

住宅抵押貸款違約之研究— 影響因素之顯著性分析*

楊顯爵** 林左裕*** 陳宗豪****

論文收件日期：96年3月3日

論文接受日期：96年9月12日

摘 要

我國於2002年通過「金融資產證券化條例」後，銀行業資產中佔大宗之不動產抵押債權將可重新包裝後以證券之型態售出，在目前國內金融資產證券化機制中尚無保證或保險之配套要求下，影響不動產抵押債權評價最重要的影響因子為借款人違約，也因此引發市場對不動產抵押債權價格衡量及風險評估之重視。本研究旨在應用羅吉斯迴歸模型探討影響國內不動產抵押債權違約之因素及其重要性。在蒐集資料時特別考量國內某大型行庫之住宅貸款「已結案」資料，以免低估違約機率，並採用Akaike's information criterion (AIC)，Bayesian information criterion (BIC) 及接受者作業特徵曲線 (ROC curve) 統計方法探討總體經濟、借款人特性及貸款契約等因素之顯著性比較分析。實證結果顯示AIC及BIC訊息指標可改善之前文獻使用羅吉斯迴歸模型時，類別自變數無法與其他影響因子相互比較，及連續型自變數缺乏一致性標準化單位時無法比較之缺點；更進一步發現，加入「總體經濟因素」對住宅抵押貸款逾期的影響後，在模型適合度及模型之預測上皆高於單獨應用「借款者特質及貸款契約條件」因素，故亦驗證外商銀行參酌「總體經濟因素」做為決定房屋貸款市場進退機制之重要要指標有其合理性與實用性。

關鍵詞：住宅抵押貸款、AIC訊息指標、BIC訊息指標、接受者作業特徵曲線

* 本研究為國科會補助研究案NSC 97-2410-H-004-107 部分成果，謹致謝忱。

** 國立高雄第一科技大學風險管理與保險系副教授
TEL：(07) 6011000#4501，E-mail：hcyang@ccms.nkfust.edu.tw

*** 國立政治大學地政學系教授，通訊作者
TEL：(02) 29393091#51142，E-mail：tsoyulin@nccu.edu.tw

**** 樹德科技大學企業管理系助理教授
TEL：(07) 6158000#3107，E-mail：thchen@mail.stu.edu.tw

A Study on the Significant Factors for Default in Residential Mortgages*

Hsien-Chueh Peter Yang**, Tsoyu Calvin Lin***, and
Tsung-Hao Chen****

Abstract

This study explores three factors affecting mortgage default behavior, including “characteristics of borrowers”, “loan contract” and “macro-economic indices”. We collected 2,658 terminated mortgage loans from a large commercial bank in Taiwan, and employed Logistic regression model for testing the significance of variables, and used Akaike’s information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC) and receiver operating characteristics (ROC) curve for comparison. Results show that “macro-economic indices” can serve as an excellent predictor for default behavior. This conclusion also explains why some foreign banks in Taiwan ceased their mortgage business in the mid 1990s while the economy in Taiwan was experiencing a decline.

Keywords: Residential Mortgage, Akaike’s Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC), Receiver Operating Characteristics (ROC) Curve

* The authors are grateful to the National Science Foundation of Taiwan for the financial support (NSC 97-2410-H-004-107) on this study.

** Associate Professor, Department of Risk Management and Insurance, National Kaohsiung First University of Science and Technology
TEL : (07) 6011000#4501 · E-mail : hcyang@ccms.nkfust.edu.tw

*** Professor, Department of Land Economics, National ChengChi University, Corresponding Author
TEL : (02) 29393091#51142 · E-mail : tsoyulin@nccu.edu.tw

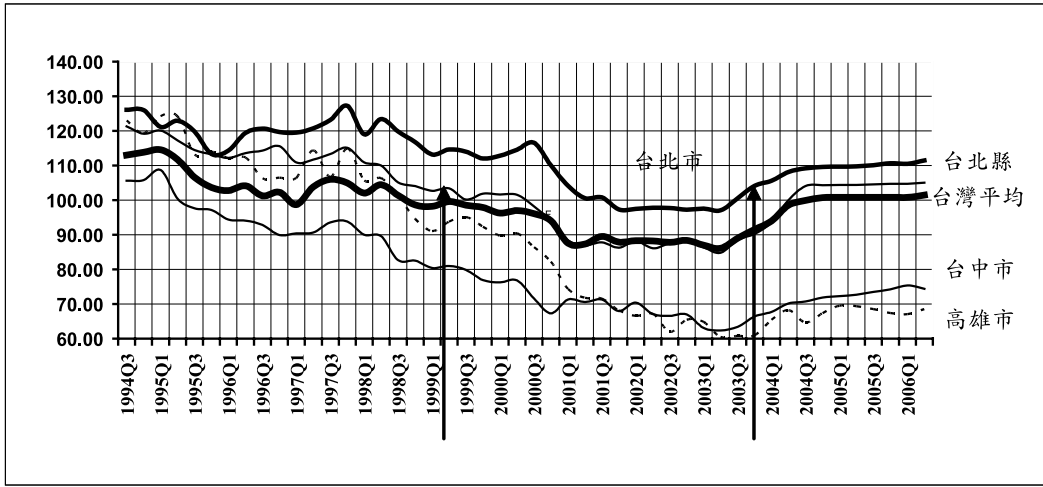
**** Assistant Professor, Department of Business Administration, Shu-Te University
TEL : (07) 6158000#3107 · E-mail : thchen@mail.stu.edu.tw

一、前 言

回顧國內過去十五年（1991~2005）來，銀行之住宅貸款環境及逾期管理隨著不動產景氣之波動面臨迅速的變化，輔以1992年新銀行大量成立競爭，又歷經國內外經濟衰退及1997年之亞洲金融風暴之侵襲，房市明顯漸走下坡，台灣之銀行業房貸業務直線下降，在研究期間更承受很大的逾期呆帳降低處理壓力。然對照同期之外商銀行，如荷蘭銀行於2000年12月基於上述不利因素考量下全面停止房貸業務，花旗銀行也於2001年決定退出南部的房貸市場。但於2003年荷蘭銀行又開始看好消費金融市場，認為不排除將來有重新承做房貸業務之可能，也因此2005年荷蘭銀行針對現有貴賓理財戶推出的「貴賓優貸」專案；花旗銀行也在2005年推出「新自由年貸」，並已慎重評估要在2005年重返中南部房貸市場；2006年6月渣打銀行推出主攻首購族，搭配房貸壽險「房貸壽險」產品，標榜全台「北、中、南」都接受房貸申請。由此觀之，花旗、荷蘭及渣打等外商銀行似乎依「總體經濟因素」為決定房屋貸款市場進退機制之主要指標。另美國於2007年發生次級房貸（subprime mortgage）違約風暴，進而影響全球之金融市場穩定性後，也再度引起世人對不動產抵押貸款違約因素之重視。

圖一為信義房屋自1994年第3季至2006年第1季中古屋市場房價指數變化圖，可看出台灣房價指數（左邊箭頭）於1999年第3季開始低於基準指數100，直至2004年第3季始回復至基準指數，而1999年底至2000年初即是荷蘭銀行及花旗銀行退出房貸之時點，另2005年至2006年為這些外商銀行重回房貸市場之時點，可看出外商銀行似乎著重考慮「總體經濟因素」為市場進退機制之主要指標，其房貸業務損失在不景氣時期也因此較本國銀行為輕。

綜觀國內外眾多且持續研究住宅抵押貸款違約因素之文獻中，早期Jung（1962）和Page（1964）提出可能為貸款利率之變動，Von Furstenberg（1969）則發現貸款成數、貸款期限、借款者年齡及借款者所得為影響違約風險的重要顯著變數；之後Vandell（1978）認為不能只考慮借款者當初貸款時資料，故提出失業率、離婚率及死亡率可能是非常重要影響違約之因素。另Lawrence et al.（1992）亦發現除貸款成數外，應再考慮借款者未來財務狀況及擔保品價值的改變，故提出借款者信用紀錄、年齡、貸款期限、貸款成數（loan to value ratio，簡稱LTV）、及房貸常額占家庭收入之比率為顯著影響違約因素，而Kau and Keenan（1999）仍亦提出貸款成數及房屋價格為顯著影響擔保違約顯著因素，直至Deng et al.（1996, 2000）始又綜合結論貸款成數、房屋資產淨值、失業率、離婚率為顯著影響擔保違約顯著



圖一 歷年信義房屋中古屋市場房價指數變動圖(1994.Q3~2006.Q1)

資料來源：信義房屋不動產企劃研究室

因素。上述論述可歸納違約因素為「借款者特質」與「貸款契約條件」及「總體經濟」等因素影響。

國內對於借款者住宅抵押貸款違約風險之研究起步較晚，其中劉代洋與李馨萍（1994）提出影響住宅抵押貸款違約的因素主要包括借款者婚姻、貸款時是否向其他銀行貸款、客戶不動產抵押品的住屋是否自用、借款者職業、客戶不動產抵押貸款年限與貸款成數等；李桐豪與呂美慧（2000）及盧秋玲與郭姿伶（2000）皆發現婚姻狀況、教育程度、金融往來關係、借款人收入、借款人通信地址與擔保品位置的相對關係，是影響房屋貸款品質好壞的主要因素；林左裕（2004）發現影響住宅抵押貸款提前清償與違約因素為貸款成數及繳款本息金額占家庭收入之比率、住宅區位、利率與房屋價格；其中失業率、離婚率、1997年亞洲金融風暴因素則單獨影響住宅抵押貸款違約因素。

我國於2002年通過「金融資產證券化條例」後，銀行業資產中佔大宗之不動產抵押債權將可重新包裝後以證券之型態售出，在目前國內金融資產證券化機制中尚無政府保證（如美國之government-sponsored enterprises，簡稱GSE）或保險之配套要求下，影響不動產抵押債權評價最重要的影響因子為借款人違約（其次才是提前清償風險），也因此引發市場對不動產抵押債權價格衡量及風險評估之重視。巴塞爾銀行監理委員會（Basel Committee on Banking Supervision）於2004年6月提出「資本衡量與資本標準之國際統合修訂架構報告」，一般稱之為新版巴塞爾資本協

定（New Basel Capital Accord，簡稱Basel II），於2006年底開始實施，此規範更加速影響國內金融機構對於各產品信用風險估計之重視，以符合國際Basel II之標準。在此二新制下之配套措施，住宅抵押貸款違約之風險評估更顯重要且迫切，然探究外商銀行房貸業務之營運決策，似乎著重於因應總體情勢變化，於國內經濟景氣趨緩，且在逾期情況未趨嚴重時，採取以停止貸款業務方式設立停損點，當景氣恢復時又加入市場企圖區隔並搶攻房貸市場，此現象引發本研究動機，究竟住宅貸款逾期原因除了注重「借款者特質」及「貸款契約條件」之審核外，加入「總體經濟因素」之評估是否有助於減少違約對銀行房貸放款業務之損失。參酌前述國內外之學者研究顯示，尚未有學者特別著重於此主題之探討比較，故本研究著重於比較單獨考慮「借款者特質及貸款契約條件」及加入考量「總體經濟因素」後此二大類型，試圖了解加入「總體經濟因素」影響住宅貸款逾期之程度，並期驗證外商銀行作法之可行性，以提供本國金融機構未來彈性調整住宅貸款業務之參考原則。

