國立政治大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Sciences

National Chengchi University

Master Thesis

# 最適非線型所得稅與內生成長：

# 開放經濟的分析

# Optimal Non-Linear Income Taxation and Endogenous Growth in a Small Open Economy

黃靖華

Huang, Ching-Hua

指導教授：賴景昌 博士

Advisor：Lai, Ching-Chong, Ph.D.

中華民國 101 年 7 月

July, 2012

# 誌謝

細數著在政大的日子，從懵懵懂懂踏入這片校園的開始，心中對研讀經濟學學門大部分的時刻，都是抱著既期待又怕受傷害的心情，一路走來，始終如一。還記得剛入學，第一次親嘗身為碩士生的風貌，伴隨而來的是一山又一山的學習障礙，盲目地待在綜合圖書館，將書借了又借，再翻了又翻，總冀望著自己的努力可以跨越卡在面前的知識城牆。

時間一直到了該抉擇研究領域與方向的時候，也許是受老師教學熱忱與是研究風範所影響，一直讓我覺得做出一篇總體經濟領域的文章，當自己的回首碩士生涯時，也不算平淡乏味。最感謝的人仍是恩師賴景昌教授與廖嘉立助理教授，一路以來所有經濟知識與學問的傳承與解惑，學海無涯，謙虛認真的態度總是我的靈感最佳來源。

此篇論文諸多的修正與完成，首要感謝賴老師與廖志興學長耐心的指正與寶貴的建議；再者，更要感謝的人，是花時間與心力仔細審視我論文的口試委員洪福聲教授以及金志婷副教授，使本文得以更加完備，於此致上最深的敬意並祝研究之路一帆風順。另外，要感謝張振維學長對於論文排版各方面的幫助。

最後，要感謝我的父母、中研院有趣的學長姐們與諸多好友，在求學這段日子以來的幫助、支持與打氣，才讓自己更加的成長與付出。

黃靖華　謹誌於

政治大學經濟學研究所

中華民國一百零一年七月

# 本文摘要


本文主要以 Turnovsky (1996)和 Lai and Liao (2012)的模型架構為基礎，在政府基礎建設的支出以所得稅融通之下，建構一個開放經濟的內生成長模型，探討政策當局追求社會福利極大時，如何制定一套最適當的非線型所得稅制。依據本文的分析，可得到以下之結論：

一、在分權經濟體系的分析下，最適的所得稅尺度應等於基礎建設生產的外部性，而課徵所得稅造成的代表性個人決策的扭曲，則由累退的所得稅程度來矯正。當政府透過適當的非線型所得稅制矯正了所有分權經濟體系決策行為的扭曲，使得總體經濟成長率極大化的同時，也保證社會福利水準達極大。

二、在集權經濟體系的分析下，最適基礎建設的支出佔所得的比例應等於基礎建設生產的外部性。再者，經過最適租稅結構的調整後，分權經濟體系與集權經濟體系有相同的靜止均衡、總體經濟成長率和社會福利水準，表示政府透過非線型所得稅矯正了分權經濟體系決策行為的扭曲，使分權經濟體系的福利水準可達至最佳境界的狀態，即 Pareto 最適。





**關鍵詞**：內生成長模型；非線型所得稅；基礎建設；Pareto 最適。

# 目錄

# 圖目錄

# 第一章　 緒論

## 第一節 研究動機

面對全球景氣可能隨時震盪波動的局面，政府背負著民眾的期望致力於追尋且實行提升景氣、降低失業率、穩定通貨膨脹與提升人民福祉理想目標的經濟政策，以帶領國家撐過景氣的低溫。由此可見，政策當局的財政政策、貨幣政策或匯率政策是如此的重要，而考慮各種不同政策實行對體系造成的景氣回溫效果則需更加謹慎且再三思量。不可否認的，自 1974 年起本國推動了總體經濟發展的建設計畫，從十大建設造就了六項的交通運輸建設、三項重工業發展和一項能源建設的推動。由數據也顯示了，該建設對台灣經濟發展的貢獻匪淺；往後的六年國建、十二項建設、十四項建設更被籲為「台灣的經濟奇蹟」。近期，為因應美國次級房貸的金融風波，本國政府於 2009 年 2 月推行振興經濟擴大公共建設案，以短期發放消費券刺激國內需求，中期推行六十四項計畫的建設案，以擴大財政的支出來推動台灣經濟的成長。

在國際的互動方面，自二次大戰後，隨著國際間貿易逐年的擴展及金融緊密的結合，各種國與國的貿易協定，如：海峽兩岸經濟合作架構協議(ECFA)、多邊貿易國協定(FＴA)、世界貿易組織(WTO)等。在相關的政府財政支出政策或金融政策之制定，除了需多考量國與國的經貿互動關係外，更需詳細規劃國內的區域發展，創造便利的陸海空交通運輸系統、產業創新發展搭配，帶動更多實質資本的投資效果。而政府在擴大其財政支

出的同時，稅收的來源支應著該基礎建設的推動；此時，對於政策當局關鍵且最重要的問題為：如何在提升經濟成長與人民福祉的雙重目標下，衡量出最適建設支出之規模。

在諸多文獻之中，皆一致地指出政府擴張基礎建設規模有其最適的上限，而並非越多越好；若造成不必要的浪費，不但無法達到預期的效果，更可能因此而造成民眾福祉的損失，實為可惜。過往文獻裡，大多數都僅止於次佳境界的探討，並未進一步討論如何使社會福利水準回到最佳的境界。因此，本文的研究動機為詳細地分析政府在非線型的所得稅制度下，融通其基礎建設的支出，對經濟體系成長與社會福利的影響。

## 第二節 文獻回顧

關心經濟成長的議題可追溯至 1940 年代，由當時的學者 Harrod 及 Domar 所撰寫的經濟成長理論，為 Harrod-Domar 成長模型。該文指出了一項非常重要的經濟成長動能，即廠商的投資支出，它會促成資本的累積進而帶動生產的產能提升，造就了經濟成長的動能。雖然 Harrod-Domar 的模型解釋了經濟成長的現象，但模型的設定上太過於簡化，尤其是限制了勞動與資本兩項生產要素在生產過程中無法替代，使得最後均衡成長條件須由體系外的參數恰好的搭配才可能達成，故被稱為剃刀邊(knife-edge)理論。

後續，1956 年時由 1987 年的諾貝爾經濟學獎得主 Solow 將新古典的生產函數引入了成長模型，允許勞動與資本兩種生產要素於生產過程中可以互相替代，即修正了 Harrod-Domar 成長模型上的缺失。在經此修正後，經濟體系除了是一穩定的均衡狀態之外，並且可對許多實證資料提出一合理的解釋；但美中不足的是，Solow 的成長模型仍存在一些缺失而遭逢批評。其中最甚批評的部分，是該模型於靜止均衡時的每人實質所得為固定不變，但諸多實證資料卻顯示著世界各國的每人實質所得是持續不斷在成長。再者，由於 Harrod-Doma 和 Solow 的成長模型中，經濟體系均衡的成長率皆由體系外的外生參數，人口成長率及技術進步率所決定，故經濟學者們稱之為「外生成長理論」或「外生成長模型」。

上述外生成長模型無法解釋每人實質所得成長的事實，且該理論的政府政策並無法干預或對經濟體系的均衡成長率有任何撼動；1980 年代中期後，知名的學者們 Romer 和 Lucas 試圖發展有別於外生成長模型的理論看法，經濟學者們稱之為「內生成長理論」或「內生成長模型」。其先後提出的模型理論看法，皆能解釋為何每人實質所得不斷在成長的事實，更解決了均衡成長率由體系外參數所決定的窘境。Romer (1986)提出了生產函數具有「邊學邊做」的機制，使社會實質資本的累積對個別廠商生產所僱用的勞工技術之水準得以提升，此為促進經濟得以持續不斷成長的關鍵因素。另外，Lucas (1988)則強調晚近已開發國家經濟成長的主要原因，應是有助於提升生產水準的「知識及智慧的累積」，並加以建構了人力資本與實質資本可相輔相成的兩部門模型，是為促成每人所得持續成長的動力。因上述模型中的均衡成長率，已不再是由體系外的參數所決定，而是來自於體系內的最適決策條件，這是此模型發展與外生成長理論最大的差別之處。

接著，Aschauer (1989)以美國的實證資料發現了政府的支出與經濟成長有正向的關係後，一系列有關政府支出具有生產力的研究開始紛紛接踵而至。在這些文章裡，政府政策的角色開始明顯體現於模型之中，且一個值得探討的問題即為政府的支出該如何融通來因應預算平衡。對施政當局而言，如何在現有的資源配置之下，探討兼具追求「經濟體系成長」與「社會福利水準」的雙重目標政策，選擇最適的政府支出組成比重的配置。

