capable as the 4th graders to making appropriate inferences from the relation statements to answer the comprehension questions. As a consequence, the leading comprehension questions did not reduce the grade effect on solving the compare word problems. In Experiment 3, a multiple-choice task will be constructed with open number sentence as choice items. Examination on 285 3rd and 5th graders' performance revealed that the performance

was better when the open number sentences were reflecting the “matching” interpretation rather than the “equalizing” interpretations. It supported the claim that the “matching” conceptualization of the relation statements is developed earlier than the “equalizing” conceptualization.

Key words: compare word problem, development of problem conceptualization

二、緣由與目的

比較問題涉及兩個互斥集合 A、B 之間的比較，在「A 比 B 多（少） $n(D)$ 個」的關係句中，通常稱 $n(A)$ 指示的量為「被比較量」， $n(B)$ 為「參照量」，而集合 D 的量由 $|n(A) - n(B)|$ 推論決定（Fuson, Carroll & Landis, 1996）稱為「差異量」，以兩種比較方向（比多或比少）以及三種未知數角色（差異量未知、被比較量未知或參照量未知），可以組合成六種單一步驟的加成性比較文字題。在加、減運算文字題中，比較問題是較難的，尤其是參照量未知問題（翁嘉英、鄭昭明，1988；蔣治邦、鍾思嘉，1991；謝毅興，1991；Carpenter, 1985；Christou & Philippou, 1998；Lewis, 1989；Lewis & Mayer, 1987；Okamoto, 1996；Riley, Greeno & Heller, 1983），延續先前研究系列（蔣治邦，2001；馬祖平、蔣治邦，2003），本研究持續關心學童理解文字題方式的發展。

在諸多探討比較文字題理解困難或學童發展的理論模型中，Nesher, Greeno 和 Riley(1982)側重數理－邏輯能力發展，Lewis 和 Mayer(1987)注意到情境語文描述與解題運算的一致性對解題的影響，Fuson、Carroll 及 Landis (1996) 則關心學童如何數學化（mathematize）不同的比較文字題，並提出「配對」與「等化」理解觀點的發展與整合的時序。

蔣治邦（2001）或馬祖平和蔣治邦（2003）的資料皆顯示：二下學童已擁有「配對」觀點來理解差異量未知比較問題，但是面對參照量未知問題時，四上學童仍有理解的困難。由語文閱讀的觀點，Nesher 等人（1982）認為被比較量或參照量未知文字題中的關係句，同時傳遞次序關係與差異量兩個訊息，而這個關係句的理解，對學童經常造成困難。為了檢驗這個困難的可能性，實驗一改寫傳統關係句描述，用兩個獨立的句子分別描述次序關係與差異量兩個訊息，形成「明顯版」的問題描述（參見實驗一研究方法中的實例），探究描述方式對理解被比較量或參照量未知文字題的影響，並探討二、四年級學童的發展差異。葉雪梅（1990）發現在比較文字題中增加「比較關係」附加問句，能提升學童在參照量未知題上的解題表現，謝毅興（1991）發現：學習「比…多」與「比…少」敘述間的「逆轉推論」有助於比較文字題的解題表現。實驗二延續比較關係句理解方式的分析（蔣治邦，2001；馬祖平、蔣治邦，2003），配合「配對」、「向被比較量等化」與「向參照量等化」三種解讀關係句的觀點，發展為三種附加問句（「誰多？」、「向被比較量等化」與「向參照量等化」），在低年級犯錯較多的比較 3、6 問題範圍內，檢驗學童能否依據關係句推論回答各類附加問句，並探討附加問句對學童解題的影響，以及二、四年級學童的發展差異。學童理解問題的方式可能反映在寫出或選擇的算式上（Carpenter, Moser & Bebout, 1988），馬祖平和蔣治邦（2003）區分「配對算式」、「向被算式」與「向參算式」反映三種解讀觀點，採用算式判斷作業，在一個文字題下，配合三個算式判斷子題（包括正確與錯誤的算式），要求學童判斷各個算式選項是否符合比較文字題的題意，來探討學童理解問題方式的發展，結果發現