然若存在多個顯著影響住宅抵押貸款違約風險因素時，金融機構在成本效益原則考量及行銷導向之競爭壓力下，須在眾多影響因素中篩選出幾個特別強烈影響住宅抵押貸款違約之要素，而非將全部顯著影響要素權重視為相同，有鑑於目前我國金融機構在成本效益、競爭考量及新巴塞爾資本協定（Basel II）之壓力與商機下，本研究主要目的為：

- （一）探討同時存在顯著影響應變數之連續及類別自變數時，應用統計方法比較區分對應變數之影響權重；
- （二）建立合適之住宅抵押貸款違約鑑定模式；以及
- （三）比較單獨考慮「借款者特質及貸款契約條件」與加入「總體經濟因素」後，影響違約行為之顯著性差異，並分析各自之預測能力及準確率。

二、文獻回顧

國內外學者研究不動產抵押貸款違約之相關文獻相當豐富，各學者專家的實證研究選取不同的變數與實證研究方法，且各有不同發現，綜合而言可區分為「借款者特質」、「貸款契約條件」及「總體經濟因素」三大類，本研究亦採用此分類分別整理得影響抵押貸款違約之因素。

（一）借款者特質（borrower's characteristics）

「借款者特質」表期待由借款者個人特有之特性，如年齡、婚姻狀況、教育程

度等來判斷影響住宅抵押貸款違約之機率，Ingram and Frazier (1982) 指出幾乎所有研究者皆會考慮借款者個人屬性因素，並且在判別分析下個人屬性大多為顯性。另外Vandell and Thibodeau (1985) 亦提出個人屬性因素之重要性有助於解釋借款人不願違約之原因，該特性如借款者所得 (Von Furstenberg, 1969; Von Furstenberg and Green, 1974)、婚姻狀況 (Vandell, 1978; Canner et al., 1991; 劉代洋與李馨萍, 1994; 李桐豪與呂美慧, 2000; 盧秋玲與郭姿伶, 2000)、借款者過去信用狀況 (Grander and Mills, 1989; Lawrence et al., 1992)、職業 (Herzog and Earley, 1970; Webb, 1982; 劉代洋與李馨萍, 1994)、借款者年齡 (Von Furstenberg, 1969; Canner et al., 1991; Lawrence et al., 1992)、教育程度 (李桐豪與呂美慧, 2000; 盧秋玲與郭姿伶, 2000) 等; 但Herzog and Earley (1970) 提出借款者年齡、婚姻狀況、及撫養親數與繳款延遲與否沒有顯著關係; Webb (1982) 又提出戶長之個人特性中性別、種族、年齡與繳款延遲與否沒有顯著關係, 然Morton (1975) 及Canner et al. (1991) 則提出撫養親屬人數越多, 遲付之機率就越高; 而Canner et al. (1991) 則發現借款者年齡越大, 違約風險越小。可見借款者特性以借款者所得、借款者過去信用狀況、職業、教育程度、對繳款延遲與否有顯著影響性, 而婚姻狀況、借款者年齡、撫養親屬人數則尚未有一致結論。

(二) 貸款契約條件 (lending contracts)

「貸款契約」項目即探討經由金融機構與借款者簽訂之貸款契約內容, 是否會影響日後住宅抵押貸款違約與否之因素, 若為顯著影響, 則應該針對顯著項目致力於貸款契約之設計研發。國內外學者發現項目包括如貸款成數 (Jung, 1962; Page, 1964; Von Furstenberg, 1969; Grander and Mills, 1989; Lawrence et al., 1992; 劉代洋與李馨萍, 1994; Kau and Keenan, 1999; Deng et al., 1996, 2000; 林左裕, 2004)、貸款期限 (Von Furstenberg, 1969; von Furstenberg and Green, 1974; Grander and Mills, 1989; Lawrence et al., 1992; 劉代洋與李馨萍, 1994)、繳款本息金額占家庭收入之比率 (Lawrence et al., 1992; 林左裕, 2004)、住宅區位 (Von Furstenberg and Green, 1974; Grander and Mills, 1989; 林左裕, 2004)、屋齡 (Grander and Mills, 1989) 等。因此貸款契約條件之結論為以貸款成數、貸款期限、繳款本息金額占家庭收入之比率、住宅區位、屋齡對繳款延遲與否有顯著影響性。

(三) 總體經濟因素 (macro-economic factors)

儘管金融機構在貸款當時可蒐集很多借款者之性別、職業、年齡及教育程度等個人特性資料，及藉由設計貸款契約來約束或控制借款者符合金融機構期待之屬性，以降低違約之機率，但有不少總體經濟情況之改變，可能造成借款者個人特性及貸款契約之轉變，例如景氣衰退導致借款者失業、抵押品價格下跌、或是貸款利率上升導致收入無法支付應繳之償額等，因此，部分研究發現影響住宅抵押貸款違約與否之總體經濟因素有貸款利率變化 (Jung, 1962; Page, 1964)、失業率及離婚率 (Vandell, 1978; Grander and Mills, 1989; Deng et al., 1996, 2000; 林左裕, 2004)、死亡率 (Vandell, 1978)、房屋價格變動 (Kau and Keenan, 1999; Deng et al., 1996, 2000; 林左裕, 2004)、及金融風暴事件變數 (林左裕, 2004) 等。如此可知總體經濟因素以貸款利率變化、失業率、離婚率、死亡率、房屋價格變動、金融風暴對繳款延遲與否有顯著影響性結論。

三、研究方法

上述所蒐集之學者研究之方法主要分為多元迴歸分析 (Jung, 1962; Page, 1964; Von Furstenberg, 1969; Von Furstenberg and Green, 1974; Vandell, 1978)、區別分析 (Ingram and Frazier, 1982)、Probit分析 (Morton, 1975) 及羅吉斯迴歸分析 (Vandell and Thibodeau, 1985; Grander and Mills, 1989; Canner et al., 1991; Lawrence et al., 1992; 李桐豪與呂美慧, 2000) 等。其中Ingram and Frazier (1982)、劉代洋與李馨萍 (1994) 及Epley et al. (1996) 皆運用區別分析、Probit分析、羅吉斯迴歸探討三種方法之因素顯著性及正確分類性探討，Ingram and Frazier (1982) 提出三種方法在分類之正確性上僅有微小差異，但在顯著影響因素上有明顯不同結果；而劉代洋與李馨萍 (1994) 實證結果顯示由羅吉斯迴歸分析所得之解釋變數具有較高的模型正確率及較低的總錯誤率，故認為該模型較佳，Epley et al. (1996) 則指出為三種方法在分類正確性有顯著差異，且影響抵押貸款違約顯著因素及係數正負符號也會有不同結果。故研究方法以多元迴歸分析、區別分析、Probit分析、羅吉斯迴歸分析為主。

(一) 實證研究方法

本研究乃針對中長期分期攤還住宅貸款繳款「逾期與否」進行分析。就以上

各種模型之特性及預測正確性而言，區別分析中，解釋變數必須為定量變數、連續、符合常態分配等假設，而羅吉斯迴歸分析並無需解釋變數資料需來自常態分配之假設，故對於定量、定性、連續或間斷且非常態的解釋變數進行分析時，羅吉斯迴歸分析或Probit分析較區別分析為適合（林師模與陳苑欽，2004）。Espahibodi（1991）指出羅吉斯迴歸模型之預測準確率較區別分析為佳，因不符合常態分配假設的自變數，將降低區別分析的預測能力；且Lo（1986）以羅吉斯迴歸模型進行企業破產之預測，結果發現當解釋變數不符合常態變數時，羅吉斯迴歸模型的估計式仍具一致性。而就羅吉斯迴歸分析與Probit分析之比較而言，劉代洋與李馨萍（1994）及馬君梅（2003）實證結果皆認為羅吉斯迴歸模型的模型正確率較佳。Brezinski and Knafl（1999）則指出類神經網路與羅吉斯迴歸模型的正確性極為接近，但類神經網路之複雜度較高，且只在應用羅吉斯迴歸分析所選出的變數時才會收斂。

然應用哪一個模型做為分析，可由樣本數大小或資料之機率分配而定，羅吉斯迴歸模型同時具有大樣本（如regular logistic model）與小樣本（如exact logistic model）檢定之功能，在小樣本統計時仍可取得充份統計量（sufficient statistics）；而Probit模型與極值模型之檢定較適合大樣本（因樣本較可能具常態性）之檢定（Agresti, 2002），因此當樣本數很大時，Probit模型與極值模型可能優於羅吉斯迴歸模型。在本研究樣本數有限及羅吉斯迴歸模型具處理小樣本的特性，而且目前新巴塞爾資本協定將羅吉斯迴歸模型列入內部評等法之一（Van Deventer and Kenji, 2003）之考量下，本研究擬採用羅吉斯迴歸方法探討影響住宅抵押貸款逾期原因中「借款者特質及貸款契約條件」與「總體經濟因素」各因素之顯著性及其相對重要性。

復由文獻研究方法整理中，發現使用羅吉斯迴歸分析之多數學者著重於探討個別解釋變數與應變數之正負關係及影響程度分析，如Jung（1964）與Page（1964）認為抵押貸款利率及貸款成數與違約風險成正相關。Von Furstenberg（1969）運用多元迴歸分析得出貸款成數、貸款期間、貸款年齡、借款者所得四類連續變數顯著影響違約風險，且透過變數係數之大小解釋其中貸款成數為最具影響力之解釋變數。然而觀察使用羅吉斯迴歸分析及Probit分析之文獻多強調發現顯著之可能因素，如Grander and Mills（1989）以多變數羅吉斯迴歸分析檢驗可能影響芝加哥聯邦住宅貸款銀行抵押貸款遲付之原因，發現貸款成數、每月償還本利和占家庭所得之比率、借款者信用狀況、屋齡、借款者年齡、財產所在位置、獨資業主、失業率為顯著影響因素，其中對於連續自變項目可透過係數大小轉換成勝算比（odds

ratio) 之比較來判斷「貸款成數」比「每月償還本利和占家庭所得之比率」更能解釋遲付行為理由。然在應用羅吉斯迴歸分析資料時，需特別考量資料之完整性，文獻中有關探討住宅抵押貸款逾期之原因、信用風險之違約等，若使用未到期或未結案之資料，在觀察時點雖為正常案件，然仍無法驟然據以判定日後是否仍正常繳款，可能嚴重低估違約機率。因此本研究在蒐集資料時特別考量蒐集「已結案」(terminated) 之房貸案件進行分析，以避免低估違約機率之缺失。