在政府基礎建設支出(government infrastructure expenditure)促進經濟成長相關文獻中，Barro (1990)率先以 Aschauer (1989)的實證發現，將基礎建設有助於私部門生產活動，建構一個分權經濟體系下，政府的基礎建設具啟動經濟體系持續成長的內生成長模型。[1]其模型主要將政府基礎建設的支出體現 Ramsey (1928)模型之中，加以詮釋政府財政政策對於體系成長的影響。該文發現，當政府的基礎建設以所得稅融通財政支出時，提高所得稅率來擴張基礎建設支出對經濟的成長率，有不確定的效果。在課徵的所得稅率高於基礎建設生產的外部性時，傷害體經濟體系成長動能大於提振經濟體系成長動能，因而降低體系的成長；反之則否。只有當課徵的所得稅率等於基礎建設生產的外部性時，方使經濟體系的均衡成長率達極大，且同時為社會福利水準的極大，此結論被經濟學者稱為“Barro's result”或“Barro's Proposition”。

實際上，Barro 文中有關公共基礎建設支出視為流量變數的部分，處理上過於簡化，Arrow and Kurz 於 1970 年提及“若既存的公共建設存量越完善，則越能有效地熱絡體系相關的經濟活動”，他認為經濟的產出與公共基礎建設支出累積的存量有密切關係。據此，Futagami et al. (1993)則依據 Arrow and Kurz (1970)提出的觀點，加以修正 Barro (1990)的模型，將私部門的產出決定於基礎建設支出的存量，而非基礎建設支出的流量。接續文獻的發展，則將焦點關注於公共建設的擁擠現象，Glomm and Ravikumar (1994)建構一個分權經濟體系下，政府基礎建設具有擁擠現象的內生成長模型，且發現社會福利極大時的所得稅率與基礎建設的擁擠程度無關。

---

[1] Barro (1990)及 Irmen and Kuehnel (2009)將公共財的支出稱為外部性。

Glomm and Ravikumar (1997)則引入了疊代模型，檢視公共建設擁擠程度與社會福利及經濟成長率的關係。

另外， Turnovsky (1997)將影響私部門產出的政府基礎建設所提供的勞務部分，修改 Futagami et al. (1993)的模型，加以探討政府基礎建設的排他性質與經濟成長率的關係。Eicher and Turnovsky (2000)進一步將政府基礎建設擁擠性分成：個人與整體社會實質資本規模之差異的相對擁擠性(relative congestion)，及整體社會實質資本規模所造成的整體擁擠性(aggregate congestion)；建構一個考量人口規模(scale effect)效果的內生成長模型。接著，Turnovsky (2000)更進一步以勞動內生化的模型，討論分權經濟與集權經濟下政府消費性支出的增加對經濟體系之影響，並指出政府擴張消費性支出對經濟體系的成長有負向的變動關係。 爾後，Lai and Liao (2012)針對以上文獻鮮少談論的議題，即在分權經濟體系下考量相關的財政政策，且藉由該政策機制進一步探討均衡成長與社會福利之變化，並與最佳境界之社會福利做一比較。他們指出，Barro (1990)的模型在分權經濟制度下的最適成長率與社會福利水準，並未達到最佳的境界；據此，他們將非線型所得稅制引入 Barro 的模型中，發現政策當局可藉由一組適當的租稅結構來使得分權經濟體系的福利水準達到最佳狀態。此時，最適的所得稅尺度為政府基礎建設生產的外部性，且須透過累退的所得稅制方能矯正因課徵所得稅造成個人決策的扭曲效果。而在最適政府支出配置與內生成長相關文獻裡，Lee (1992)建構一個政府同時支出於生產、消費與移轉支付的內生成長模型，分析支出規模與分配比例變動對經濟體系產生的影響。Park (2002)將 Lee 的議題，探討在分權經濟體系下，資本稅與分配比

例變動對經濟體系的影響。另外，Chen (2006)則是在分權經濟體系下且假定維持整個政府總支出固定不變，藉由調整各項支出佔總支出的比例份額，分析對經濟體系所造成的影響。

不同於上述封閉經濟的相關文獻，Turnovsky (1996)開啟了一系列有關開放經濟體系的內生成長理論之探討。他在該篇論文中，就分權經濟經濟體系討論政府租稅及財政支出政策如何影響經濟成長率；同時，也就集權經濟體系討論：政府應如何釐定最適的租稅及財政支出政策，達成最佳(first-best)的境界。再者，Turnovsky (1996a)關注於公共基礎建設的擁擠性問題，並建構一個內生成長模型來分析在分權經濟和集權經濟體系下，消費性政府支出的擁擠程度對最適財政政策的影響。Turnovsky (1999)探討在政府公共支出具生產的外部性且政府課徵勞動所得稅、實質資本所得稅、消費稅與外國債券利息所得稅下，建構一個勞動內生的成長模型，探討分權經濟與集權經濟之最適財政政策與經濟體系成長間的關係。然而，上述的文獻並沒有探討分權經濟體系的次佳(second-best)境界與集權經濟體系的最佳境界之關係。準此，本文擬延伸 Lai and Liao (2012)的封閉經濟體系之討論，在開放經濟體系下，探討政府的基礎建設支出與非線型所得稅制對分權經濟體系之成長率與福利水準的影響，並與最佳境界之社會福利做一比較，藉以釐清分權經濟體系的次佳境界與集權經濟體系的最佳境界之均衡成長率與福利水準的關聯性。

## 第三節 本文架構

本文的架構共分為四章，第一章為緒論，介紹研究動機與相關文獻回顧。第二章則建構一個開放經濟的內生成長模型，探討分權經濟體系之最適租稅結構、總體經濟成長率與社會福利水準間的關係。第三章則建構一個開放經濟的內生成長模型，分析集權經濟體系之最適基礎建設支出佔所得的比例、總體經濟成長率與社會福利水準間的關係，且進一步探討該福利水準與分權經濟體系之福利水準的關係。最後，第四章綜合本文做出結論。

# 第二章　分權經濟體系的分析

首先介紹本文模型的特性以及假設：整個經濟體系是由一群具有無限生命(infinitely-lived)的經濟個體與政府所組成，經濟個體專業化生產單一產品，且該產品可用來消費提升效用或累積相關資產。為了簡化分析起見，假定勞動供給無彈性，並令總人口與勞動供給皆單位化為一，此假設忽略了人口總數的規模效果且反映已開發國家人口停滯的事實。而政府所提供的公共財基礎建設的部分可促進經濟個體的生產效率，相關的文獻有 Barro (1990)、Greiner (2006)，便將政府具有生產力性質的基礎建設支出納入考量。另外，不同於政府的基礎建設支出以固定稅率租稅制度來融通的設計(如 Barro (1990)、Futagami et al. (1993)、Turnovsky (1997)等)，Slobodyan (2005)、Greiner (2006)和 Lai and Liao (2012)則陸續將非線型所得稅制，引進租稅融通政府的基礎建設支出之預算平衡的探討。準此，本文根據以上所述，在考量政府基礎建設的支出以非線型所得稅制來融通之下，建構一個開放經濟的內生成長模型 ，探討政府是否能透過適當的租稅結構的制定，達到總體經濟成長率極大與社會福利水準極大的雙重目標。

## 第一節　最適化模型

假定經濟體系中，每個經濟個體有相同的生產函數、偏好函數和期初稟賦，則每個經濟個體會有相同的行為決策。故在此對稱性(symmetric)的假定下，僅分析一個經濟個體的行為代表經濟體系的決策行為，將此經濟個體稱為代表性個人(representative agent)。自 Aschauer (1989)以美國的實

證資料發現政府的基礎建設支出與經濟成長率呈現顯著的正相關後，無疑對 Adam Smith (1776)所提及良好的便道、橋梁和完善的水電供應系統等的公共基礎建設，有助於活絡整個經濟體系的相關活動，打了一劑強心針。此後，許多文獻諸如 Barro (1990)、Futagami et al. (1993)、Turnovsky (1997)、Greiner (1998)等，皆紛紛關注於政府基礎支出建設有助於私部門生產行為上的探討；據此，本文將私部門的生產函數設定為勞動力與實質資本存量的一次齊次函數，即私部門的實質產出為 Cobb-Douglas 型式表示如下：

$$Y = A\left(LG\right)^{b} K^{1-b} \text{ ；} 0 < b < 1 \tag{2.1}$$

上式中，$A$ 為技術水準、$L$ 為勞動工作時間、$K$ 代表實質資本存量、$G$ 為政府所提供私部門的基礎建設勞務、$(1-b)$ 代表私部門資本的產出彈性、$b$ 代表政府基礎建設勞務的產出彈性。[2]

令廠商面對的要素市場為完全競爭，為要素價格接受者，且廠商在其目標為利潤極大下，所需要的勞動力與實質資本函數表示如下：

$$w = b\,AL^{b-1}G^{b}K^{1-b} \tag{2.2.1}$$

$$r = \left(1-b\right)AL^{b}G^{b}K^{-b} \tag{2.2.2}$$

上式中，$w$ 為實質工資、$r$ 為實質利率，(2.2.1)和(2.2.2)分別代表廠商雇用勞動力與實質資本至該要素的邊際生產力等於要素的市場價格為止。

[2]依據 Greiner(2006)對於生產函數的設定，政府基礎建設的支出會促進勞動力的增加。另外，為了區分政府基礎建設支出與私部門從政府基礎建設支出實際享受到的益處，Turnovsky (1996a)及梁(1999)將私部門所享受到政府基礎建設支出的益處稱為政府基礎建設勞務。