學童在正確的標準算式 (canonical number sentence) 上的判斷表現較佳, 但當被判斷的算式為開放算式 (open number sentence) 時, 學童在「配對算式」上的表現常優於反映等化觀點的算式。馬祖平和蔣治邦 (2003) 的研究資料中, 顯示部份學童可能誤解算式判斷作業方式, 認為文字題下的三子題僅有一個正確, 而且蔣治邦和葉淑儀 (1995) 發現由於不熟悉開放算式的型式, 部份學童傾向判斷所有開放算式不符題意, 綜合考慮這兩種傾向, 若僅以算式判斷作業表現進行推論, 可能低估學童理解觀點的發展。實驗三採用開放算式的強迫選擇 (三選一) 作業方式, 在被比較量或參照量未知比較問題上, 重新探討三、五年級學童理解問題方式的發展差異。

三、結果與討論

實驗一。傳統的被比較量或參照量未知比較問題, 皆使用單一關係句來傳遞「次序關係」與「差異量」兩種資訊 (傳統版), 透過語文改寫程序, 本實驗運用兩個獨立句子分別描述「次序關係」與「差異量」, 而形成「明顯版」的問題描述, 組合比較問題類型 (被比較量與參照量未知) 與敘述方式 (傳統與明顯版) 形成四種題本 (參見表一的組合方式與實例), 五所台北市國民小學二、四年級各一班學童參與測試, 來探究敘述方式與問題類型對學童解題的影響, 並探討二、四年級學童的發展差異。表二呈現學童在各題本中控制題、比多題與比少題 (各四題) 上正確的題數。

[插入表一、二]

經由對比多題與比少題表現分別的 2(年級) × 2(題型) × 2(敘述方式) 三因子變異數分析, 皆獲得顯著的年級效果 (比多: $F(1,295) = 17.31, MS_e = 1.53, p < .01$; 比少: $F(1,295) = 30.49, MS_e = 1.59, p < .01$)、題型主要效果 (比多: $F(1,295) = 17.90, MS_e = 1.53, p$

$<.01$; 比少: $F(1,295) = 115.40, MS_e = 1.59, p <.01$) 以及題型與年級的交互作用 (比多: $F(1,295) = 18.12, MS_e = 1.53, p <.01$; 比少: $F(1,295) = 12.28, MS_e = 1.59, p <.01$) , 四年級學童的表現優於二年級; 在比多題時, 參照量未知 (比較 5) 問題上的表現優於被比較量未知 (比較 3) 問題, 比少題的結果相反, 被比較量未知 (比較 4) 問題上的表現優於參照量未知 (比較 6) 問題, 此表現型態與翁嘉英和鄭昭明 (1988)、馬祖平和蔣治邦 (2003) 或蔣治邦 (2001) 的資料相符, 顯現學童可能錯誤地運用「固定減法策略」, 而此錯誤策略的傾向在四年級顯著地下降。

比多題分析結果呈現顯著的敘述方式主要效果 ($F(1,295) = 7.24, MS_e = 1.53, p <.01$) 以及敘述方式與題型的交互作用 ($F(1,295) = 12.01, MS_e = 1.53, p <.01$) , 學童在傳統版的表現優於明顯版, 與預期相反, 明顯版的敘述方式可能較繁雜與不熟悉, 反而形成理解的干擾, 而此干擾現象在參照量未知 (比較 5) 問題上較不明顯。在比少題分析中, 敘述方式的主要效果以及與年級或題型的交互作用皆未達顯著。本實驗顯示學童在比較問題上的困難, 並非肇因於濃縮式的關係句描述。

實驗二。針對低年級犯錯較多的被比較量未知比多問題 (比較 3) 與參照量未知比少問題 (比較 6), 本實驗依據比較關係句理解方式的分析, 配合「配對」、「向被比較量等化」與「向參照量等化」三種解讀關係句的觀點, 發展為三種附加問句 (「誰多?」、「向被比較量等化」與「向參照量等化」), 配合傳統無附加問句的文字題敘述, 形成四種題本 (參見表三的組合方式與實例), 五所台北市國民小學二、四年級各一班學童參與測試, 來檢驗附加問句對學童解題的影響, 並探討二、四年級學童的發展差異。

[插入表三、四]

表四摘要學童在各題本控制題、比較 3 與比較 6 (各四題) 上的解題表現。對比較 3 與比較 6 問題的解題表現分別進行作 2(年級) × 4(題本) 二因子變異數分析, 比較 3 與比較 6 問題分析結果皆呈現顯著的年級效果(比較 3: $F(1,293) = 25.51, MS_e = 1.50, p < .01$; 比較 6: $F(1,293) = 50.14, MS_e = 2.18, p < .01$), 四年級學童的解題表現優於二年級。在比較 3 問題上, 題本的主要效果也達顯著, $F(3,293) = 6.22, MS_e = 1.50, p < .01$, 但無題本與年級的交互作用, 經由 Scheffé 事後比較, 學童在「向參照量等化」附加問句(丁題本)情境下的解題表現低於無附加問句(甲題本), $S=4.14, p < .01$, 而其他題本間的差異不顯著。