另若二連續自變數單位不同時，例如一為比率另一為金額時，則缺乏共同標準則無法相互比較對應變數之影響程度。再對於類別自變項而言，例如「借款者信用狀況」中「曾經有遲付紀錄者」只能與其相對「未曾遲付者」比較其係數之勝算比，而無法利用係數大小來與其他自變數共同比較對應變數之影響程度，就上述問題而論，尚未發現文獻對於同時存在顯著影響應變數之連續及類別自變數加以比較其影響權重。

有鑑於此，而本研究企圖尋求運用統計方法中AIC及BIC兩種統計量標準以判斷自變數的加入對模型改善程度之影響，並比較各變數所形成不同模型的相對適合度，以解決同時存在連續與類別變數時，採用係數或優勢比率無法將類別變數與其他變數相互比較之問題，以及改善當自變數雖為連續變項時，雖能以其係數大小比較對模型之影響程度，但缺乏如以變異係數替代變異數之標準化係數。

(二) 羅吉斯迴歸 (logistic regression) 背景

羅吉斯資料可能為類別資料最常見型式，是一分析二分類依變數資料受到一種或多種解釋變數影響之統計模型方法，而其分析特質在於類別型態之反應變數，最常見為二元反應變數。當分析變數之間的關係時，若有一個屬質的反應變數，對應一個或多個解釋變數的情況，即適合採用羅吉斯迴歸來進行分析，如金融危機的發生或不發生、信用風險之正常或違約等(林師模與陳苑欽，2004)。羅吉斯迴歸的應變數為二分變數，各自變數可以是連續變數，亦可以是離散變數及虛擬變數(Agresti, 1996; Twisk, 2003; 王濟川與郭志剛，2004)，羅吉斯方程式可以確保所得結果一定會落在0與1之間，本研究住宅貸款逾期影響資料有著一個屬質且為二分變數的反應變數(逾期或未逾期)，而解釋變數有連續及離散虛擬變數，符合國內外文獻採用羅吉斯迴歸分析其資料的看法，且羅吉斯方程式機率預估公式可以作為預測之資料分析。

(三) 二元羅吉斯迴歸模型 (binary logistic regression model) 簡介

羅吉斯迴歸模型表示式，可以下式表示

$$\pi_i = E(Y_i) = P = \frac{e^{f(x)}}{1 + e^{f(x)}} \dots\dots\dots (1)$$

$$Z_i = f(x) = \alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik} \dots\dots\dots (2)$$

羅吉斯迴歸決策的關鍵來自於勝算率 (P/1-P) 的觀念，令P為成功事件的機率，1-P為失敗事件的機率。

$$\pi_i = E(Y_i) = P = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik})}} = \frac{1}{1 + e^{-Z_i}} \dots\dots\dots (3)$$

$$1 - \pi_i = 1 - E(Y_i) = 1 - P =$$

$$1 - \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik})}} = 1 - \frac{1}{1 + e^{-Z_i}} = \frac{e^{-Z_i}}{1 + e^{-Z_i}} \dots\dots\dots (4)$$

勝算比 (odds ratio) 為

$$\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right) = e^{Z_i} = e^{(\alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik})} \dots\dots\dots (5)$$

兩邊取自然對數後可得

$$Z_i = \ln \left(\frac{E(Y_i)}{1 - E(Y_i)} \right) = \ln \left(\frac{\pi(x_i)}{1 - \pi(x_i)} \right) = \alpha + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots\dots + \beta_k X_{ik} \dots (6)$$

(四) AIC 與 BIC 訊息測量指標

鑑於傳統採用係數或優勢比率方法無法比較類別變數與其他變數，及當兩連續自變數單位不同時，則缺乏共同標準則無法相互比較對應變數之影響程度之限制性，在統計學理中，有兩種標準可以幫助我們比較模型之優劣，一為AIC，另一為BIC。此兩種評量方法可以判斷兩模型間哪一模型的擬合資料適合度較佳。判斷之標準為選取較低的衡量值模型為較佳模型。有關AIC與BIC之公式及說明分述如下：

1. -2log-likelihood (G²)

Raftery (1986) 使用G²統計當成衡量模型的適合度檢定，一般而言，G²被當成-2log-likelihood的差異，其公式如下

$$G^2 = -2 \log(L_r / L_u) = -2 (\log L_r - \log L_u) \dots\dots\dots (7)$$

$$G^2 = 2 \sum_i^n \left[y_i \log \frac{y_i}{\hat{y}_i} + (n_i - y_i) \log \left(\frac{n_i - y_i}{n_i - \hat{y}_i} \right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

其中 L_r 和 L_u 分別代表限制條件下與未限制條件模型的log-likelihood； $\hat{y}_i = n_i \hat{p}_i$ 代表成功之期望次數； y_i 代表成功次數； n_i 代表試驗次數（Powers and Xie, 2000）。

2. Akaike's information criterion (AIC)

Akaike之模型具相對較小之AIC值，其訊息測量指標公式計算如下：

$$AIC = -2 \log\text{-likelihood} + 2(k + s) \dots\dots\dots (9)$$

其中 k 表模型的應變數減一； s 表自變數個數。

3. Bayesian information criterion (BIC)

Schwarz (1978) 提出修正AIC標準之公式為

$$BIC = -2 \log\text{-likelihood} + (k + s) \ln n \dots\dots\dots (10)$$

其中 n 為所選取之樣本數目（Allison, 1999；Lawal, 2003）。

綜合而論，就Schwarz (1978) 與Raftery (1986) 指出：「Akaike的選擇標準並未將樣本大小納入模型之考量，而Bayesian選擇標準已將樣本大小納入統計分析。」因此BIC法不僅考量模型複雜性，且具備同時兼顧所選取樣本之大小之優點，故Upton (1992) 強烈建議採用BIC訊息指標去判斷比較不同模型之擬合程度（Lawal, 2003）。

(五) 接受者作業特徵曲線 (receiver operating characteristics curve, or ROC curve)

羅吉斯模型之預測準確性可以用ROC curve衡量，該曲線經常呈現凹型連結於(0,0)及(1,1)點，若羅吉斯模型有很高的預測準確性，則ROC curve上升很快，故ROC curve以下之面積較大。Agresti (2002) 認為ROC curve比分類表 (classification table) 呈現更多的資訊，因為它呈現每一點機率界線 (probability cutoff point) 的預測能力訊息。ROC curve之縱軸為Sensitivity，橫軸為1-specificity，其公式如下

$$\begin{aligned} \text{Sensitivity} &= \frac{\text{number of defaultt individuals who screen positive}}{\text{total number of defaultt individuals}} \dots\dots\dots (11) \\ &= P_r(\text{Test} = \text{Default} | \text{Default}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - \text{Specificity} \\ &= 1 - \frac{\text{number of normal-performing individuals who screen negative}}{\text{total number of normal-performing individuals}} \dots\dots\dots (12) \\ &= 1 - P_r(\text{Test} = \text{normal-performing} | \text{normal-performing}) \end{aligned}$$

而Hosmer and Lemeshow (2000) 則提出ROC curve以下面積預測程度之一般判斷規則為：

1. 若 $ROC = 0.5$ ，則沒有區別力，例如像丟硬幣一般機率為0.5；
2. 若 $0.7 \leq ROC < 0.8$ ，則被認為是可接受的區別力；
3. 若 $0.8 \leq ROC < 0.9$ ，則被認為是卓越的區別力；
4. 若 $ROC \geq 0.9$ ，則被認為是極為傑出的區別力。

(六) 資料來源

本研究主要蒐集國內某大型行庫南區於1985年撥貸之20年住宅貸款，共2658筆已結案（含還清及逾期）之住宅貸款案件中，於2005年12月觀察分析分期攤還之住宅貸款清償與逾期與否之特質，其中逾期案件計277件，還清結案案件計2381件。由於羅吉斯迴歸模型常用於分析二分類依變數資料受到解釋變數影響之統計模型，例如金融危機的發生或不發生、信用風險之違約或未違約等，若使用之資料為未到期之房貸資料，在觀察時點為正常案件，實無法驟然據以判定日後是否仍正常繳款，因此研究者使用尚未到期之房貸資料，在貸款尚未終止前，即判定其為未違約，極可能嚴重低估違約機率。然多數台灣部份學者在房貸違約之研究中，由於資料之取得受限，所分析之資料多為未到期之房貸，有鑑於此，本研究在蒐集資料時特別考量蒐集「已結案」之房貸案件以避免此項缺失，此亦本研究資料完整性之特點。另因地區因素在房貸違約中是一很重要的因素，本研究擬以區域當做分層變數，把區域之影響效果逐步分離出來，故先搜集到南部地區性資料加以分析，期待逐步擴充到其他地區，或者用統計的方法來調整推論，例如採用綜合分析（meta-analysis）來整合各地區之推論。相關變數整理如下：

本研究變項之操作型定義主要以文獻中各學者所提出之重要影響因素為基準，再參酌銀行業實務考量條件所提重要影響因素共整理歸類為「借款者特質」、「貸款契約條件」及「總體經濟因素」三大類，進行可能影響住宅抵押貸款逾期因素之探討。

1. 應變數「住宅抵押貸款逾期與否」設定

本研究對住宅抵押貸款逾期與否之逾期定義採銀行資產評估損失準備提列及逾期放款催收款呆帳處理辦法（財政部93年1月6日台財融一字第0928011826號令修正）第七條：本辦法稱逾期放款，指積欠本金或利息超過清償期三個月者。故定義如下：

繳款情形：分為0（正常還清結案案件，含提前償還及遲延繳款在90天但補繳之案件）及1（逾期遲延繳款超過90天之案件）。

2. 自變數設定

根據文獻回顧所得結果及國內外實務經驗，考量多元自變數要項依「借款者特質」、「貸款契約條件」及「總體經濟因素」分三大類，定義19種可能影響其住宅抵押貸款逾期之因素，自變數之分類擬用 X_1 至 X_{19} 共19個變項代表可能影響應變數「住宅抵押貸款逾期與否」之因素，分述如下：