整體社會的總和產出為：

$$Y = AG^{b}K^{1-b} \tag{2.3}$$

假定代表性個人目標為追求一生效用折現值$W$的極大，則其效用函數可表示如下：

$$W = \int_0^{\infty} \frac{C^{1-q}-1}{1-q} e^{-rt} dt \text{；} r > 0 \text{，} q > 1 \tag{2.4}$$

式中$C$為消費，$r$為時間偏好率，$q$為消費跨時替代彈性的倒數。

再者，任何時點代表性個人的行為受客觀的預算條件所限制，其可持有實質資本與外國債券兩種資產做為其儲蓄的工具，而機器設備的購置將會促成實質資本的累積，則我們可將實質資本累積式與代表性個人的預算限制式分別表示如下：

$$\dot{K} = I \tag{2.5}$$

$$\dot{B} = (1-p)(w+rK) + r_B B - C - I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \text{；} 0 \le p < 1 \text{，} h \ge 0 \tag{2.6}$$

上式中，$\dot{K}$代表實質資本存量的跨時變化，$\dot{B}$代表個人持有外國債券存量的跨時變化， $I$為投資支出，$B$為家計單位所持有的外國債券存量，$p$為所得稅率，$r_B$為外國利率，$\frac{h}{2}\frac{I}{K}$為每單位投資的裝置成本。[3]而根據本國賦稅署於民國 96 年 8 月 22 日之公告，投資人購買我國境內銀行海外分行在臺掛牌買賣之國際債券，所取得之利息所得課稅規定，不併入個人所得稅課稅；因此，本文於式(2.6)中設定外國債券利息不課徵所得稅。再者，式(2.6)中$p$的設定依據 Slobodyan (2005)、Greiner (2006)和 Lai and Liao (2012)

[3]投資的裝置成本依據 Hayashi(1982)文中的設定。

對非線型所得稅設計表示如下：

$$p = 1-(1-t)\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{f}\text{；}0<t<1 \tag{2.7}$$

上式根據 Li and Sarte (2004)的定義可知，$t$ 和 $f$ 分別反應所得稅的尺度與累進/累退程度指標 ，$\bar{Y}$ 代表社會平均所得水準，$Y$ 代表個人所得。由式(2.7)可知，所得稅尺度 $t$ 的增加，代表個人將面對更高的所得稅率；而當所得稅制為累進稅制 $f>0$ 時，則代表個人將面臨累進稅率，當所得稅制為累退制 $f<0$ 時，則代表個人將面臨累退稅率。此外，若所得稅制為累退制時，表示邊際稅率遞減，將使得代表性個人有誘因增加儲蓄而減少消費。[4]

根據式(2.7)可推得邊際稅率為：

$$p_m = \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{\partial(pY)}{\partial Y} = 1-(1-t)(1-f)\bar{Y}^{f}Y^{-f} \tag{2.8}$$

將式(2.7)代入個人稅後實質所得可知：

$$(1-p)(w+rK) = (1-t)\bar{Y}^{f}Y^{-f}(w+rK) \tag{2.9}$$

由式(2.4)、(2.5)、(2.6)和(2.9)，可建構以下代表性個人極大化一生效用折現值的描述：

4 參見附錄一的說明。

$$\text{Max} \quad W=\int_0^{\infty}\frac{C^{1-q}-1}{1-q}e^{-rt}dt \text{；} r>0 \text{，} q>1 \tag{2.10}$$

$$\text{s.t.} \quad \dot{B}=(1-t)\bar{Y}^{f}Y^{-f}(w+rK)+r_B B-C-I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{2.11}$$

$$\dot{K}=I \tag{2.12}$$

其中，因代表性個人無法左右平均所得水準，故代表性個人會在(2.11)和(2.12)兩式的限制下，選擇消費$C$、投資$I$、外國債券$B$和實質資本$K$，來追求一生效用的極大。由上述問題，可設立一現值的 Hamiltonian 函數$H$陳述如下：

$$H=\frac{C^{1-q}-1}{1-q}+l\left\{(1-t)\bar{Y}^{f}Y^{-f}(w+rK)+r_B B-C-I\left[1+\frac{h}{2}\left(\frac{I}{K}\right)\right]\right\}+q'I \tag{2.13}$$

上式中，$l$為外國債券的影子價格(shadow value)，代表以效用衡量的外國債券的單位價值，$q'$為實質資本的影子價格，即以效用衡量的實質資本的單位價值。

依據式(2.13)可推得一階條件如下：

$$\frac{\partial H}{\partial C}=C^{-q}-l=0 \tag{2.14.1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial I}=-l\left(1+\frac{I}{K}\right)+q'=0 \tag{2.14.2}$$

$$\frac{\partial H}{\partial B}=l\,r_B=-\dot{l}+l\,r \tag{2.14.3}$$

$$\frac{\partial H}{\partial K}=l\left[(1-t)(1-f)\bar{Y}^{f}Y^{-f}r+\frac{h}{2}\left(\frac{I}{K}\right)^2\right]=-\dot{q}'+q'r \tag{2.14.4}$$

$$\frac{\partial H}{\partial l}=\dot{B}=(1-p)(w+rK)+r_B B-C-I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{2.14.5}$$

$$\frac{\partial H}{\partial q'} = \dot{K} = I \tag{2.14.6}$$

以上諸式中，式(2.14.1)為消費最適決策，表示多增加一單位的消費所帶來的效用應等於因消費而減少累積外國債券的機會成本。式(2.14.2)為最適投資決策，將(2.14.6)代入(2.14.2)並令$q=\frac{q'}{l}$，再加以整理可得：$\frac{I}{K}=\frac{q-1}{h}$，由此可看出廠商是否增加投資取決於$q$是否大於一。[5]式(2.14.3)則為代表性個人持有外國債券資產的最適選擇。式(2.14.4)為代表性個人持有實質資本的最適選擇。式(2.14.5)是代表性個人的預算限制式。式(2.14.6)為實質資本累積式。另外，為保證代表性個人的最適決策確能實達到一生效用折現的極大，尚須滿足終端條件如下：

$$\lim_{t\to\infty} l\,Be^{-rt} = 0 \tag{2.15}$$

$$\lim_{t\to\infty} q'Ke^{-rt} = 0 \tag{2.16}$$

終端條件是指代表性個人若其臨終之際，其所累積的外國債券或實質資本的資產還能為他帶來效用的提升，則表示代表性個人的決策並沒有讓他達到一生效用折現的極大。

在政府提供基礎建設的支出由所得稅來融通的情況下，可將政府的預算限制式表示如下：

$$G = p\,(w + rK) = pY = Y - (1-t)\,\bar{Y}^{f}Y^{1-f} \tag{2.17}$$

上式表示，政府藉著$G$的調整來維持預算的平衡。

[5] $q$可視為實質資本與外國債券兩種資產的相對價格比。

結合個人預算限制式(2.11)、實質資本累積式(2.12)和政府預算限制式(2.17)，可推得社會資源限制式為：

$$\dot{B} = Y + r_B B - C - G - I\left(1 + \frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{2.18}$$

基於社會資源限制式是代表性個人預算限制式與政府預算限制式的加總，因而只要三者之中的任兩者成立，則第三者必然成立，故以下只處理政府的預算限制式(2.17)與社會資源限制式(2.18)，不處理代表性個人預算限制式。

# 第二節　長期均衡的分析

在長期均衡時$Y=\bar{Y}$，將之代入(2.7)可推得長期均衡時的所得稅率為所得稅尺度，即$p=t$。再者，由式(2.17)可知長期均衡時的政府平衡預算式$G=tY$，將之代入生產函數(2.3)，可推得產出與實質資本的關係為：

$$Y=A^{\frac{1}{1-b}}t^{\frac{b}{1-b}}K \tag{2.19}$$

據此，可將總體均衡條件表示如下：

$$C^{-q}=l \tag{2.20.1}$$

$$\frac{I}{K}=\frac{q-1}{h} \tag{2.20.2}$$

$$\frac{\dot{l}}{l}=r-r_B \tag{2.20.3}$$

$$\frac{(1-f)(1-b)(1-t)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}}{q}+\frac{\dot{q}}{q}+\frac{(q-1)^2}{2hq}=r_B \tag{2.20.4}$$

$$\dot{B}=Y+r_B B-C-G-I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{2.20.5}$$

$$\dot{K}=I \tag{2.20.6}$$

$$Y=A^{\frac{1}{1-b}}t^{\frac{b}{1-b}}K \tag{2.20.7}$$

$$G=tY \tag{2.20.8}$$

以上八個方程式求解$C$、$I$、$l$、$q$、$B$、$K$、$Y$、$G$八個內生變數，其中$l$、$q$、$B$和$K$四個變數涉及微分方程。[6]而由式(2.20.1)和(2.20.3)可推得最適的跨時消費決策：

[6]式(2.20.4)的推導參見附錄二

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{r_{\mathrm{B}}-r}{q} \tag{2.21}$$

上式(2.21)，它說明跨期消費的增減決定於外國債券報酬率與時間偏好率的相對大小，稱為 Keynes-Ramsey 法則。

由式(2.20.4)可看出，$q$ 的微分方程與其他內生變數無關；令靜止均衡值 $\tilde{q}$ 滿足 $\dot{q}=0$ ，則由式(2.20.4)可推得：

$$\tilde{q}^2-2\left[r_B h+1\right]\tilde{q}+\left[1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]=0 \tag{2.22}$$