進一步對比較 3 與比較 6 附加問句正確回答以及與解題的一致性指標(附加問句與解題一致正確或錯誤的題數)的資料, 分別進行 2(年級) × 3(附加問句類型) 二因子變異數分析, 表五呈現學童附加問題上表現與一致性指標的摘要。在比較 3 問題時, 附加問題的回答與一致性指標皆呈現年級效果(附加問句: $F(1,221) = 32.96, MS_e = 1.54, p < .01$; 一致性: $F(1,221) = 12.30, MS_e = 1.27, p < .01$), 四年級學童比二年級能正確回答附加問句, 而且附加問句與解題的一致性較高。附加問句的回答受到類型的影響, $F(2,221) = 8.88, MS_e = 1.54, p < .01$, Scheffé 事後比較發現:「誰多」附加問句的表現優於「向被比較量等化」($S = 2.45, p < .05$)或「向參照量等化」($S = 4.87, p < .01$)。一致性指標呈現顯著的附加問句類型效果($F(2,221) = 44.89, MS_e = 1.27, p < .01$)以及年級與類型的交互作用($F(2,221) = 6.40, MS_e = 1.27, p < .01$), Scheffé 事後比較發現:「向參照量等化」附加問句回答與解題間一致性低於「誰多」

($S = 8.57, p < .01$)與「向被比較量等化」($S = 7.75, p < .01$), 「向參照量等化」附加問句回答與解題間一致性的年級差異大於「向被比較量等化」, $S = 3.55, p < .01$ 。

[插入表五]

在比較 6 問題時, 附加問題的回答與一致性指標皆呈現年級效果(附加問句: $F(1,221) = 17.99, MS_e = 2.35, p < .01$; 一致性: $F(1,221) = 11.74, MS_e = 1.29, p < .01$), 四年級學童比二年級能正確回答附加問句, 而且附加問句與解題的一致性較高。一致性指標亦呈現顯著的附加問句類型效果, $F(2,221) = 18.72, MS_e = 1.29, p < .01$, Scheffé 事後比較發現:「向被比較量等化」附加問句回答與解題間一致性低於「誰多」($S = 4.50, p < .01$)或「向參照量等化」($S = 5.85, p < .01$)。

綜合而言, 附加問題引發兩個有趣問題, 學童是否能由原始情境描述(關係句)做出附加問題要求的正確推論? 正確回答附加問題後, 學童能否引導出正確的解題方案? 由發展的趨勢來看, 二年級學童對關係句的理解尚未成熟, 比較 3 的「誰多」附加問句的解答可由關係句中直接獲得, 二年級學童尚能解答, 比較 6 的「誰多」附加問句的解答需進行關係的逆轉推論, 「向被比較量等化」附加問句需進行將比較關係轉化為等化行動的推論, 「向參照量等化」附加問句需同時進行關係轉化為行動以及關係或行動的逆轉推論, 二年級學童在這些問題上的回答皆接近隨機的狀態, 而四年級學童在附加問句上的答對率皆在 75% 以上。二年級學童不能正確地回答附加問句, 自然亦不能提昇解題的結果。**實驗三**。實驗三採用開放算式的強迫選擇(三選一)作業方式, 組合比較問題類型(被比較量與參照量未知)與正確選項形式(符合「配對」與「等化」的觀點)形成四種題本(參見表六的實例與表七組合方

式)，五所台北市國民小學三、五年級各一班學童參與測試，來探究被比較量或參照量未知比較問題與開放算式間的轉換，探討三、五年級學童理解問題方式的發展差異。表七呈現三、五年級學童在各題本中控制題、比多題與比少題（各四題）上正確選擇的題數。

[插入表六、七]