- (1) 借款者特質：包含年齡（ X_1 ）；工作年資（ X_2 ）；教育程度（ X_3 ）；職位（ X_4 ）；婚姻狀況（ X_5 ）；家庭收入（ X_6 ）；撫養親屬（ X_7 ）；信用貸款餘額（ X_8 ）；信用卡餘額（ X_9 ）；及是否有從債務（或保證債務， X_{10} ）等共10項列入檢定。
- (2) 貸款契約條件：包含貸款成數（ X_{11} ）；貸款期限（ X_{12} ）；整批房貸與否（ X_{13} ）；寬限期（ X_{14} ）；擔保品種類（ X_{15} ）及房屋區域位置（ X_{16} ）等共6項列入檢定。
- (3) 總體經濟因素：包含利率（ X_{17} ）；經濟成長率變化（ X_{18} ）；失業率變化（ X_{19} ）共3項列入檢定。綜合整理上述變數項目、符號、及變數說明如表一所示。

本研究特別將總體經濟因素納入縮減模型所包含之借款者特質與貸款契約條件變數考量，因一般總體經濟的變數在撥貸與觀察時之時點對每一借款人之影響均相同，若直接將其撥貸或觀察時之總體資料代入迴歸分析可能產生完全線性重合，而可能導致無解之情況。為了表達隨著時間變化不同個案資料受到總體因素影響之差異程度，本研究對於總體變數（如經濟成長率及失業率）皆蒐集行政院主計處提供之撥貸時點之數據（每一個案情況皆相同，再搜集事件（逾期277筆及還清2381筆）時點之經濟成長率及失業率，計算逾期與還清時點與撥貸時點之差異，觀察經過時間之變化，每一個案受到總體經濟因素影響之程度。

故本研究特別將所採用之總體經濟因素，有關經濟成長率變化及失業率變化之

表一 本研究之變數說明

變數	符號	說明
住宅抵押貸款繳款逾期與否	Y	被解釋變數，借款者繳交本息遲延超過90天之案件記為1；正常、提前還清及遲延繳款90天以下之案件記為0
年齡	X ₁	連續變項，依借款者貸款當時年齡計算
工作年資	X ₂	連續變項，依借款者總工作年資計算
教育程度	X ₃	虛擬變項，大專以上學歷記為1；其他計為0
職位	X ₄	虛擬變項，軍公醫教及民間企業主管記為1；民間基層人員計為0
婚姻狀況	X ₅	虛擬變項，已婚記為1；其他（未婚、鰥寡者）計為0
家庭收入	X ₆	連續變項，依借款者家庭總收入計算
撫養親屬	X ₇	連續變項，依借款者家庭撫養親屬計算
信用貸款餘額	X ₈	連續變項，依借款者貸款當時在聯徵中心所列金融機構信用貸款餘額計算
信用卡餘額	X ₉	連續變項，依借款者貸款當時在聯徵中心所列金融機構信用卡餘額計算
是否有從債務（保證債務）	X ₁₀	虛擬變項，有從債務記為1；無從債務計為0，依借款者當時在聯徵中心所列是否有保證債務計算
貸款成數	X ₁₁	連續變項，依借款者貸款當時貸款成數計算
貸款期限	X ₁₂	連續變項，依貸款契約貸款期限計算
整批房貸與否	X ₁₃	虛擬變項，整批房貸記為1；非整批房貸計為0
寬限期	X ₁₄	連續變項，依貸款契約借款者申請之寬限期計算
擔保品種類	X ₁₅	虛擬變項，大廈辦公室及大廈店面記為1；其他（透天住宅、透天店宅、大廈住家、公寓）計為0
房屋區域位置	X ₁₆	虛擬變項，抵押房屋位於高雄市記為1；其他（高雄縣及屏東縣）計為0
經濟成長率變化	X ₁₇	連續變項，依行政院主計處季資料提供，以逾期或期滿結案時經濟成長率減撥貸時經濟成長率差額列入計算
失業率變化	X ₁₈	連續變項，依行政院主計處月資料提供，以逾期失業率減撥貸時失業率差額列入計算
利率	X ₁₉	連續變項，依個案銀行相對應借款者所得之利率計算

設計說明如下：

- (1) 經濟成長率變化：依行政院主計處提供之連續季資料，以逾期或期滿結案時經濟成長率，減去其撥貸當時的經濟成長率，以二者之差額列入計算，分析經濟成長率的變化情形；
- (2) 失業率變化：依行政院主計處提供之連續月資料，以逾期或到期結案時失業率，減其撥貸當時的失業率，以二者之差額列入計算，分析失業率的變化情形。

四、實證結果

(一) 敘述性統計

本研究所蒐集國內某大型行庫南區於1985年撥貸之住宅貸款，共2658筆住宅貸款案件中，統一於2005年12月觀察已償還完畢之住宅貸款清償案件2381件（89.58%）、與違約案件277件（10.42%）之特質，案件之房屋區域位置分佈資料如表二所示：

(二) 顯著性檢定

首先採用Likelihood Ratio, Score及Wald Test三個卡方統計量評估各自變數是否顯著影響住宅抵押貸款逾期，而此三個卡方統計均用於檢定自變數的係數是否為零，當統計量很小，其對應之P值大於0.05時，即表示自變數對住宅抵押貸款逾期沒有影響；反之則有顯著影響。Jennings（1986）研究發現處於大樣本時，三種統計量結果非常相似，無法判別何種方法較適合，但在小樣本狀態或出現極端值時，則發現Likelihood Ratio卡方檢定較佳。而本研究採用Likelihood Ratio, Score及Wald Test三個卡方統計量評估各自變數是否顯著影響住宅抵押貸款逾期，發現三種統計量結果非常相似，故本文僅整理各類別影響違約因素之Likelihood Ratio卡方統計量，如表三、表四及表五所示：

1. 借款者特質

由表三可看出年齡、工作年資、教育程度、職位、婚姻狀況、家庭收入、撫養親屬、信用貸款餘額、信用卡餘額及是否有從債務（或保證債務）共10項變數經過Likelihood Ratio檢定後，發現只有撫養親屬多寡對住宅抵押貸款逾期與否沒有顯著影響。此結果呼應Ingram and Frazier（1982）提出幾乎所有研究皆會考慮借款者個人屬性因素，個人屬性大多為顯性的觀點，且符合多數研究發現。就撫養親屬對住

表二 樣本案件之房屋區域位置分佈資料

區位	個 數	正常與否		
		清償案件	逾期案件	總 和
高雄市	三民區	198	21	219
	楠梓區	107	18	125
	左營	252	28	280
	新興區	172	28	200
	前金區	89	8	97
	苓雅區	309	22	331
	鹽埕區	13	4	17
	鼓山區	99	11	110
	旗津區	5	2	7
	前鎮區	192	24	216
	小港區	106	20	126
小計	985	119	1104	
高雄縣 屏東縣	鳳山	295	13	308
	仁武	275	26	301
	鳥松	72	7	79
	大寮	35	12	47
	大社	56	7	63
	岡山	32	7	39
	大樹	4	1	5
	林園	3	2	5
	屏東	67	16	68
	小計	839	91	915
總 和		2381	277	2658
百分比		89.58%	10.42%	100%

表三 借者特質影響住宅抵押貸款逾期之檢測結果

自變數	Likelihood Ratio
	Pr > Chi-Sq
X ₁ 年齡	0.0002***
X ₂ 工作年資	0.0001***
X ₃ 教育程度	<0.0001***
X ₄ 職位	<0.0001***
X ₅ 婚姻狀況	<0.0001***
X ₆ 家庭收入	<0.0001***
X ₇ 撫養親屬人數	0.7622
X ₈ 信用貸款餘額	<0.0001***
X ₉ 信用卡餘額	<0.0001***
X ₁₀ 有無從債務 (保證債務)	<0.0001***

註：“***”表參數估計值在1%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

表四 貸款契約條件影響住宅抵押貸款逾期之檢測結果

自變數	Likelihood Ratio
	Pr > Chi-Sq
X ₁₁ 貸款成數	<0.0001***
X ₁₂ 貸款期限	0.3293
X ₁₃ 整批房貸否	0.0259**
X ₁₄ 寬限期	<0.0001***
X ₁₅ 擔保品種類	<0.0001***
X ₁₆ 房屋區位	0.4288

註：“***”及“**”分別表參數估計值在1%及5%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

表五 總體經濟因素影響住宅抵押貸款逾期之檢測結果

自變數	Likelihood Ratio
	Pr > Chi-Sq
X ₁₇ 經濟成長率變化	<0.0001***
X ₁₈ 失業率變化	<0.0001***
X ₁₉ 貸款利率	<0.0001***

註：“***”表參數估計值在1%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

宅抵押貸款逾期與否沒有顯著影響之發現，則與Herzog and Earley (1970) 之結論一致。

2. 貸款契約條件

由表四可看出貸款成數、貸款期限、整批房貸與否、寬限期、擔保品種類及房屋區域位置等六項變數經過Likelihood Ratio檢定後，發現只有貸款期限與房屋區域對住宅抵押貸款逾期與否沒有顯著影響。此實證結果與國內外研究大多相同，然貸款期限與繳款延遲與否無顯著關係，則與Von Furstenberg (1969)、Von Furstenberg and Green (1974)、Grander and Mills (1989)、Lawrence et al. (1992) 及劉代洋與李馨萍 (1994) 所提出有顯著關係有所差異，另房屋區域對住宅抵押貸款逾期與否沒有顯著影響部分，其原因應為所蒐集之資料集中於高雄縣市，尚無法產生如Von Furstenberg and Green (1974)、Grander and Mills (1989) 與林左裕 (2004) 等所發現對住宅抵押貸款逾期與否有顯著影響之結論。

3. 總體經濟因素

由表五可看出貸款利率、經濟成長率、失業率共三項變數經過Likelihood Ratio檢定後，發現三項變數對住宅抵押貸款逾期與否皆有顯著影響。因此本研究實證結果呼應文獻整理中，國際間學者所提出總體經濟因素為顯著研究發現的觀點。

綜合上述檢定三大類共19個可能影響因素，得到借款者特質有九項、借款契約條件有四項、總體經濟因素有三項自變數，合計共有16項自變數對住宅抵押貸款逾期與否有顯著影響，為了避免樣本資料中存在特異值和特殊影響案例而影響模型擬合程度，對迴歸係數估計有極大的影響，本研究進而對2658個樣本資料再執行特異值與特殊影響案例診斷。