由上式(2.22)可知，經濟體系有兩個滿足 $\dot{q}=0$ 的靜止均衡值，分別令為 $\tilde{q}_1$ 及 $\tilde{q}_2$。根據根與係數關係可得知 $\tilde{q}_1$ 和 $\tilde{q}_2$ 皆為正值，且令 $0<\tilde{q}_1<\tilde{q}_2$，則由式(2.22)可推得：

$$\tilde{q}_1=\left[r_B h+1\right]-\sqrt{\left[r_B h+1\right]^2-\left[1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \tag{2.23.1}$$

$$\tilde{q}_2=\left[r_B h+1\right]+\sqrt{\left[r_B h+1\right]^2-\left[1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \tag{2.23.2}$$

由於代表性個人的最適決策須滿足式(2.16)的終端條件，即：

$$q-1-r_B h<0 \tag{2.24}$$

依據式(2.23.1)、(2.23.2)可知只有 $\tilde{q}_1$ 滿足上式(2.24)的終端條件之要求。[7]

[7] 終端條件的推導參見附錄三。

另外，由式(2.20.2)、(2.20.6)、(2.20.7)和(2.23.1)可推得靜止均衡時產出與實質資本有相同成長率的關係並令產出成長率為$\dot{g}$表示如下：

$$\dot{g}=\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{q}_1-1}{h}=\frac{1}{h}\left\{\left(r_B h\right)-\left\{\left(r_B h+1\right)^2-\left[1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}\right\}$$

(2.25)

式中$f$須滿足邊際稅率不為負且正的經濟成長率，即$t_m\geq 0$和$\dot{g}>0$，根據(2.8)和(2.25)兩式可推得：

$$\frac{-t}{1-t}\leq f<1-\frac{r_B}{\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}} \quad (2.26)$$

其中，上式第一個不等號滿足$t_m\geq 0$，第二個不等號滿足$\dot{g}>0$。

接著，由式(2.25)探討所得稅尺度$t$與所得稅累進/累退程度$f$變動對均衡產出成長率的影響：

$$\frac{\partial\dot{g}}{\partial f}=-\left\{\left[r_B h+1\right]^2-\left[1+2h\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}e\right]\right\}^{\frac{-1}{2}}\left[\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}e\right]<0 \quad (2.27.1)$$

$$\frac{\partial\dot{g}}{\partial t}=\left\{\left[r_b h+1\right]^2-\left[1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]\right\}^{\frac{-1}{2}}\left[\left(1-f\right)\left(1-b\right)e\right]t^{\frac{b}{1-b}}\left[\frac{b-t}{t\left(1-b\right)}\right]$$

(2.27.2)

根據(2.26)、(2.27.1)和(2.27.2)三式，可推得最適的所得稅累進程度與所得

稅尺度為：[8]

$$f^{g} = \frac{-b}{1-b} \tag{2.28.1}$$

$$t^{g} = b \tag{2.28.2}$$

由式(2.28.1)、(2.28.2)的結果，我們可推之以下命題：

**命題一：在政府基礎建設的支出以所得稅融通下，使得均衡經濟成長率極大的最適所得稅尺度為基礎建設的生產外部性，且需要負的所得稅累進程度，即累退所得稅制。**

關於命題一的解釋如下：當政府將所得稅尺度提高的同時將產生兩種衝突的效果：一為直接地降低稅後實質資本的邊際生產力，這會帶動實質資本與外國債券的相對價格$q$下跌，促使民眾減少投資，這為傷害實質資本及產出的成長動能；二是政府為了維持預算平衡因而擴增政府的基礎建設，使得稅後實質資本的邊際生產力因而提升，此將刺激產出的成長，是為提振體系成長動能。故此兩股影響產出成長相反的力量，當最適所得稅尺度調整至基礎建設的生產外部性方能平衡，且使產出成長率達極大。另一方面，依據(2.27.1)式可得知，所得稅累進程度的增加，會降低稅後實質資本的邊際生產力，進而帶動實質資本與外國債券的相對價格$q$下跌，促使民眾減少投資，這為傷害實質資本及產出的成長動能。

---

[8] 由式(2.27.2)可推得在$\frac{\partial \tilde{g}}{\partial t} = 0$時，最適所得稅尺度為$t^{g} = b$；再將最適所得稅尺度代入式(2.26)所得稅累進程度的下限$f = \frac{-t}{1-t}$，即可求得最適的所得稅累進程度$f^{g} = \frac{-b}{1-b}$。

以上我們關切的問題在財政政策對經濟體系的成長表現，而更令人所關心的是財政政策的施行，對於民眾的福祉會有怎樣的影響，下節將針對這個問題做詳細的討論。

# 第三節　福利的分析

本節將專注於分權經濟體系下，檢視次佳境的福利水準界；較明確地說，本節將探討政府該如何擬定適當的租稅結構，極大化民眾的福利水準。首先，我們從代表性個人的一生效用折現值可推得間接效用函數$W$，並將該間接效用函數稱為社會福利函數$\tilde{W}$表示如下：[9]

$$\tilde{W}=\frac{1}{1-q}\left\{\frac{\left(\tilde{C}_0\right)^{1-q}}{\left[r-(1-q)y\right]}-\frac{1}{r}\right\} \tag{2.29}$$

這裡，$\tilde{C}_0=\left(r_B-y\right)\left(B_0+\frac{1}{r_B-\tilde{g}}\tilde{x}K_0\right)$ (2.30)

$$\tilde{x}=(1-t)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}-\frac{\tilde{q}_1^2-1}{2h} \tag{2.31}$$

由上式(2.29)可知，社會福利為期初消費水準與均衡消費成長率的函數。

利用式(2.29)、(2.30)和(2.31)可推得社會福利極大的最適租稅結構為：

$$\frac{\partial\tilde{W}}{\partial f}=\tilde{C}_0^{-q}\left\{\frac{\frac{r_B-y}{\left(r_B-\tilde{g}\right)^2}\left[\tilde{x}-\tilde{q}_1\left(r_B-\tilde{g}\right)\right]K_0}{\left[r-(1-q)y\right]}\right\}\times\frac{\partial\tilde{g}}{\partial f}=0 \tag{2.32.1}$$

9 社會福利函數的推導參見附錄四。

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial t}=\tilde{C}_0^{-q}\left\{\frac{\dfrac{r_B-y}{\left(r_B-\tilde{g}\right)^2}\left\{\left[\tilde{x}-\tilde{\theta}_1\left(r_B-\tilde{g}\right)\right]\dfrac{\partial \tilde{g}}{\partial t}+t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\left[\dfrac{b-t}{t\left(1-b\right)}\right]\left(r_B-\tilde{g}\right)\right\}K_0}{r-\left(1-q\right)y}\right\}$$

$$=0 \tag{2.32.2}$$

由式(2.32.1)和(2.32.2)聯立求解可推得最適的所得稅尺度 $t^*$ 與累進程度 $f^*$ 分別為：[10]

$$f^*=\frac{-b}{1-b} \tag{2.33.1}$$

$$t^*=b \tag{2.33.2}$$

其中，式(2.33.2)說明，追求福利極大的所得稅尺度應等於政府基礎建設的生產外部性，此結果與 Barro (1990)和 Lai and Liao (2012)的結論一致。而式(2.33.1)則顯示，為達到社會福利極大，政府必須採行累退的所得稅制；另外，為了確保式(2.33.1)和(2.33.2)最適的租稅結構組合達到福利極大化，需檢查該租稅結構組合是否符合福利極大的二階最適條件。

由式(2.33.1)、(2.33.2)、(2.29)、(2.30)和(2.31)且代入最適的所得稅累進程度 $f^*$ 與尺度 $t^*$ 式(2.33.1)和(2.33.2)，可推得福利極大的二階最適條件為：

$$\frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial f^2}=-\frac{h\left(r_B-y\right)K_0\left(\tilde{C}_0^*\right)^{-q}}{\left[r-\left(1-q\right)y\right]\left(r_B-\tilde{g}^*\right)}\times\left(\frac{\partial \tilde{g}^*}{\partial f}\right)^2 \tag{2.34.1}$$

[10]最適的所得稅尺度 $t^*$ 與累進程度 $f^*$ 的推導過程參見附錄五。

$$\frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial t^2} = -\frac{(r_B - y)K_0\left(\tilde{C}_0^*\right)^{-q} b^{\left(\frac{b}{1-b}-1\right)} A^{\frac{1}{1-b}}}{\left[r-(1-q)y\right]\left(r_B - \tilde{g}^*\right)(1-b)} \tag{2.34.2}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial f \partial t} = 0 \tag{2.34.3}$$

以上諸式中，$\tilde{g}^*$ 和 $\tilde{C}_0^*$ 分別代表最適的租稅結構組合的均衡產出成長率與期初消費水準，表示如下：

$$\tilde{g}^* = \frac{1}{h}\left\{ r_B h - \sqrt{(r_B h + 1)^2 - \left[1 + 2h(1-b)\, b^{\frac{b}{1-b}} A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \right\} \tag{2.35}$$

$$\tilde{C}_0^* = (r_B - y)\left( B_0 + \frac{1}{r_B - \tilde{g}^*}\tilde{x}^* K_0 \right) \tag{2.36}$$