對比多題與比少題的表現，分別進行2(年級)×2(題型)×2(正確選項形式)三因子變異數分析，結果皆呈現顯著的年級主要效果(比多： $F(1,277) = 5.11, MSe = 1.92, p < .05$; 比少： $F(1,277) = 15.50, MSe = 1.47, p > .01$)，五年級學童的表現優於三年級。在比多題的分析上，呈現顯著的問題類型效果($F(1,277) = 41.59, MSe = 1.92, p < .01$)以及年級和題型的交互作用($F(1,277) = 7.13, MSe = 1.92, p < .01$)，學童在參照量未知（比較5）題上的表現優於被比較量未知題（比較3），而且五年級學童在比較3問題上的改善（參見表），使得兩問題類型的難度差異減小。在比少題的分析上亦呈現顯著的問題類型效果($F(1,277) = 71.51, MSe = 1.47, p < .01$)，但方向與比多題相反，被比較量未知（比較4）題上的表現優於參照量未知（比較6）題，問題類型產生的影響與實驗一相同。

分析結果同時發現顯著的正確選項形式效果(比多： $F(1,277) = 11.10, MSe = 1.92, p < .01$; 比少： $F(1,277) = 19.36, MSe = 1.47, p < .01$)以及正確選項形式與題型的交互作用(比多： $F(1,277) = 5.45, MSe = 1.92, p < .05$; 比少： $F(1,277) = 29.62, MSe = 1.47, p < .01$)，當正確選項反映「配對」觀點時，學童表現較佳，而正確選項反映「等化」觀點時，學童表現較差，在比多題時，上述正確選項形式的影響在參照量未知（比較5）問題上大於被比較量未知（比較3）問題，但在比少題時，上述正

確選項形式的影響在被比較量未知（比較4）問題上大於參照量未知（比較6）問題。

四、計畫成果自評

按計畫執行三個實驗，實驗一、三皆重現與先前研究相仿的問題類型與年級效果，顯示收集的資料相當合理。實驗一改變次序關係與差異量兩個訊息的描述方式，並未產生預期影響，建議：對二年級以上學童，傳統濃縮式的關係句描述方式並非理解困難的主因。實驗三改變作業形式，再次獲得與馬祖平和蔣治邦（2003）相仿的趨勢，顯示學童發展「配對」的理解觀點早於「等化」觀點。

實驗二的結果顯示：二年級學童對關係句的理解尚未成熟，尚不能進行關係轉化為行動以及關係或行動的逆轉推論，使得附加問題不能有效地協助解題。

五、參考文獻

- 翁嘉英、鄭昭明。(1988)。國小兒童解數學應用題的認知歷程。見梁雲霞主編：「七十七年國小課程研究學術研討會專輯」。台北縣：台灣省國民學校教師研習會。
- 馬祖平、蔣治邦。(2003)。國小學童理解問題方式的發展：加減比較問題。「教育與心理研究」，26(2)，305-330。
- 葉雪梅。(1990)。「國小兒童對『比較』類應用問題的解題行為」。國立政治大學教育研究所碩士論文。
- 蔣治邦。(2001)。「中年級學童加減概念之研究：比較問題」。國科會專題研究(NSC 89-2413-H-004-017)。
- 蔣治邦、葉淑儀(1995)。「二、三年級學童使用算式表徵文字題的能力—數學成就、算式類型、文字題類型對算式判斷作業及推理過程的影響」。華人心理學家學術研討會。
- 蔣治邦、鍾思嘉。(1991)。低年級學童加減概念的發展。「教育心理與研究」，14：35-68。
- 謝毅興(1991)。「國小兒童解數學應用問題的策略」。國立台灣大學心理學研究所碩士論文。
- Carpenter, T. P. (1985). Learning to add and subtract: An exercise in problem solving. In E. A. Silver (Ed.). Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives (pp.17-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Carpenter, T. P., Moser, J. M. & Bebout, H. C.

- (1988). Representation of addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(4) : 345-357.
- Christou, C., & Philippou, G. (1998). The developmental nature of ability to solve one-step word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(4) : 436-442.
- Fuson, K. C., Carroll, W. M., & Landis, J. (1996). Level in conceptualizing and solving addition and subtraction compare word problems. *Cognition and Instruction*, 14(3) : 345-371.
- Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81(4) : 521-531.
- Lewis, A., & Mayer, R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.
- Nesher, P., Greeno, J. G., & Riley, M. S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 373-394.
- Okamoto, Y. (1996). Modeling children's understanding of quantitative relations in texts: A developmental perspective. *Cognition and Instruction*, 14(4) : 409-440.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.). *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