(三) 多元共線性診斷

雖然多元共線性不會導致參數係數有所偏差，但是會導致標準誤變大，使得變數出現較差效果 (Allison, 1999)，王濟川與郭志剛 (2004) 亦提到羅吉斯迴歸與線性迴歸一樣，在擬合羅吉斯迴歸模型時也對自變數間存在的多元共線性問題極敏感，當多元共線性問題不太嚴重時，羅吉斯迴歸模型係數估計基本上還是不偏且有效。但在多元共線性程度較高時，易導致迴歸係數的估計標準誤差比較大 (Berry and Feldman, 1985)。王濟川與郭志剛 (2004) 亦提出多元共線性雖易藉由迴歸診斷發現，但實務上仍難解決，因刪除的若非冗餘之自變數，而是理論上有重要意義的變數，則可能導致模型誤設，由錯誤模型產生之有偏估計問題往往比多元共線性之問題更嚴重。檢查多元共線性可以藉容忍度 (tolerance) 或變異數膨脹因子 (variance impact factor, 簡稱VIF) 進行判斷，其中容忍度 (tolerance) 如式 (13) 所示：

$$\text{Tolerance} = 1 - R_{XK}^2 \dots\dots\dots (13)$$

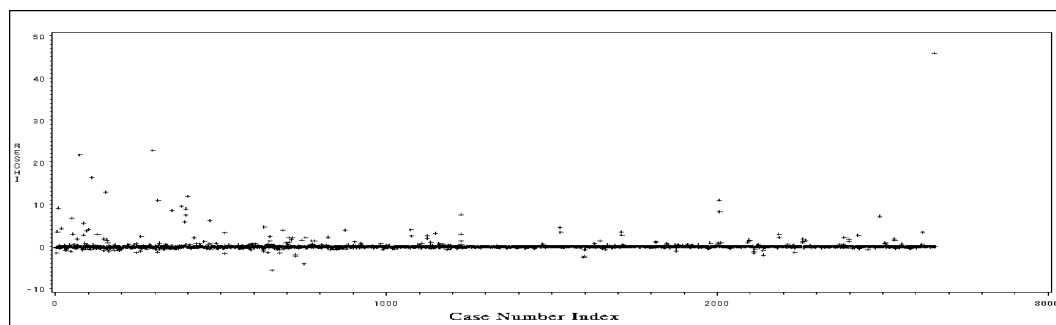
其中 R_{XK}^2 為 X_K 作為應變數時與其他自變數間之判定係數，當 R_{XK}^2 很高時，即容忍度很低，表該自變數與其他自變數間存在多元共線性問題，而Menard (1995) 提出容忍度小於0.2可以當作是存在多元共線性問題，當容忍度小於0.1時，則說明多元共線性很嚴重，而Allison (1999) 則提出容忍度小於0.4則視為存在多元共線性問題。另Neter et al. (1999) 及林師模與陳苑欽 (2004) 提出常用的容忍度的寬容界限為0.01，或變異數膨脹因子 (VIF) 超過10，則視為存在多元共線性問題，因本文所得年齡與工作年資之容忍度皆達0.33以上，另變異數膨脹因子 (VIF) 皆低於3.2，且嚐試執行刪除工作年資變數或年齡變數後，觀察其他迴歸係數並未造成重大改變，故本研究以容忍度小於0.1時或變異數膨脹因子超過10，為判斷多元共線性嚴重之標準。由表六可看出16個自變數間不存在多元共線性問題。

(四) 特異值 (outliers) 與特殊影響案例 (influential observations) 診斷

影響羅吉斯迴歸模型準確度，除需先執行多元共線性診斷以事先修正模型外，尚須考慮是否存在特異值和特殊影響案例因素。所謂特異值乃指某一個案例的實際結果為一種類型，而其預測事件卻在另一類型上有很高的發生機率者。殘差檢定為判斷觀察值存在時模型擬合程度不佳的有效方法 (Allison, 1999)，一般採用Pearson殘差和Deviance殘差來檢查這些特異值，圖二為本研究樣本案例所呈現之Pearson殘差與案例數量指數診斷測量統計圖，從圖二中可見差異較大的特異值不多，然而因樣本規模很大 (2658個)，故所呈現每個案例診斷測量統計圖質量不

表六 影響住宅抵押貸款逾期因素之自變數間多元共線性之診斷結果

自變數	容忍度 (tolerance)	變異數膨脹因子 (VIF)
X ₁ 年齡	0.33207	3.01139
X ₂ 工作年資	0.34971	2.85951
X ₃ 教育程度	0.84857	1.17846
X ₄ 職位	0.81653	1.22469
X ₅ 婚姻狀況	0.63386	1.57764
X ₆ 家庭收入	0.58006	1.72395
X ₈ 信用貸款餘額	0.89151	1.12170
X ₉ 信用卡餘額	0.85732	1.16642
X ₁₀ 有無從債務	0.92431	1.08188
X ₁₁ 貸款成數	0.82961	1.20538
X ₁₃ 整批房貸否	0.82902	1.20625
X ₁₄ 寬限期	0.88012	1.13621
X ₁₅ 擔保品種類	0.86782	1.15231
X ₁₇ 經濟成長率變化	0.81180	1.23183
X ₁₈ 失業率變化	0.84801	1.17923
X ₁₉ 貸款利率	0.91412	1.09394



圖二 本研究樣本之Pearson殘差與案例數量指數診斷測量圖

高。Fox (1991) 提出標準化殘差值的選定依據殘差最極端的5%的值，取值大於2或小於-2者為特異值，即約有95%的案例的標準化殘差應該在〔2，-2〕之間。

但一個具有特異值的案例不一定就影響迴歸係數，Pregibon (1981) 提出槓桿度統計量 (hat matrix diagonal) 來測量第*i*個案例與其他案例之分離程度。Hosmer and Lemeshow (2000) 認為當一個觀察值有一個極大或極小的估計機率值，其槓桿度值的觀察案例即非一個好的估計樣本指標。王濟川與郭志剛 (2004) 則歸納當槓桿度值 > 2 倍的槓桿度平均值^{註1}，該案例即可稱為槓桿案例。Fox (1991) 提出當槓桿案例與特異值結合在一起時，往往對迴歸係數估計有極大的影響，因此稱之為特殊影響案例。

故本研究依循Fox (1991) 標準找出58個Pearson殘差取值大於2或小於-2者為特異值，再找出槓桿度值 > 2 倍的槓桿度平均值之34個特殊影響案例，再將剩餘2624個案例執行AIC與BIC訊息測量指標，結果如下所述。

(五) AIC 與 BIC 訊息測量結果

就可能影響住宅抵押貸款逾期之因素經過顯著性檢定、多元共線性及特異值與特殊影響案例診斷後，共有16個自變數符合，但仍無法判斷那些自變數特別顯著影響逾期條件。為了能夠整體檢測所有自變數相對影響住宅抵押貸款逾期條件之影響權重，以及從金融機構成本效益考量，需排除影響較輕微而選擇影響較重要之自變數納入模型分析。因AIC與BIC此二評量方法可選取較低的衡量值以判斷較佳之資料適合度，故本研究採用AIC與BIC訊息測量指標以尋求影響住宅抵押貸款逾期條件權重較多的自變數。由表七可看出，在八個借款者特質自變數顯著影響住宅抵押貸款逾期因素中，家庭收入之影響最大，再依次為教育程度、有無從債務及職位，其餘四項則影響程度相對為小；四個貸款契約條件自變數只有貸款成數及寬限期影響程度較大，但仍低於前選三項借款者特性，因眾多學者證明有顯著影響，故亦納入考量要素；再觀察三項總體經濟因素發現皆影響程度很大，其中經濟成長率、失業率及貸款利率分列為16個變數中影響之第1、2、3位。然而參酌文獻探討都各自陳述所發現變數之重要性，但似乎稍缺完整性探討其重要性，或是只列出顯著影響變數而未進一步加以全部比較，故本研究著重整體變數考量與比較，其排列順序詳如表七所示。

註1. 槓桿度值得取值範圍為〔0，1〕，在一個有*k*個自變數的模型中，*n*個案例槓桿度值的合計等於*k*+1，故*n*個案例槓桿度值的平均值等於 $(k+1) / n$ 。

表七 影響住宅抵押貸款逾期因素之權重

類別屬性	自變數	影響排序	AIC差值	BIC差值
借款者特質	X ₁ 年齡	14	8.72	2.58
	X ₂ 工作年資	15	8.11	2.24
	X ₃ 教育程度	5	71.64	65.77
	X ₄ 職位	8	34.40	28.51
	X ₅ 婚姻狀況	11	21.83	15.96
	X ₆ 家庭收入	4	134.57	128.70
	X ₈ 信用貸款餘額	10	31.73	25.86
	X ₉ 信用卡餘額	13	15.34	9.46
	X ₁₀ 有無從債務	6	62.81	56.93
	貸款契約條件	X ₁₁ 貸款成數	7	40.82
X ₁₃ 整批房貸否		16	2.52	-3.35
X ₁₄ 寬限期		9	32.42	26.55
X ₁₅ 擔保品種類		12	20.61	14.73
總體經濟因素	X ₁₇ 經濟成長率變化	1	752.56	746.69
	X ₁₈ 失業率變化	2	441.25	435.38
	X ₁₉ 貸款利率	3	278.31	272.44

(六) 羅吉斯迴歸分析結果

經由AIC及BIC訊息測量指標實證結果，發現總體經濟因素影響住宅抵押貸款逾期之權重極大，甚至遠大於「借款者特質」及「貸款契約條件」，再加上思考外商銀行著重因應總體情勢變化操作模式，本研究以羅吉斯迴歸分析比較是否加入總體經濟因素影響住宅抵押貸款逾期因素大於「借款者特質及貸款契約條件」，然有鑑於若以同一組資料得出之擬合資料模型，再用相同之資料去執行預測準確度分析，所得之結果可能僅止於得到樣本內預測準確度，而欠缺樣本外預測準確度來作為佐證比較其模型之穩定與可驗證性。故將249件逾期案件，2375件還清結案案件。分別採隨機抽樣方法，抽出1781件還清結案案件，186件逾期案件，合計1967件案件（75%）建構住宅抵押貸款約鑑定模式，其餘594件還清結案案件，63件逾期案件，合計657件案件（25%）作樣本外預測，以建立合適之住宅抵押貸款違約

鑑定模式。

嚴格而言，本研究之樣本數對房貸整體資料比例偏低，此為國內相關研究限制之一，Collect (2003) 認為模型之精確性需有完整樣本與良好模型搭配，若樣本數過小導致某些觀察值所佔比率過小甚至趨近於零，則會使在離差改變之漸近分佈下之推論不可信，通常整理處理小樣本推論問題之方法為Gibbs-sampling (Albert and Chib 1993a, 1993b)、精簡模型(exact methods) (Derr, 2000; Agresti, 2002; Collect, 2003) 及隨機效果模型(random effects model) (Agresti, 2002)。

雖然本研究採用Likelihood Ratio, Score及 Wald Test三個卡方統計量評估各自變數是否顯著影響住宅抵押貸款逾期，發現三種統計量結果非常相似，符合Jennings (1986) 研究發現處於大樣本時，三種統計量結果非常相似之特性，然為了避免因樣本數過小，在應用一般羅吉斯迴歸模型所得到之迴歸參數可能產生偏誤，導致估計失真之問題出現，故再執行Exact 羅吉斯迴歸模型與一般羅吉斯迴歸模型進行比較二者之迴歸參數是否存在差異。由表八執行單一變數之Exact羅吉斯迴歸模型與一般羅吉斯迴歸模型估計係數比較得知兩種方法產生之迴歸係數不論在截距項或是在影響自變數上，其迴歸式產生之估計值與95%之信賴區間皆非常相近，表示該蒐集之資料樣本數，對於執行單一變數^{註2}時，運用Exact羅吉斯迴歸模型與一般羅吉斯迴歸模型沒有明顯差異，顯示本研究樣本雖有限，但應用一般羅吉斯迴歸模型進行推論時亦可達到有效且無偏誤之鑑識效果。