這裡，$\tilde{x}^* = (1-b)\, b^{\frac{b}{1-b}} A^{\frac{1}{1-b}} - \dfrac{\left(\tilde{q}_1^*\right)^2 - 1}{2h}$ (2.37)

$$\tilde{q}_1^* = (r_B h + 1) - \sqrt{(r_B h + 1)^2 - \left[1 + 2h(1-b)\, b^{\frac{b}{1-b}} A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \tag{2.38}$$

再者，根據式(2.34.1)、(2.34.2)和(2.34.3)可推得結果：$\dfrac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial f^2} < 0$，$\dfrac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial t^2} < 0$ 及 $\left(\dfrac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial f^2}\right)\left(\dfrac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial t^2}\right) - \left(\dfrac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial f \partial t}\right)^2 > 0$；這個結果表示最適的所得稅尺度 $t^* = b$ 與累進程度 $f^* = \dfrac{-b}{1-b}$ 符合福利極大的二階最適條件，亦保證式(2.33.1)與(2.33.2)最適的租稅結構組合達到社會福利的極大。準此，可將次佳境界下的社會福利水準以 $\tilde{W}_{2nd}$ 表示如下：

$$\tilde{W}_{2nd}=\tilde{W}\left(t^{*}=b,\ f^{*}=\frac{-b}{1-b}\right)=\frac{1}{1-q}\left\{\frac{\left(\tilde{C}_{0}^{*}\right)^{1-q}}{r-(1-q)y}-\frac{1}{r}\right\} \tag{2.39}$$

依據式(2.28.1)、(2.28.2)、(2.33.1)和(2.33.2)的結果可推論以下命題：

**命題二：當政府的基礎建設以所得稅融通下，使社會福利極大的所得稅尺度應等於基礎建設生產的外部性，因課徵所得稅造成實質資本報酬率的扭曲效果，完全由負的所得稅累進程度來矯正。此外，政府可在適當的租稅結構組合下，同時達成總體經濟成長率達極大與社會福利的極大的目標。**

最後，擬一輔助圖形解釋命題二：

圖 2.1 說明非線型所得稅與固定稅率間，次佳境界福利水準的比較。首先，縱軸是次佳境界的福利水準，橫軸為所得稅尺度，$WW\left(f^{*}=-b/(1-b)\right)$ 線為累退的所得稅制下，次佳境界的社會福利曲線。當社會福利極大時，最適的所得稅尺度為基礎建設生產的外部性，標示在曲線 $WW\left(f^{*}=-b/(1-b)\right)$ 上的福利水準為 $\tilde{W}_{2nd}$。而 $WW(f=0)$ 為線型所得稅下，次佳境界的社會福利曲線；在社會福利達極大時，最適的所得稅尺度為基礎建設生產的外部性，標示於曲線 $WW(f=0)$ 上的福利水準為 $\tilde{W}_{0}\left(=\tilde{W}\left(t^{*}=b,f=0\right)\right)$。再者，相較兩者的福利水準可知：$\tilde{W}_{2nd}>\tilde{W}_{0}$；據此，政策當局若藉由調整所得稅的累進程度從 0 降至 $\frac{-b}{1-b}$ 的水準，會促進整體的社會福利。最後，綜合式(2.28.1)、(2.28.2)、(2.33.1)和(2.33.2)可推得：政府選擇的最適租稅結構組合使經濟成長率達極大，也保證次佳境界的社

會福利達到極大。

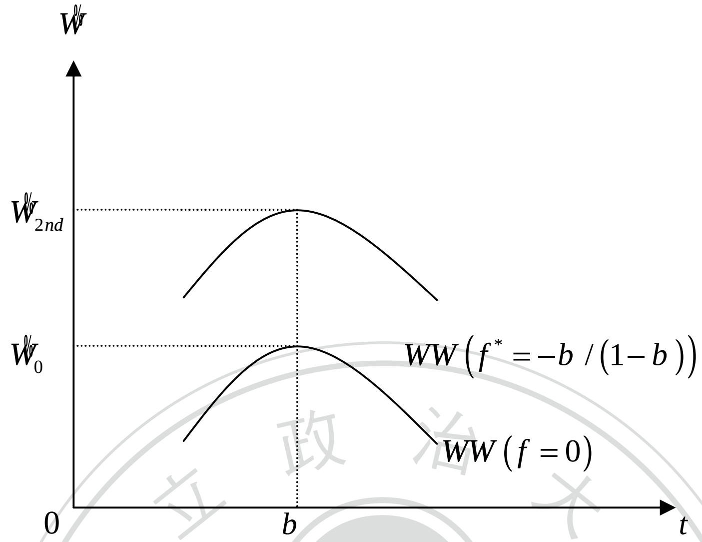


圖 2.1 非線型所得稅與固定稅率的次佳福利關係比較圖

# 第三章　集權經濟體系的分析

集權經濟體系的意義：經濟體系中有個掌握所有資源分配的全能社會規劃者(Social planner)，其在可行的社會資源限制下，選擇個人消費水準、實質資本與外國債券的配置、政府基礎建設的規模，以追求代表性個人一生效用折現的極大。據此概念可了解，因社會規劃者是在所有的可行資源中選擇並找出一組能使得代表性個人一生效用折現極大的最適配置，代表此極權經濟體系下的福利水準為經濟體系最佳的狀態，稱為最佳境界(First best)。本章即從集權經濟體系的角度出發，規劃出最適的福利水準，並依此與次佳境界的福利水準做進一步的比較與探討。

## 第一節　社會規劃者的行為決策

由於社會規劃者所關心的問題，是在社會資源限制下追求代表性個人一生效用折現的極大，因此，藉由式(2.1)、(2.3)、(2.4)、(2.5)和(2.18)可將其極大化問題表示如下：

$$\text{Max}\quad W=\int_0^{\infty}\frac{C^{1-q}-1}{1-q}e^{-rt}dt\;;\; r>0\,,\; q>1 \tag{3.1}$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{B}=Y+r_B B-C-G-I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{3.2}$$

$$\dot{K}=I \tag{3.3}$$

$$Y=A(LG)^b K^{1-b} \tag{3.4}$$

這裡，為了簡化分析起見，令人口總數與勞動供給皆單位化為一，並將 $L=1$ 代入式(3.4)可得生產函數為：

$$Y=AG^b K^{1-b} \tag{3.5}$$

再者，根據內生成長文獻的一典型設定，假定政府將基礎建設勞務的支出設定為總所得的一固定比例 $g$ ，則可把政府將基礎建設勞務的支出表示如下：[11]

$$G = gY \tag{3.6}$$

結合式(3.5)和(3.6)可推得總體生產函數轉變為：

$$Y = A^{\frac{1}{1-b}} g^{\frac{b}{1-b}} K \tag{3.7}$$

社會規劃者所關切的問題，為面對社會資源的限制下，以「民之所欲，常在我心」選擇消費 $C$ 、實質資本 $K$ 、外國債券 $B$ 和政府基礎建設支出佔總所得比例 $g$ ，來追求代表性個人一生效用折現的極大。據此，可設立一現值的 Hamiltonian 函數 $H$ 陳述如下：

$$H = \frac{C^{1-q}-1}{1-q} + l'\left\{(1-g)\, g^{\frac{b}{1-b}} A^{\frac{1}{1-b}} K + r_B B - C - I\left[1+\frac{h}{2}\left(\frac{I}{K}\right)\right]\right\} + q'' I \tag{3.8}$$

式中， $l'$ 為外國債券的影子價格(shadow value)，代表以效用衡量的外國債券的單位價值， $q''$ 為實質資本的影子價格，即以效用衡量的實質資本的單位價值。依據式(3.8)可推得最適一階條件如下：

$$\frac{\partial H}{\partial C} = C^{-q} - l' = 0 \tag{3.9.1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial I} = -l'\left(1+\frac{I}{K}\right) + q'' = 0 \tag{3.9.2}$$

$$\frac{\partial H}{\partial B} = l' r_B = -\dot{l}' + l' r \tag{3.9.3}$$

---

[11] 可參見 Turnovsky (1997)和 Irmen and Kuehnel (2009)。

$$\frac{\partial H}{\partial K}=l'\left[\left(1-g\right)g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}+\frac{h}{2}\left(\frac{I}{K}\right)^{2}\right]=-\dot{q}''+q''r \tag{3.9.4}$$

$$\frac{\partial H}{\partial l'}=\dot{B}=\left(1-g\right)g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}+r_bB-C-I\left(1+\frac{h}{2}\frac{I}{K}\right) \tag{3.9.5}$$

$$\frac{\partial H}{\partial q''}=\dot{K}=I \tag{3.9.6}$$

由以上諸式可知 $l'$、$q''$、$B$ 和 $K$ 四個變數涉及微分方程。而根據式(3.9.1)和(3.9.3)可推得最適的跨時消費決策：

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{r_{\mathrm{B}}-r}{q} \tag{3.10}$$