表一：實驗一題本編制方式，以及在同一比較情境下各類問題敘述實例。

題本	比多問題	比少問題
甲	<u>比較 3—傳統版</u> 小明有 52 顆彈珠，小英比小明多 21 顆彈珠，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？	<u>比較 4—明顯版</u> 小英有 73 顆彈珠， <u>小明的</u> 彈珠比 <u>小英</u> 的少，兩人相差 21 顆，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？
乙	<u>比較 5—傳統版</u> 小英有 73 顆彈珠， <u>小英</u> 比 <u>小明</u> 多 21 顆彈珠，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？	<u>比較 6—明顯版</u> 小明有 52 顆彈珠， <u>小明的</u> 彈珠比 <u>小英</u> 的少，兩人相差 21 顆，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？
丙	<u>比較 3—明顯版</u> 小明有 52 顆彈珠， <u>小英</u> 的彈珠比 <u>小明的</u> 多，兩人相差 21 顆，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？	<u>比較 4—傳統版</u> 小英有 73 顆彈珠， <u>小明</u> 比 <u>小英</u> 少 21 顆彈珠，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？
丁	<u>比較 5—明顯版</u> 小英有 73 顆彈珠， <u>小英</u> 的彈珠比 <u>小明的</u> 多，兩人相差 21 顆，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？	<u>比較 6—傳統版</u> 小明有 52 顆彈珠， <u>小明</u> 比 <u>小英</u> 少 21 顆彈珠，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？

表二：實驗一學童正確題數的平均數與標準差（括號中）。

年級 題本	控制題		比多題		比少題		人數			
	二	四	二	四	二	四	二	四		
			題型		題型					
甲	2.65 (1.12)	3.50 (0.70)	3 ^a 傳統 ^b	2.65 (1.55)	3.72 (0.94)	4 明顯	3.47 (0.96)	3.89 (0.40)	40	36
乙	2.80 (0.87)	3.43 (0.73)	5 傳統	3.29 (1.08)	3.30 (0.94)	6 明顯	1.41 (1.72)	2.84 (1.55)	41	37
丙	2.70 (0.97)	3.29 (0.83)	3 明顯	1.65 (1.75)	2.97 (1.34)	4 傳統	3.60 (0.96)	3.77 (0.77)	40	35
丁	2.68 (1.14)	3.25 (0.81)	5 明顯	3.42 (1.00)	3.39 (0.93)	6 傳統	1.53 (1.52)	2.72 (1.52)	38	36

a 問題類型：比較 3、4 為被比較量未知，比較 5、6 為參照量未知。

b 問題描述形式：

表三：實驗二題本編制方式，以及各類問題敘述實例。

題本	比較 3 問題	比較 6 問題
甲	<p>傳統版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小英比小明多 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>	<p>「向參照量等化」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小明比小英少 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※<u>小明</u>（增加、減少）21 顆彈珠後，就會和<u>小英</u>一樣多？</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>
乙	<p>「誰多」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小英比小明多 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※（<u>小明、小英</u>）的彈珠比較多？</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>	<p>「向被比較量等化」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小明比小英少 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※<u>小英</u>（增加、減少）21 顆彈珠後，就會和<u>小明</u>一樣多。</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>
丙	<p>「向被比較量等化」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小英比小明多 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※<u>小明</u>（增加、減少）21 顆彈珠後，就會和<u>小英</u>一樣多？</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>	<p>「誰多」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小明比小英少 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※（<u>小明、小英</u>）的彈珠比較多？</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>
丁	<p>「向參照量等化」附加問句版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小英比小明多 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※<u>小英</u>（增加、減少）21 顆彈珠後，就會和<u>小明</u>一樣多。</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>	<p>傳統版</p> <p>小明有 52 顆彈珠，<u>小明比小英少 21 顆彈珠</u>。</p> <p>※請問<u>小英</u>有幾顆彈珠？</p>

表四：實驗二學童正確解題題數的平均數與標準差（括號內）。

年級 題本	控制題		附加 ^a 問句	比較3		附加 問句	比較6		人數	
	二	四		二	四		二	四	二	四
甲	3.05 (1.00)	3.62 (0.55)	無	3.30 (1.27)	3.84 (0.69)	參	2.24 (1.72)	3.11 (1.51)	37	37
乙	2.85 (1.01)	3.51 (0.73)	誰	2.85 (1.37)	3.76 (0.76)	被	1.97 (1.60)	3.14 (1.21)	39	37
丙	2.60 (1.26)	3.22 (0.93)	被	2.57 (1.58)	3.56 (0.61)	誰	1.90 (1.61)	3.25 (1.11)	40	36
丁	2.26 (1.39)	3.49 (0.73)	參	2.53 (1.48)	2.95 (1.49)	無	1.53 (1.43)	2.97 (1.50)	38	37