1. 「借款者特質及貸款契約條件」之變數分析

將表七所得之四項借款者特質及二項貸款契約條件，依序為家庭收入、教育程度、有無從債務、職位、貸款成數及寬限期等六項放入羅吉斯迴歸模型中，分析整體模型適合度與預測能力，發現其中職位變數不顯著，故予以刪除後重新執行程式。由表九之結果可看出，模型中各變數之最大概似估計值，其中家庭收入部份，發現家庭收入與住宅抵押貸款逾期呈負向關係，即收入越高越不容易逾期，此發現亦符合Von Furstenberg (1969) 及Von Furstenberg and Green (1974) 之結論；就教育程度而言，發現教育程度較高者與逾期發生比率約為相對學歷較低者的0.43倍，即教育程度越高者逾期機率越小，此結果則與國內文獻(李桐豪與呂美慧，2000；盧秋玲與郭姿伶，2000) 結論一致；而貸款成數與住宅抵押貸款逾期成正向關係，即貸款成數越高，越容易導致逾期產生，此結果符合國內外文獻(Jung, 1962；

註2. 本研究加上更多其他自變數後再分析exact羅吉斯迴歸與一般羅吉斯迴歸模型比較後，發現二者不論在截距項或自變數之影響方向及顯著性上，均無明顯差異，限於篇幅關係，此處不擬列出相關表格結果。

表八 Exact羅吉斯迴歸模型與一般羅吉斯迴歸模型單一變數之估計係數比較

變數	Inference Type	Estimate	Lower 95% CI bound	Upper 95% CI bound	Pr> χ^2
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-1.7055	-1.8992	-1.5118	<.0001
	exact羅吉斯	-1.7055	-1.9076	-1.5104	<.0001
學歷	一般羅吉斯 (asymptotic)	-1.1367	-1.4524	-0.8210	<.0001
	exact羅吉斯	-1.1361	-1.4691	-0.8104	<.0001
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-1.9003	-2.0883	-1.7124	<.0001
	exact羅吉斯	-1.9003	-2.1239	-1.6748	<.0001
職位	一般羅吉斯 (asymptotic)	-0.8400	-1.1599	-0.5200	<.0001
	exact羅吉斯	-0.8396	-1.1771	-0.5105	<.0001
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-1.8515	-2.0713	-1.6317	<.0001
	exact羅吉斯	-1.8515	-2.0825	-1.6302	<.0001
婚姻	一般羅吉斯 (asymptotic)	-0.6911	-0.995	-0.3871	<.0001
	exact羅吉斯	-0.6907	-1.0066	-0.3747	<.0001
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-2.4766	-2.6485	-2.3047	<.0001
	exact羅吉斯	-2.4766	-2.6807	-2.2707	<.0001
有無從債務	一般羅吉斯 (asymptotic)	1.6488	1.2587	2.0389	<.0001
	exact羅吉斯	1.6471	1.2323	2.0518	<.0001
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-2.3233	-2.4799	-2.1667	<.0001
	exact羅吉斯	-2.3233	-2.509	-2.1643	<.0001
擔保品種類	一般羅吉斯 (asymptotic)	1.7435	1.0708	2.4162	<.0001
	exact羅吉斯	1.7419	0.9895	2.4562	<.0001
截距項	一般羅吉斯 (asymptotic)	-2.8952	-3.1981	-2.5923	<.0001
	exact羅吉斯	-2.8954	-2.8954	-2.8954	<.0001
寬限期	一般羅吉斯 (asymptotic)	0.3187	0.2016	0.4358	<.0001
	exact羅吉斯	0.3186	0.2014	0.4394	<.0001

Page, 1964；Von Furstenberg, 1969；Grander and Mills, 1989；Lawrence et al., 1992；劉代洋與李馨萍，1994；Kau and Keenan, 1999；Deng et al. 1996, 2000；林左裕，2004）對貸款成數的看法。另就寬限期之考量，發現寬限期與住宅抵押貸款逾期成正向關係，即寬限期越久，越容易導致逾期產生，此發現可做為借款者財務危機之預警。最後本研究加入考量有無保證債務項目，探討可能逾期因素來源是因借款者因保證債務逾期而連帶影響自身繳款正常與否，研究發現有保證債務逾期之比率為無保證債務之9.5倍，這亦是本研究從保證債務違約間接影響本身債務考量，發現有顯著影響住宅貸款逾期因素，且從AIC及BIC測量發現為12個「借款者特質及貸款契約條件」變數中排序第3位，可見其影響住宅抵押貸款逾期程度之重要性。因本研究主要期望判斷「借款者特質及貸款契約條件」整體之模型適合度及預測能力之檢定，依據表九總和「貸款契約條件及借款者特質」之羅吉斯模型參數估計值如式（14）所示：

$$\ln(p/1-p) = -4.2266 - 0.0320X_6 - 0.8445X_3 + 2.2521X_{10} + 0.0517X_{11} + 0.4176X_{14} \dots\dots\dots (14)$$

將式（14）所列5個變數所組合之住宅抵押貸款違約之羅吉斯模型鑑定模式的參數估計值作樣本內外預測分列於表九下半部，可見樣本外之預測準確率亦接近八成。

依圖三借款者特質及貸款契約條件之ROC curve發現，此時ROC curve上升為弧形，且得出ROC curve以下之面積為0.849（全部面積為1），依Hosmer and Lemeshow（2000）提出之ROC curve一般判斷規則分析，因介於 $0.8 \leq \text{ROC} < 0.9$ 之間，可被認為具卓越的區別力。

2. 精簡總合「總體經濟因素」及「借款者特質及貸款契約條件」之模型分析

本研究繼續探討加入「總體經濟因素」變數於「借款者特質及貸款契約條件」內，共計八個變數之羅吉斯迴歸模型分析整體模型適合度與預測能力，藉以分析加入總體因素模型之擬合程度改善情形。當八個變數納入模型時，出現教育程度項目之P值（0.1071）大於顯著水準0.05，表示在該模型中教育程度對住宅抵押貸款逾期相對沒有顯著影響，於是先將該自變數從模型中去除後再重新執行該模型。

由表十顯示加入「總體經濟因素」後改善以下三項：（1）總和「總體經濟因素」及「借款者特質及貸款契約條件」之模型就模型適合度之AIC及BIC差值較「借款者特質及貸款契約條件」改善很多（806及767相對於278及250）；（2）就預測能力部分，則發現整體預測準確率、逾期預測準確率、正常預測準確率三大部

表九 「借款者特質及貸款契約條件」之各變數最大概似估計值及優勢比率分析結果

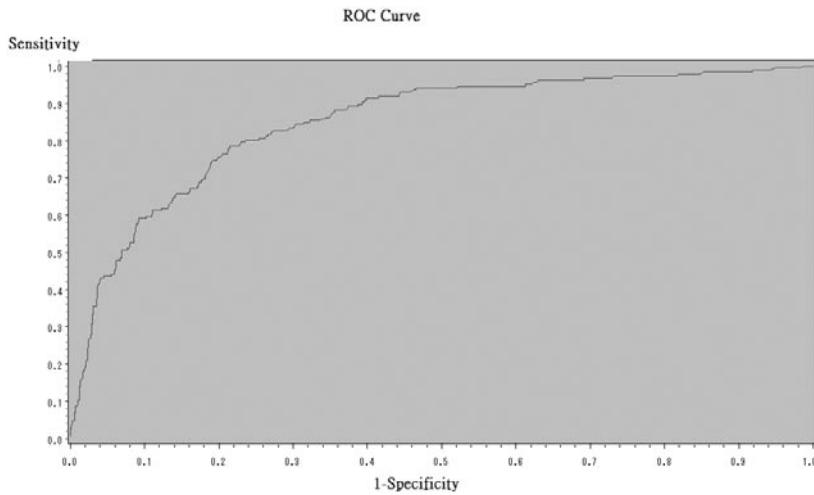
變數	參數估計值	標準差	Pr > Chi Square
截距	-4.2266***	0.8164	<.0001
X ₆ 家庭收入	-0.0320***	0.0033	<.0001
X ₃ 教育程度	-0.8445***	0.1752	<.0001
X ₁₀ 有無從債務	2.2521***	0.2469	<.0001
X ₁₁ 貸款成數	0.0517***	0.0118	<.0001
X ₁₄ 寬限期	0.4176***	0.0654	<.0001
模型適合度—概似比指數 (LRI)	0.2341		
模型適合度-Nagelkerke-R ²	0.2929		
模型適合度	AIC差值	BIC差值	
總和 (profile) 模型適合度	278.178	250.256	
預測準確率	樣本內預測準確率 (1967件)	樣本外預測準確率 (657件)	
整體預測準確率 (correct)	78.3%	79.5%	
逾期預測準確率 (sensitivity)	78.0%	76.2%	
正常預測準確率 (specificity)	78.4%	79.8%	

註：1. “***”表參數估計值在1%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

2. “sensitivity”表正確預測事件 (event) 之能力；“specificity”表示正確預測非事件 (no event) 之能力。

3. “LRI = $\{ -2L\hat{L}_0 - (-2L\hat{L}_s) / -2L\hat{L}_0 \}$ ”，其中 $-2L\hat{L}_0$ 為只含截距項之最大對數概似值， $-2L\hat{L}_s$ 則為包含截距項與解釋變數之最大對數概似值；“預測準確率採用之 cutoff point = 0.11”

分之預測程度亦增加 (88%，89%，88%相對於78%、78%、78%)；(3) 圖四之 ROC curve 以下之面積 (0.942) 大於圖三之面積 (0.849)。可見不論模型擬合程度之改善及預測準確率而言，加入「總體經濟因素」資訊後之效果皆改善很多，故亦佐證外商銀行加入「總體經濟因素」考量作為決定房屋貸款市場進退機制之重要指標有其合理性。故金融機構於承做住宅抵押貸款產品之風險考量時，尤應參酌「總體經濟因素」之變動趨勢來調整該產品總核貸額度，以設控金融業在住宅抵押貸款