依據式(3.9.4)可推得滿足 $\dot{q}=0$ 的靜止均衡值 $\hat{q}_1$ 為：[12]

$$\hat{q}_1=\left(r_Bh+1\right)-\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-\left[1+2h\left(1-g\right)g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \tag{3.11}$$



[12] 式(3.11)的推導可參見附錄二及附錄三相同的推導方法。

## 第二節　均衡總體經濟成長的分析

接下來，分析最適基礎建設支出佔總所得比例與均衡經濟成長的關係，依據式(3.5)、(3.9.2)和(3.9.6)可推得均衡產出成長率與實質資本成長率的關係，且令產出成長率為$\hat{g}$表示如下：

$$\hat{g}=\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\hat{q}_1-1}{h}=\frac{1}{h}\left\{(r_B h)-\left\{(r_B h+1)^2-\left[1+2h(1-g)\,g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{3.12}$$

接著，由式(3.12)探討集權經濟體系下，政府設定的基礎建設支出佔總所得比例$g$的變動對均衡產出成長率的影響：

$$\frac{\partial\hat{g}}{\partial g}=-\left\{(r_B h+1)^2-\left[1+2h(1-g)\,g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]\right\}^{\frac{-1}{2}}A^{\frac{1}{1-b}}g^{\frac{b}{1-b}}\left[\frac{b-g}{g(1-b)}\right] \tag{3.13}$$

由式(3.13)和式(3.12)可推得最適基礎建設支出佔總所得比例$g^*$和經濟成長率分別為：

$$g^*=b \tag{3.14.1}$$

$$\hat{g}^*=\frac{1}{h}\left\{r_B h-\sqrt{(r_B h+1)^2-\left[1+2h(1-b)\,b^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}\right]}\right\} \tag{3.14.2}$$

## 第三節　福利的分析

此節專注在分權經濟體系與集權經濟體系的最適福利關係的比上，依據前一章第三節的式(2.29)、(2.30)和(2.31)可推得最佳境界的社會福利函數$\hat{W}_F$表示如下：

$$\hat{W}_F = \frac{1}{1-q}\left\{\frac{\left(\hat{C}_0\right)^{1-q}}{\left[r-(1-q)y\right]} - \frac{1}{r}\right\} \tag{3.15}$$

這裡，$\hat{C}_0 = \left(r_B - y\right)\left(B_0 + \frac{1}{r_B - \hat{g}}\hat{x}K_0\right)$ (3.16)

$$\hat{x} = (1-g)g^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}} - \frac{\hat{q}_1^2 - 1}{2h} \tag{3.17}$$

利用式(3.15)、(3.16)和(3.17)可推得政府設定的基礎建設支出佔總所得比例$g$的變動對最佳境界社會福利的影響為：

$$\frac{\partial \hat{W}_F}{\partial g} = \frac{\hat{C}_0^{-q}\left(r_B - y\right)K_0}{\left(r_B - \hat{g}\right)^2\left[r-(1-q)y\right]}\left\{\left[\hat{x} - \hat{q}_1\left(r_B - \hat{g}\right)\right]\frac{\partial \hat{g}}{\partial g} + A^{\frac{1}{1-b}}g^{\frac{b}{1-b}}\left[\frac{b-g}{g(1-b)}\right]\left(r_B - \hat{g}\right)\right\} \tag{3.18}$$

根據式(3.13)和(3.18)可推得使福利極大的最適基礎建設支出佔總所得的比例為基礎建設的生產外部性，即：

$$\hat{g} = b \tag{3.19}$$

依據式(3.11)、(3.16)和(3.17)，我們可將最佳境界下的最適期初消費水準表示如下：

$$\hat{C}_0^* = (r_B - y)\left(B_0 + \frac{1}{r_B - \hat{g}^*}\hat{x}^* K_0\right) \tag{3.20}$$

這裡，$\hat{x}^* = (1-b)\, b^{\frac{b}{1-b}} e - \frac{(\hat{q}_1^*)^2 - 1}{2h}$ (3.21)

$$\hat{q}_1^* = (r_B h + 1) - \sqrt{(r_B h + 1)^2 - \left[1 + 2h(1-b)\, b^{\frac{b}{1-b}} A^{\frac{1}{1-b}}\right]} \tag{3.22}$$

再由以上諸式與式(3.15)可推得最佳境界下的社會福利水準$\hat{W}_{1st}$為：

$$\hat{W}_{1st} = \hat{W}_F(g^* = b) = \frac{1}{1-q}\left\{\frac{(\hat{C}_0^*)^{1-q}}{r - (1-q)y} - \frac{1}{r}\right\} \tag{3.23}$$

上式(3.23)，$\hat{W}_{1st}$為最佳境界下最適的福利水準。再者，比較次佳境界的均衡值(2.35)、(2.36)、(2.37)、(2.38)四式以及最佳境界的均衡值(3.14.2)、(3.20)、(3.21)和(3.22)四式可發現，分權經濟體系與集權經濟體系具有相同的靜止均衡，且福利水準是一致的，即$\breve{W}_{2nd} = \hat{W}_{1st}$ 。

接著，擬一圖說明最佳境界與次佳境界社會福利水準的比較。在圖 3.1 的右半部，縱軸代表次佳境界的福利水準，橫軸為所得稅尺度，$WW(f^* = -b/(1-b))$線表示為累退的所得稅制下，次佳境界的社會福利曲線。當福利達極大時，最適所得稅尺度為基礎建設生產的外部性，在曲線$WW(f^* = -b/(1-b))$上的福利水準為$\breve{W}_{2nd}$。而在圖 3.1 的左半部，縱軸為最佳境界的福利水準，橫軸代表基礎建設支出佔總所得的比例，則$WW_F$線為最佳境界的社會福利曲線。當政府訂定的最適基礎建設支出佔所得的比例等於基礎建設生產的外部性時，最佳的社會福利水準為$\hat{W}_{1st}$；且次佳境界

的福利水準$\tilde{W}_{2nd}$等同於最佳境界的福利水準$\hat{W}_{1st}$，即$\tilde{W}_{2nd}=\hat{W}_{1st}$。準此，當政府透過非線型所得稅設置最適的租稅組合，完全矯正了因課徵所得稅造成實質資本報酬率的扭曲效果，使得分權經濟體系下的福利水準進而提升至最佳境界的福利狀態。

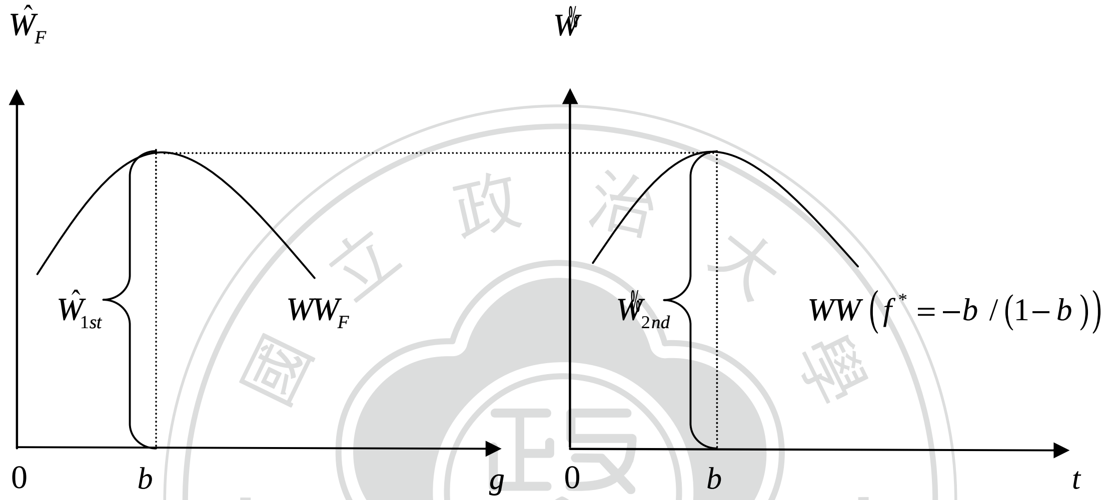


圖 3.1 最佳境界與次佳境界的福利關係比較圖

綜上所述，我們可歸結出以下之命題：

**命題三 ：當政府將基礎建設的支出訂為總所得的一個固定比例時，最適的基礎建設支出佔所得的比例應等於基礎建設生產的外部性；且政府透過非線型所得稅的最適租稅組合，完全矯正了因課徵所得稅造成實質資本報酬率的扭曲效果。準此，發現了分權經濟體系與集權經濟體系具有相同的靜止均衡與經濟成長率，進而提升了次佳境界的福利水準到最佳境界的狀態。**

# 第四章　結論

本文主要以 Turnovsky (1996)和 Lai and Liao (2012)的模型架構為基礎，在政府基礎建設的支出以所得稅融通之下，建構一個開放經濟的內生成長模型，探討政策當局追求社會福利極大時，如何制定一套最適當的非線型所得稅制。依據本文的分析，可得到以下之結論：

一、在分權經濟體系的分析下，最適的所得稅尺度應等於基礎建設生產的外部性，而課徵所得稅造成的代表性個人決策的扭曲，則由累退的所得稅程度來矯正。當政府透過適當的非線型所得稅制矯正了所有分權經濟體系決策行為的扭曲，使得總體經濟成長率極大化的同時，也保證社會福利水準達極大。