a 附加問句形式：「無」為傳統版無附加問句，「誰」、「被」、「參」分別表示「誰多」、「向被比較量等化」及「向參照量等化」附加問句。

表五：實驗二學童在各題本上附加問句正確題數與一致性（附加問題與解題同時正確或同時錯誤）題數的平均數與標準差（括號內）。

年級 附加問句	比較3				比較6			
	正確 ^a	一致性 ^b	答對	一致性	答對	一致性	答對	一致性
誰多	3.05 (1.23)	3.38 (0.81)	3.84 (0.60)	3.86 (0.59)	2.08 (1.70)	3.23 (1.10)	3.17 (1.25)	3.64 (0.76)
	乙 ^c	<i>n</i> = 39	乙	<i>n</i> = 37	丙	<i>n</i> = 40	丙	<i>n</i> = 36
向被比較量 等化	2.65 (1.46)	3.52 (0.85)	3.25 (1.11)	3.42 (0.97)	2.33 (1.53)	2.10 (1.57)	3.16 (1.32)	3.11 (1.43)
	丙	<i>n</i> = 40	丙	<i>n</i> = 36	乙	<i>n</i> = 39	乙	<i>n</i> = 37
向參照量 等化	1.87 (1.60)	1.45 (1.48)	3.32 (1.18)	2.65 (1.67)	2.35 (1.72)	3.62 (0.89)	3.03 (1.59)	3.76 (0.76)
	丁	<i>n</i> = 38	丁	<i>n</i> = 37	甲	<i>n</i> = 37	甲	<i>n</i> = 37

a：正確回答附加問題的題數。

b：附加問題與解題一致的題數。

c：題本

表六：在同一比較情境下，實驗三各類比較問題及開放算式選項的實例。

比較 3		被比較量	比較 4	
小明有 47 顆彈珠， <u>小英比小明多 29 顆彈珠</u> ，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？		未知題	小英有 76 顆彈珠， <u>小明比小英少 29 顆彈珠</u> ，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？	
() - 47 = 29		正確 - 配對	76 - () = 29	
() - 29 = 47		正確 - 等化	() + 29 = 76 ^a	
29 + () = 47 ^a		錯誤 - 1	() - 29 = 76	
47 - () = 29		錯誤 - 2	() - 76 = 29	
比較 5		參照量	比較 6	
小英有 76 顆彈珠， <u>小英比小明多 29 顆彈珠</u> ，請問 <u>小明</u> 有幾顆彈珠？		未知題	小明有 47 顆彈珠， <u>小明比小英少 29 顆彈珠</u> ，請問 <u>小英</u> 有幾顆彈珠？	
76 - () = 29		正確 - 配對	() - 47 = 29	
() + 29 = 76 ^a		正確 - 等化	() - 29 = 47	
() - 29 = 76		錯誤 - 1	29 + () = 47 ^a	
() - 76 = 29		錯誤 - 2	47 - () = 29	

a：符合加法交換律的兩個開放算式，僅選擇一個，在正確選項時，選擇符合等化觀點語意的開放算式，而在錯誤選項時，選擇加數未知的算式。

表七：實驗三學童正確題數的平均數與標準差（括號中）。

年級 題本	控制題		題型	比多題		題型	比少題		人數	
	三	五		三	五		三	五	三	五
甲	2.25	2.26	3 ^a	1.00	1.95	6	.94	1.42	32	38
	(1.02)	(1.16)	配對 ^b	(1.16)	(1.69)	等化	(1.29)	(1.31)		
乙	2.38	2.57	5	3.00	2.84	4	1.44	1.78	34	37
	(.82)	(.93)	配對	(1.13)	(1.21)	等化	(1.33)	(1.25)		
丙	2.14	2.62	3	.97	1.65	6	.50	1.56	36	34
	(.96)	(1.07)	等化	(1.23)	(1.70)	配對	(.85)	(1.52)		
丁	2.27	2.59	5	1.97	2.00	4	2.84	3.22	37	37
	(.96)	(.83)	等化	(1.52)	(1.27)	配對	(1.07)	(.98)		

a 問題類型：比較 3、4 為被比較量未知，比較 5、6 為參照量未知。

b 正確選項形式：配對為以「配對」觀點形成的開放算式，等化為以「等化」觀點形成的開放算式