圖三 「借款者特質及貸款契約條件」之ROC curve
註：ROC curve以下之面積C=0.849。

產品所能承受之最高損失，以免使風險集中於不利產品而造成日後更大違約損失傷害。

「借款者特質及貸款契約條件」雖相對影響住宅抵押貸款逾期因素較總合模型適合度為低，然就模型預測準確率整體預測、逾期預測、正常預測準確率約達78%，另依ROC curve之判斷規則分析（介於0.8至0.9之間），表「借款者特質及貸款契約條件」實有卓越之預測能力。且經由國內外長期研究發現，某些顯著因素對住宅抵押貸款逾期確有相當之影響，故於評估借款者申貸時之時點，可依借款者特質以事先篩選區隔不同特質客戶，並搭配貸款契約條件之研發設計，以符合該不同特質客戶之貸款行銷策略。

依據表十總和「總體經濟因素」及「借款者特質及貸款契約條件」之羅吉斯模型參數估計值如式（16）所示：

$$\ln(p/1-p) = -11.0452 - 0.0301X_6 - 2.0923X_{10} + 0.0565X_{11} + 0.4529X_{14} \dots \dots \dots (16)$$

將式（16）所列七個變數所組合之住宅抵押貸款違約之羅吉斯模型鑑定模式的參數估計值作樣本內外預測分列於表十下半部，可發現樣本外預測準確率亦超過九成。

表十 精簡總和「總體經濟因素」及「借款者特質及借款契約條件」各變數之分析結果

變數	參數估計值	標準差	Pr>Chi Square
截距	-11.0452***	2.5721	<.0001
X ₆ 家庭收入	-0.0301***	0.0052	<.0001
X ₁₀ 有無從債務	2.0923***	0.3924	<.0001
X ₁₁ 貸款成數	0.0565***	0.0204	0.0057
X ₁₄ 寬限期	0.4259***	0.1066	<.0001
X ₁₇ 經濟成長率變化	-1.4407***	0.1397	<.0001
X ₁₈ 失業率變化	2.2541***	0.4152	<.0001
X ₁₉ 貸款利率	1.6031***	0.1683	<.0001
模型適合度—概似比指數 (LRI)	0.6658		
模型適合度-Nagelkerke-R ²	0.7325		
模型適合度	AIC差值	BIC差值	
總和 (profile) 模型適合度	805.679	766.590	
預測準確率	樣本內預測準確率 (1967件)	樣本外預測準確率 (657件)	
整體預測準確率 (correct)	87.7%	92.2%	
逾期預測準確率 (sensitivity)	89.2%	93.7%	
正常預測準確率 (specificity)	87.6%	91.4%	

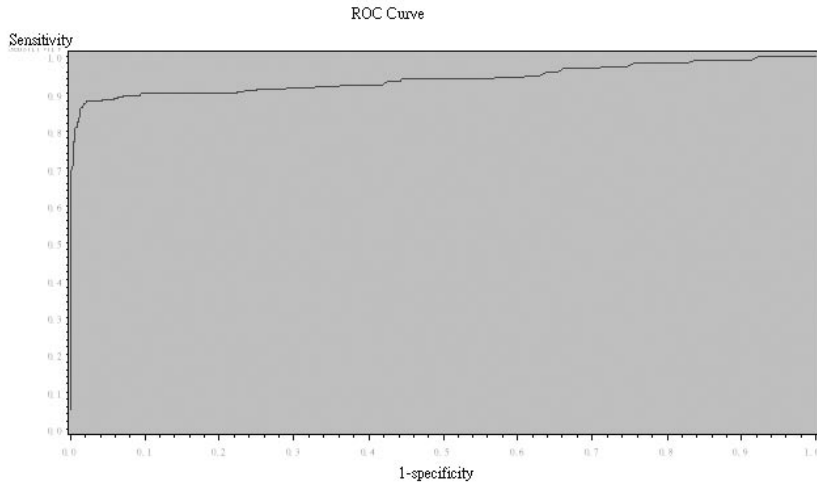
註：1. “***”及“**”分別表參數估計值在1%及5%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

2. “sensitivity”表示正確預測事件 (event) 之能力；“specificity”表示正確預測非事件 (no event) 之能力。

3. “LRI=[-2LL₀ - (-2LL_s)] / -2LL₀”，其中-2LL₀ 為只含截距項之最大對數概似值，-2LL_s 則為包含截距項與解釋變數之最大對數概似值；“預測準確率採用之 cutoff point=0.05”。

3. 總合全部16個影響住宅貸款逾期之自變數的羅吉斯模型分析

本研究最後探討全部16變數之模型與精簡總合模型 (7變數) 之差異。當16個變數納入模型時，出現工作年資、教育程度、職位、婚姻狀況、信用卡餘額及是否



圖四 總和「總體經濟因素」及「借款者特質及貸款契約條件」之ROC curve
註：ROC curve以下之面積C=0.942。

整批房貸等6項目之P值大於顯著水準0.05，表示在該模型中這6個變數對住宅抵押貸款逾期相對沒有顯著影響，於是先將該6個自變數從模型中去除後，再重新以10變數執行該模型。

由表十一顯示全部10變數之模型與精簡總合模型（7變數）有以下三項比較：（1）全部10變數之模型就模型適合度之AIC及BIC差值較精簡總合模型（7變數）改善不多（842及786相對於 806及767）；（2）就預測能力部分，則發現整體預測準確率、逾期預測準確率、正常預測準確率三大部分之預測程度亦增加很小（89%，90%，89%相對於88%，89%，88%）；（3）圖五之ROC curve以下之面積（0.961）稍為大於圖三之面積（0.942）。可見不論模型擬合程度之改善及預測準確率而言，全部10變數之模型之效果增加精簡總合模型（7變數）很少，故亦佐證採用AIC及BIC訊息測量指標實證結果，可以在滿足有效模型擬合程度與預測能力下，精簡篩選出重要顯著影響因素。依據表十全部10變數之模型之羅吉斯模型參數估計值如式（17）所示：

$$\ln(p/1-p) = -17.7340 - 0.0857X_1 - 0.0402X_6 + 0.0169X_8 + 2.1421X_{10} + 0.0780X_{11} + 0.4867X_{14} + 1.9278X_{15} - 1.3774X_{17} + 2.7416X_{18} + 1.5254X_{19} \dots\dots\dots (17)$$

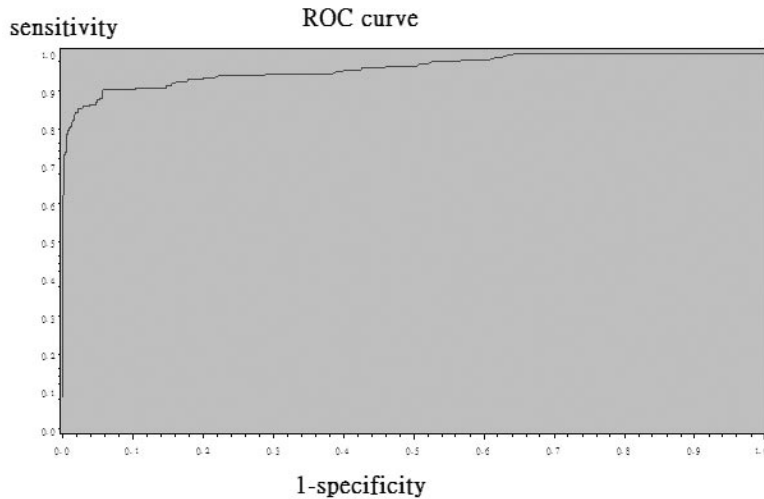
將式（17）所列10個變數所組合之住宅抵押貸款違約之羅吉斯模型鑑定模式的參數估計值作樣本內外預測分列於表十下半部，可發現樣本外預測之整體預測準確率、逾期預測準確率、正常預測準確率三大部分之預測程度亦僅微幅增加（93%，94%，93%相對於92%，94%，91%）。

表十一 全部10變數之羅吉斯回歸模型析結果

變數	參數估計值	標準差	Pr > Chi Square
截距	-17.7340***	2.9826	<.0001
X ₁ 年齡	0.0857***	0.0183	<.0001
X ₆ 家庭收入	-0.0402***	0.0059	<.0001
X ₈ 信用貸款餘額	0.0169***	0.0058	0.0034
X ₁₀ 有無從債務	2.1421***	0.4125	<.0001
X ₁₁ 貸款成數	0.0780***	0.0230	0.0007
X ₁₄ 寬限期	0.4867***	0.1141	<.0001
X ₁₅ 擔保品種類	1.9278***	0.7203	0.0074
X ₁₇ 經濟成長率變化	-1.3774***	0.1365	<.0001
X ₁₈ 失業率變化	2.7416***	0.4427	<.0001
X ₁₉ 貸款利率	1.5254***	0.1839	<.0001
模型適合度—概似比指數 (LRI)	0.6997		
模型適合度-Nagelkerke-R2	0.7623		
模型適合度	AIC差值	BIC差值	
總和 (profile) 模型適合度	841.590	785.668	
預測準確率	樣本內預測準確率 (1967件)	樣本外預測準確率 (657件)	
整體預測準確率 (correct)	89.0%	92.7%	
逾期預測準確率 (sensitivity)	90.3%	93.7%	
正常預測準確率 (specificity)	88.8%	92.6%	

註：1. “***”及“**”分別表參數估計值在1%及5%的顯著水準下，該變數的係數顯著異於0。

2. “sensitivity”表示正確預測事件 (event) 之能力；“specificity”表示正確預測非事件 (no event) 之能力。
3. “ $LRI = [-2L\hat{L}_0 - (-2L\hat{L}_s) / -2L\hat{L}_0]$ ”，其中 $-2L\hat{L}_0$ 為只含截距項之最大對數概似值， $-2L\hat{L}_s$ 則為包含截距項與解釋變數之最大對數概似值；“預測準確率採用之 cutoff point = 0.05”。



圖五 全部10變數羅吉斯回歸模型之ROC curve

註：ROC curve以下之面積 $C=0.961$ 。

4. 三種模型下之全樣本、樣本內預測與樣本外預測準確率之比較分析

總整理比較在借款者特質及貸款契約條件模型、精簡總合「總體經濟因素」及「借款者特質及貸款契約條件」之模型與總合全部10個影響住宅貸款逾期之自變數的羅吉斯模型三種條件下，採取簡單隨機抽樣執行樣本內預測、樣本外預測與全樣本預測之預測率分析，發現全樣本預測與樣本內預測之三種預測準確率較為接近，而樣本外預測差異較大，故執行模型之預測率分析時，採用部分樣本內預測建立羅吉斯回歸模型，另隨機抽取部份作為樣本外預測之方法較為穩健。

五、結論與建議

(一) 結論

本研究採用已結案（含正常償還、提前清償及違約）之完整住宅抵押貸款資料進行羅吉斯迴歸分析，且藉AIC及BIC訊息指標，以整體考量各自變數影響應變數權重而加以排序，從而篩選影響相對較大者共9個納入模型分析，並與總合全部16個影響住宅貸款逾期之自變數的羅吉斯模型及僅含「借款者特質及貸款契約條件」模型比較，以論述精簡總合模型符合成本效益考量原則及納入「總體經濟因素」於模型分析，其模型適合度較僅考慮「借款者特質及貸款契約條件」改善很多；另