二、在集權經濟體系的分析下，最適基礎建設的支出佔所得的比例應等於基礎建設生產的外部性。再者，經過最適租稅結構的調整後，分權經濟體系與集權經濟體系有相同的靜止均衡、總體經濟成長率和社會福利水準，表示政府透過非線型所得稅矯正了分權經濟體系決策行為的扭曲，使分權經濟體系的福利水準可達至最佳境界的狀態，即 Pareto 最適。

本文分析顯示：當政府的基礎建設支出以所得稅融通，且考量最適非線型所得稅的制度下，民眾在選擇其最適消費、實質資本與國外債券的配置，來使其一生效用折現極大時，亦代表分權經濟體系下的社會福利水準

為最佳境界的福利水準。

關於議題延伸方面，由於本文未考慮勞動供給跨時替代、政府基礎建設勞務的擁擠性、政府消費性支出與貨幣政策的問題，相信這些議題搭配相關的政策分析是非常有趣且值得探討的。

# 本文附錄

## 附錄一

底下說明，首先解釋$f>0$對應累進所得稅與$f<0$對應累退所得稅，再詳述若為累退所得稅時，代表邊際稅率遞減。

根據式(2.7)令總稅收$T=pY$可推得平均稅率為：

$$p_a=\frac{pY}{Y}=p=1-(1-t)\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^f$$

由上式可推得所得與平均稅率的關係：

$$\frac{\partial p_a}{\partial Y}=f(1-t)\bar{Y}^f Y^{-(1+f)}$$

依據上式顯示，對應$f>0$或$f<0$，則隨著所得的增加或減少，每單位的所得稅負，即平均稅率，將隨之提升或下降。

另外，在符合現實觀察下的邊際稅率$p_m\geq 0$[13]，即：

$$p_m=\frac{\partial T}{\partial Y}=\frac{\partial(pY)}{\partial Y}=1-(1-t)(1-f)\bar{Y}^f Y^{-f}\geq 0$$

再對上式作$f$的一階微分可推得：

$$\frac{\partial p_m}{\partial f}=\frac{\partial\left[-(1-t)(1-f)\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^f\right]}{\partial f}=\frac{-(1-t)\partial\left[(1-f)e^{f\ln\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)}\right]}{\partial f}$$

[13] 可參見 Diamon (1998)有關邊際稅率為正的部分。

$$= -(1-t)\left[-\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{f} + (1-f)\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{f}\ln\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)\right]$$

$$= (1-t)\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{f}\left[1-(1-f)\ln\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)\right]$$

於長期均衡時$Y=\bar{Y}$，上式可寫成：

$$\frac{\partial p_m}{\partial f} = (1-t)f$$

準此，$f$ 的正負將影響邊際稅率呈現遞減或遞增的狀態，若所得稅制為累退制時，代表邊際稅率遞減。

## 附錄二

結合式(2.2.2)與(2.19)可堆得實質利率為：

$$r=(1-b)A^{\frac{1}{1-b}}t^{\frac{b}{1-b}}$$

令 $q=q'/l$ 且可推得：

$$\frac{\dot{q}}{q}=\frac{\dot{q}'}{q'}-\frac{\dot{l}}{l}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{q}'}{l}\frac{l}{q'}=\frac{\dot{q}}{q}+\frac{\dot{l}}{l}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{q}'}{l}\frac{1}{q}=\frac{\dot{q}}{q}+\frac{\dot{l}}{l}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{q}'}{l}=\dot{q}+\frac{\dot{l}}{l}q$$

將上式和式(2.20.2)代入(2.14.4)可得：

$$(1-t)(1-f)\bar{Y}^{f}Y^{-f}r+\frac{h}{2}\left(\frac{q-1}{h}\right)^{2}=-\dot{q}-\frac{\dot{l}}{l}q+rq$$

$$\Rightarrow \quad (1-t)(1-f)\bar{Y}^{f}Y^{-f}r+\frac{h}{2}\left(\frac{q-1}{h}\right)^{2}=-\dot{q}+q\left(r-\frac{\dot{l}}{l}\right)$$

由(2.20.3)關係式可知：$r_B=r-\frac{\dot{l}}{l}$，且代入上式並稍加整理表示如下：

$$\frac{(1-t)(1-f)\bar{Y}^{f}Y^{-f}r}{q}+\frac{\dot{q}}{q}+\frac{(q-1)^{2}}{2hq}=r_B$$

再將實質利率和長期均衡條件 $Y=\bar{Y}$ 代入上式即得：

$$\frac{(1-f)(1-b)(1-t)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}}{q}+\frac{\dot{q}}{q}+\frac{(q-1)^2}{2hq}=r_B$$

上式為本文的式(2.20.4)。

## 附錄三

根據終端條件，式(2.16)可知：

$$\lim_{t\to\infty} q'Ke^{-rt}=\lim_{t\to\infty} q\,l\,Ke^{-rt}=0$$

而式(2.20.3)、(2.20.2)和(2.20.6)分別可推得 $l$ 和 $K$ 的時間路徑為：

$$l=l_0e^{[r-r_B]t}$$

$$K=K_0e^{\frac{q-1}{h}t}$$

將上兩式代回終端條件(2.16)可得：

$$\lim_{t\to\infty} q\,l\,Ke^{-rt}=\lim_{t\to\infty} q\,l_0e^{[r-r_B]t}K_0e^{\frac{q-1}{h}t}e^{-rt}=\lim_{t\to\infty} q\,l_0K_0e^{(\frac{q-1}{h}-r_B)t}=0$$

由上式可知，要符合終端條件必須：

$$\frac{q-1}{h}-r_B<0$$

上式亦可表示為 $q-1-r_Bh<0$。

## 附錄四

依據式(2.21)，可將消費的時間路徑表示如下：

$$C = C_0 e^{y t}\text{ ，}y = \frac{r_B - r}{q}$$

將上式代入個人的一生效用折現值，可推得：

$$U = \int_0^\infty \frac{C^{1-q} - 1}{1-q} e^{-rt} dt = \int_0^\infty \frac{\left(C_0 e^{y t}\right)^{1-q} - 1}{1-q} e^{-rt} dt$$

$$= \frac{1}{1-q} \left\{ \int_0^\infty \left(C_0\right)^{1-q} e^{\left[(1-q)y - r\right]} \Big|_0^\infty - \frac{1}{-r} e^{-rt} \Big|_0^\infty \right\}$$

$$= \frac{1}{1-q} \left\{ \left(C_0\right)^{1-q} \frac{-1}{\left[(1-q)y - r\right]} - \left(\frac{-1}{-r}\right) \right\}$$

$$= \frac{1}{1-q} \left\{ \frac{\left(C_0\right)^{1-q}}{\left[r - (1-q)y\right]} - \frac{1}{r} \right\}$$

根據上式，以間接效用表示的社會福利函數為：

$$\tilde{W} = \frac{1}{1-q} \left\{ \frac{\left(C_0\right)^{1-q}}{\left[r - (1-q)y\right]} - \frac{1}{r} \right\}$$

式中，要讓 $\tilde{W}$ 為有限值，須限定 $r - (1-q)y > 0$，即 $r > (1-q)y$。

再由(2.20.5)、(2.20.7)和(2.20.8)三式可推得外國債券累積過程為：

$$\dot{B} = (1-t)\left(A t^{b}\right)^{\frac{1}{1-b}} K + r_B B - C - I\left(1 + \frac{h}{2}\frac{I}{K}\right)$$

另外，將 $I = \frac{\tilde{q}_1 - 1}{h} K$ 與 $h\frac{I}{K} = \tilde{q}_1 - 1$ 代入上式，則靜止均衡的外國債券累積過

程為：

$$\dot{B}=\left(1-\tau\right)\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}}A^{\frac{1}{1-\beta}}K+r_B B-C-\left(\frac{\tilde{\theta}_1-1}{\eta}K\right)\left(1+\frac{\tilde{\theta}_1-1}{2}\right)$$

由於均衡消費與實質資本的時間路徑分別為：

$$C=C_0e^{\psi t}$$

$$K=K_0e^{\frac{\tilde{\theta}_1-1}{\eta}t}=K_0e^{\tilde{\gamma}t}$$

上式中，期初資本存量$K_0$為前定參數無法改變。則藉由均衡消費與實質資本的時間路徑來詮釋外國債券累積過程表示如下：

$$\dot{B}=r_B B+\tilde{\xi}K_0e^{\tilde{\gamma}t}-C_0e^{\psi t}\text{，}\tilde{\xi}=\left(1-\tau\right)\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}}A^{\frac{1}{1-\beta}}-\frac{\tilde{\theta}_1^2-1}{2\eta}$$

上式$B$的微分方程求解如下：

$$B_t=\Omega e^{r_B t}+\frac{1}{\tilde{\gamma}-r_B}\tilde{\xi}K_0e^{\tilde{\gamma}t}-\frac{1}{\psi-r_B}C_0e^{\psi t}$$

因國外債券存量於時點0不能跳動，將$t=0$代入上式且將參數$\Omega$表示如下：

$$\Omega=B_0-\frac{1}{\tilde{\gamma}-r_B}\tilde{\xi}K_0+\frac{1}{\psi-r_B}C_0$$

最後，將上式代回$B$的解值可得以下結果：

$$B=\left[B_0-\frac{1}{\tilde{\gamma}-r_B}\tilde{\xi}K_0+\frac{1}{\psi-r_B}\tilde{C}_0\right]e^{r_B t}+\frac{1}{\tilde{\gamma}-r_B}\tilde{\xi}K_0e^{\tilde{\gamma}t}-\frac{1}{\psi-r_B}\tilde{C}_0e^{\psi t}$$

為保證代表性個人的最適決策確能實達到一生效用折現的極大，須滿足終端條件(2.15)；再者，由式(2.20.3)推得的$l$時間路徑$l=l_0e^{[r-r_B]t}$與上式$B$的

解值一同代入終端條件可得：

$$\lim_{t\to\infty} l_0 e^{[r-r_B]t}$$

$$=\lim_{t\to\infty} l_0 e^{[r-r_B]t}\left\{\left[B_0-\frac{1}{\tilde{g}-r_B}\tilde{x}K_0+\frac{1}{y-r_B}\tilde{C}_0\right]e^{r_Bt}+\frac{1}{\tilde{g}-r_B}\tilde{x}K_0e^{\tilde{g}t}-\frac{1}{y-r_B}\tilde{C}_0e^{yt}\right\}e^{-rt}$$

$$=\lim_{t\to\infty} l_0\left\{\left[B_0-\frac{1}{\tilde{g}-r_B}\tilde{x}K_0+\frac{1}{y-r_B}\tilde{C}_0e^{yt}\right]+\frac{1}{\tilde{g}-r_B}\tilde{x}K_0e^{[\tilde{g}-r_B]t}-\frac{1}{y-r_B}\tilde{C}_0e^{[y-r_B]t}\right\}$$

$$=0$$

由上式可知，滿足終端條件必須：$\tilde{C}_0=(r_B-y)\left(B_0+\frac{1}{r_B-\tilde{g}}\tilde{x}K_0\right)$，$r_B>\tilde{g}$ 和 $r_B>y$。分別代表，在給定期初實質資本存量和債券存量、持有債券與消費的相對報酬率和持有債券與實質資本相對報酬率，所決定的期初代表性個人的消費狀態；外國債券利率大於均衡產出成長率；外國債券利率大於均衡消費成長率。上式條件 $\tilde{C}_0$ 即為本文中式(2.29)的 $\tilde{C}_0$ 值。

# 附錄五

由式(2.32.1)可推得以下條件：

$$\tilde{x}-\tilde{q}_1\left(r_B-\tilde{g}\right)=0$$

將(2.23.1)和(2.25)代入上式並令 $X=1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}$ 可得：

$$\tilde{x}=\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}-\frac{1}{2h}\left\{\left[\left(r_Bh+1\right)-\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}\right]^2-1\right\}$$

$$=\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}-\frac{1}{2h}\left\{\left[\left(r_Bh+1\right)^2-2\left(r_Bh+1\right)\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}+\left(r_Bh+1\right)^2-X-1\right]\right\}$$

$$\equiv\left[\left(r_Bh+1\right)-\left[\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}\right]\right]\left\{r_B-\frac{1}{h}\left[\left(r_Bh+1\right)-\left[\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}\right]-1\right]\right\}$$

$$=\tilde{q}_1\left(r_B-\tilde{g}\right)$$

將上式恆等式左右同乘 $2h$ 可推得：

$$2h\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}-2\left(r_Bh+1\right)^2+2\left(r_Bh+1\right)\left[\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}\right]+X+1$$

$$=2\left(r_Bh+1\right)\sqrt{\left(r_Bh+1\right)^2-X}-2\left[\left(r_Bh+1\right)^2-X\right]$$

$$\Rightarrow\quad 2h\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}+1=X$$

再將 $X=1+2h\left(1-f\right)\left(1-b\right)\left(1-t\right)t^{\frac{b}{1-b}}A^{\frac{1}{1-b}}$ 代回上式可知：

$$f=\frac{-b}{1-b}$$

# 參考文獻

## 一、中文部分


曾憲政 (2005)，《國防支出與內生成長：不同融通方式的比較》，台北大學經濟學研究所碩士論文。

康嘉玶 (2006)，《維修公共建設是否會引發通貨膨脹及經濟成長？》，輔仁大學經濟學研究所碩士論文。

陳怡甄 (2008)，《最適政府支出組成-不完競爭總體模型》，中央大學經濟學研究所碩士論文。

梁炘安 (2009)，《內生成長、擁擠性政府支出與最適非線性所得稅》，台灣大學經濟學研究所碩士論文。

賴景昌 (2011) 《總體經濟學》，第三版，台北：雙葉。

賴景昌 (2010)“如何建構內生成長模型”，未出版講義。

賴景昌 (2010) “開放經濟的內生成長理論”，未出版講義。


## 二、英文部分


Arrow, K. J. and Kurz, M. (1970), *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, London: Johns Hopkins University Press.

Aschauer, D. (1989), “Is the Public Expenditure Productive?” *Journal of Monetary Economics* 23, 177-200.

Aronsson, T., and Sjögren , T. (2004), “Is the Optimal Labor Income Tax Progressive in a Unionized Economy?” *The Scandinavian Journal of Economics* 106, 661-675.

Barro, R. J. (1990), “Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth,” *Journal of Political Economy 98*, 103-125.

Barro, R. J, and Sala-i-Martin, X. (1992), “Public Finance in Models of Economic Growth,” *The Review of Economic Studies* 59, 645-661.

Chen, B. L. (2006), "Economic Growth with an Optimal Public Spending Composition," *Oxford Economic Papers* 58, 123-136.

Diamond, P. (1998), "Optimal Income Taxation: An Example with a U-Shaped Pattern of Optimal Marginal Tax Rates," *The American Economic Review* 88, 83-95.

Dioikitopoulos, E. V. and Kalyvitis, S. (2008), "Public Capital Maintenance and Congestion: Long-Run Growth and Fiscal Policies," *Journal of Economic Dynamics and Control* 32, 3760-3779.

Eicher, T. and Turnovsky, S. J. (2000), "Scale, Congestion and Growth," *Economica* 67, 267, 232-256.

Futagami, K., Morita, Y. and Shibata, A. (1993), "Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital," *The Scandinavian Journal of Economics* 95, 607-625.

Glomm, G. and Ravikumar, B. (1994). "Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model," *Journal of Economic Dynamic and Control* 18, 1173-1187.

Glomm, G. and Ravikumar, B. (1997). "Productive Government Expenditures and Long-run Growth," *Journal of Economic Dynamic and Control* 21, 183-204.

Gomez, M. A. (2004), "Optimal Fiscal Policy in a Growing Economy with Public Capital," *Macroeconomic Dynamics* 8, 419-435.

Greiner, A. (2006), "Progressive Taxation, Public Capital, and Endogenous Growth," *FinanzArchiv* 62, 353-366.

Guo, J. T. and Lansing, K. J. (1998), “Indeterminacy and Stabilization Policy,” *Journal of Economic Theory* 82, 481-490.

Irmen, A. and Kuehnel, J. (2009), “Productive Government Expenditure and Economic Growth,” *Journal of Economic Surveys* 23, 692-733.

Lai, C. C. and Liao, C. H. (2012), “Optimal Nonlinear Income Taxation with Productive Government Expenditure,” *International Review of Economics and Fianace* 22, 66-77.

Lee, J. (1992), “Optimal Size and Composition of Government Spending,” *Journal of the Japanese and International Economics* 6, 423-439.

Li, W. and Sarte, P. D. (2004), “Progressive Taxation and Long-Run Growth,” *The American Economic Review* 94, 1705-1716.

Park, H. and Philippopoulos, A. (2002), “Dynamics of Taxes, Public Services, and Endogenous Growth,” *Macroeconomic Dynamics* 6, 187-201.

Romer, P. M. (1986), “Increasing Returns and Long-Run Growth,” *Journal of Political Economy*, 1002-1037.

Slobodyan, S. (2005), “Indeterminacy, Sunspots, and Development Traps,” *Journal of Economic Dynamics and Control* 29,159-185.

Solow, R. M. (1956). “A Contribution to the Theory of Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics* 70, 65-94.

Turnovsky, S. J. (1996), “Fiscal Policy, Growth, and Macroeconomic Performance in a Small Open Economy,” *Journal of International Economics* 40, 41- 66.

Turnovsky, S. J. (1996a), “Optimal Tax, Debt, and Expenditure Polocies in a Growing Economy,” *Journal of Public Economics* 60, 21-44.

Turnovsky, S. J. (1997), “Fiscal Policy in a Growing Economy with Public Capital,” *Macroeconomic Dynamics* 1, 615-639.

Turnovsky, S. J. (1999), “Fiscal Policy and Growth in a Small Open Economy with Elastic Labour Supply,” *Canadian Journal of Economics* 32, 1191-1214.

Turnovsky, S. J. (2000), “Fiscal Policy, Elastic Labor Supply, and Endogenous Growth,” *Journal of Monetary Economics* 45, 185-210.

Ynmarik, S. (2001), “Nonlinear Tax Structure and Endogenous Growth,” *The Manchester School* 69, 16-30.