表十二 不同模型下之全樣本、樣本內預測與樣本外預測準確率之比較分析

模型別	借款者特質及 貸款契約條件模型			精簡總合模型			總合全部10個 影響自變數模型		
	樣本內 預測準 確率 ^a	樣本外 預測準 確率 ^b	全樣本 ^c	樣本內 預測準 確率 ^a	樣本外 預測準 確率 ^b	全樣本 ^c	樣本內 預測準 確率 ^a	樣本外 預測準 確率 ^b	全樣本 ^c
預測準確率									
整體預測準確率 (correct)	78.30%	79.50%	77.30%	87.70%	92.20%	89.20%	89.00%	92.70%	90.80%
逾期預測準確率 (sensitivity)	78.00%	76.20%	78.70%	89.20%	93.70%	90.00%	90.30%	93.70%	90.00%
正常預測準確率 (specificity)	78.40%	79.80%	77.40%	87.60%	91.40%	89.10%	88.80%	92.60%	90.90%

註：^a表示1967件案件；^b表示657件案件；^c表示2624件案件

就預測能力部分而言，發現精簡總合模型的整體預測準確率、逾期預測準確率及正常預測準確率三大部分之預測程度亦提升，另由整體預測率之ROC curve比較亦較佳，故不論模型擬合程度之改善及預測準確率而言，加入「總體經濟因素」資訊後之效果皆較佳，亦佐證如花旗、荷蘭及渣打等外商銀行加入「總體經濟因素」考量作為決定房屋貸款市場進退機制之重要指標有其合理性及實用性。

(二) 建議

本研究結果得知，總合模型適合度訊息指標（AIC及BIC差值）較單獨「借款者特質及貸款契約條件」模型適合度有其改善，另就預測能力部分，亦發現預測準確率有相當程度之增加幅度。故綜合建議為：

1. 增加研究樣本及擴充蒐集樣本區域，使研究成果更為精確可信

本研究限於國內房貸資料取得困難，客觀變數建檔不甚完全及資料取得來源區域之限制，只能搜集到國內某大型行庫南區住宅抵押貸款案件計2658件，雖以適用小樣本之Exact Logit model檢測比較後與一般Logit model結果並無明顯差異，但若取樣樣本及區域皆能擴大、或可取得該行全國樣本、甚至取得多家銀行住宅抵押貸款產品資料，預測之結果應更具代表性。

2. 若樣本資料屬於尚未到期之資料時

當研究取得之樣本資料屬於未到期或仍未還清之資料時，不建議採用羅吉斯迴歸分析，以免因樣本尚未到期之問題而低估逾期率，建議採用存活分析（survival analysis）處理，觀察各樣本之存活差異與影響因素。

3. 檢測其他授信業務可否參酌「總體經濟因素」之變動以調整貸款總承作額度

由於本研究為依據住宅抵押貸款之樣本所進行之實證分析，故研究結果要普及（generalize）至其他金融業授信產品，仍需相關資料進行驗證，建議將來可做為後續發展研究之方向，以期降低銀行業在各放款業務之逾期比率。

參考文獻

- 王濟川、郭志剛（2004），《Logistic 迴歸模型—方法及應用》，台北：五南圖書出版股份有限公司。
- 李桐豪、呂美慧（2000），〈金融機構房貸客戶授信評量模式分析—Logistic 迴歸之應用〉，《台灣金融財務季刊》，第 1 卷，第 1 期，頁 1-20。
- 林左裕（2004），〈台灣住宅抵押貸款終止行為之研究〉，《農業經濟半年刊》，第 76 期，頁 169-195。
- 林師模、陳苑欽（2004），《多變量分析—管理上的應用》，台北：雙葉書廊有限公司。
- 馬君梅（2003），〈財報分析應用於信用風險的發展趨勢〉，《會計研究月刊》，第 214 期，頁 84-94。
- 劉代洋、李馨蘋（1994），〈購屋貸款與家戶社經特色之實證研究—以台中都會區為例〉，《管理科學學報》，第 11 卷，第 1 期，頁 109-127。
- 盧秋玲、郭姿伶（2000），〈住宅貸款之提前清償與逾期還款〉，2000 年財務金融學術暨實務研討會，台北：輔仁大學，6 月 2 日至 3 日。
- Agresti, A. (1996), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, New York: John Wiley & Sons.
- Agresti, A. (2002), *Categorical Data Analysis*, New York: John Wiley & Sons.
- Albert, J. H. and S. Chib (1993a), "Bayesian Analysis of Binary and Polychotomous Response Data," *JASA*, 88 (422) : 669-679.
- Albert, J. H. and S. Chib (1993b), "Bayes Inference via Gibbs Sampling of Autoregressive Time Series Subject to Markov Mean and Variance Shifts,"

- Journal of Business and Economics Statistics*, 11: 1-15.
- Allison, P. D. (1999) , *Logistic Regression Using the SAS System: Theory and Application*, Cary, N.C.: SAS Institute Inc.
- Berry, W. D. and S. Feldman (1985) , *Multiple Regressions in Practice*. Newbury Park, C. A.: Sage Publications.
- Brezinski, J. R. and G. J. Knafel (1999) , “Logistic Regression Modeling for Context-Based Classification,” Proceedings of the 10th International Workshop on Database and Expert Systems Applications, Florence, Italy, 755-769.
- Canner, G. B., S. A. Gabriel, and J. M. Woolley (1991) , “Race, Default Risk and Mortgage Lending: A Study of the FHA and Conventional Loan Markets,” *Southern Economic Journal*, 36: 249-262.
- Collect, D. (2003) , *Modeling Binary Data*, London: Chapman Hall.
- Deng, Y. H., J. M. Quigley, and R. Van Order (1996) , “Mortgage Default and Low Downpayment Loans: The Costs of Public Subsidy,” *Regional Science and Urban Economics*, 26: 263-285.
- Deng, Y. H., J. M. Quigley, and R. Van Order (2000) , “Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options,” *Econometrica*, 68 (2) : 275-307.
- Derr, R. E. (2000) , “Performing Exact Regression with the SAS System”, Paper presented at the 25th Annual SAS Users Group International Conference, U.S.: Cary, N. C., April 5.
- Epley, D.R., K. Liano, and R. Haney (1996) , “Borrower Risk Signaling Using Loan-to-Value,” *Journal of Real Estate Research*, 11 (1) : 71-86.
- Espahibodi, P. (1991) , “Identification of Problem Banks and Binary Choice Models,” *Journal of Banking and Finance*, 15: 53-71.
- Fox, J. (1991) , *Regression Diagnostics*, Newbury Park, C. A.: Sage Publications.
- Grander, M. J. and D. L. Mills (1989) , “Evaluating the Likelihood of Default on Delinquent Loans,” *Financial Management*, 18: 55-63.
- Herzog, J. P. and J. S. Earley (1970) , *Home Mortgage Delinquency and Foreclosure*, New York: National Bureau of Economic Research.
- Hosmer, D. W. and S. Lemeshow (2000) , *Applied Logistic Regression*, New York: John Wiley & Sons.

- Ingram, F. J. and E. L. Frazier (1982) , “Alternative Multivariate Tests in Limited Dependent Variable Models: An Empirical Assessment,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 17 (2) : 227-240.
- Jennings, D. E. (1986) , “Judging Inference Adequacy in Logistic Regression,” *Journal of the American Statistical Association*, 81: 471-476.
- Jung, A. F. (1962) , “Terms of Conventional Mortgage Loans on Existing Houses,” *Journal of Finance*, 17: 432-443.
- Kau, J. B. and D. C. Keenan (1999) , “Patterns of Rational Default,” *Regional Science and Urban Economics*, 29: 765-785.
- Lawal, B. (2003) , *Categorical Data Analysis with SAS and SPSS Applications*, London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lawrence, E. C., L. D. Smith, and R. Rhoades (1992) , “An Analysis of Default Risk in Mobile Home Credit,” *Journal of Banking and Finance*, 299-312.
- Lo, A. W. (1986) , “Logit versus Discriminant Analysis-A Specification Test and Application to Corporate Bankruptcies,” *Journal of Econometrics*, 31:151-178.
- Menard, S. (1995) *Applied Logistic Regression Analysis*, Thousand Oaks, C. A.: Sage Publications Inc.
- Morton, T. G. (1975) , “A Discriminant Function Analysis of Residential Mortgage Delinquency and Foreclosure,” *AREUEA Journal*, 3: 73-90.
- Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman (1999) , *Applied Linear Statistical Models*, New York: McGraw-Hill.
- Page, A. N. (1964) , “The Variation of Mortgage Interest Rates,” *Journal of Business*, 37: 280-294.
- Powers, D. A. and Y. Xie (2000) , *Statistical Methods for Categorical Data Analysis*, C.A.: Academic Press.
- Pregibon, D. (1981) , “Logistic Regression Diagnostics,” *Annals of Statistics*, 9: 705-724.
- Raftery, A. E. (1986) , “Choosing Models for Cross-Classifications (Comment on Grusky and Hauser) ,” *American Sociological Review*, 51: 145-146.
- Schwarz, G. (1978) , “Estimating the Dimensions of a Model,” *Annals of Statistics*, 6: 461-464.
- Twisk, J. R. (2003) , *Applied Longitudinal Data Analysis for Epidemiology: a Practical*

- Guide*, Cambridge, London: The Press Syndicate of the University of Cambridge.
- Upton, G. G. (1992) , “Fisher’s Exact Test,” *Journal of Roy. Statistic. Soc., Ser. A.*, 155: 395-402.
- Van Deventer, D. and I. Kenji (2003) , *Credit Risk Models & the Basel Accords*, New York: John Wiley & Sons.
- Vandell, K. D. and T. Thibodeau (1985) , “Estimation of Mortgage Defaults Using Disaggregate Loan History Data,” *AREUEA Journal*, 15 (3) : 292-317.
- Vandell, K. D. (1978) , “Default Risk under Alternative Mortgage Instruments,” *Journal of Finance*, 33 (5) : 1279-1296.
- Von Furstenberg, G. M. and R. F. Green (1974) , “Home Mortgage Delinquencies: A Cohort Analysis,” *Journal of Finance*, 29: 1545-1548.
- Von Furstenberg, G. M. (1969) , “Default Risk on FHA-Insured Home Mortgages as a Function of the Terms of Financing: A Quantitative Analysis,” *Journal of Finance*, 24: 459-477.
- Webb, B. G. (1982) , “Borrower Risk under Alternative Mortgage Instruments,” *Journal of Finance*, 37 (1) : 169-183.